ИММ УрО РАН (Екатеринбург)

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Тезисы докладов VI Всероссийской конференции, посвященной памяти академика А.Ф.Сидорова (10–16 сентября 2012 г.)

АБРАУ–ДЮРСО
2012

Институт математики и механики Уральского отделения
Российской академии наук (Екатеринбург)

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Тезисы докладов VI Всероссийской конференции,
посвященной памяти академика А.Ф.Сидорова
(10–16 сентября 2012 г.)

Абрау–Дюрсо
2012 г.

У Д К   519.6

Тезисы докладов VI Всероссийской конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и механики”, посвященной памяти академика А.Ф.Сидорова (Абрау–Дюрсо, 10–16 сентября 2012 г.). Екатеринбург: УрО РАН, 2012. 98 с.

Оргкомитет Конференции выражает признательность Российскому фонду фундаментальных исследований, при поддержке которого состоялось это мероприятие (гранты №12-01-06075-г и 12-01-06825-моб_г)

Ответственные за выпуск:
Н.А.Ваганова
Д.И.Неудачин
М.А.Чащин

Тезисы докладов VI Всероссийской конференции
"Актуальные проблемы прикладной математики и механики",
посвященной памяти академика А.Ф.Сидорова
(Абрау–Дюрсо, 10–16 сентября 2012 г.).

Рекомендовано к изданию
Ученым советом Института математики
и механики и НИСО УрО РАН

НИСО УрО РАН № 132 (02)

Подписано в печать 23.07.12 Формат 60x84 I/16

Бумага типографская. Печать офсетная. Усл.печ.л. 6.13
Уч.- изд.л. 5.94

Тираж 120 экз.

Заказ

620990, Екатеринбург, ул. С.Ковалевской, 16,
Институт математики и механики УрО РАН.

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии
"Учебно-Методический Центр УПИ"
620062, Екатеринбург, ул. Гагарина 35/А, 2.

УСТОЙЧИВЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СМЫСЛЕ СТРАТОНОВИЧА

Аверина Т.А.

Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики СО РАН, г. Новосибирск

Как отмечено в работе [1], многие физические задачи, связанные с анализом быстропротекающих процессов в сильнонеравновесных средах, таких как термоядерная, лазерная, газоразрядная и космическая плазма, можно описать с помощью СДУ. Причем, предельный переход к модели корректен только для СДУ в смысле Стратоновича. Актуальность построения устойчивых методов решения СДУ в смысле Стратоновича обсуждается в работе [2]. В работе [3] было предложено семейство численных методов для решения СДУ в смысле Стратоновича. В данной статье построен асимптотически несмещенный численный метод из этого семейства. Построенный метод рекомендуется для решения задач физики плазмы.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (проекты № 11-01-00282 и № 12-01-00490).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Змиевская Г.И.* Стохастические аналоги неравновесных столкновительных процессов // Физика плазмы. 1997. Т. 23. N 4. С. 368-382.
2. *Змиевская Г.И., Бондарева А.Л.* Островки тонкой пленки полупроводника и численный эксперимент // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2010. N 10. С. 50-58.
3. *Аверина Т.А., Артемьев С.С.* Новое семейство численных методов решения стохастических дифференциальных уравнений // Докл. АН СССР. 1986. Т. 288. N 4. С. 777-780.

РЕДУКЦИИ К ОДУ УРАВНЕНИЯ СТАЦИОНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Аксенов А.В., Козырев А.А.

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

В работе [1] для уравнения Буссинеска были получены все редукции к ОДУ вида

$$u = U(x, y, w(z)), \tag{1}$$

где $z = z(x, y)$. Было показано, что существуют редукции, отличные от редукций, получаемых с помощью симметрий. В этой работе были также найдены все редукции уравнения Бюргерса, Кортевега–де Вриза и модифицированного уравнения Кортевега–де Вриза. Для этих уравнений было показано, что найденные редукции совпадают с редукциями, получаемыми с помощью симметрий, т.е. совпадают с инвариантными решениями. Отметим, что рассмотренные в работе [1] уравнения, являются интегрируемыми и применение предложенного авторами подхода к произвольным уравнениям становится неэффективным. В настоящей работе предложен общий метод.

Рассмотрено уравнение

$$u_{yyy} - u_y u_{xy} + u_x u_{yy} = 0\,. \tag{2}$$

Уравнение (2) описывает движение вязкой несжимаемой жидкости в ламинарном стационарном плоском пограничном слое с нулевым градиентом давления, u – функция тока (без ограничения общности, кинематический коэффициент вязкости полагается равным единице) [2]. Получены все редукции вида (1) рассмотренного уравнения к ОДУ. Показано, что рассматриваемое уравнение имеет редукции, не получаемые с помощью симметрий.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 11-01-00188 и 12-01-00940).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Clarkson P.A., Kruskal M.D.* New similarity reductions of the Boussinesq equation // Journal of Mathematical Physics. 1989. V. 30. № 10. P. 2201-2213.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КАПЛИ С УЧЕТОМ ГИСТЕРЕЗИСА КРАЕВОГО УГЛА

Алабужев А.А.
Институт механики сплошных сред УрО РАН, г.Пермь
Пермский государственный национальный исследовательский университет, г.Пермь

В данной работе исследуется влияние гистерезиса краевого угла на вынужденные колебания цилиндрической капли жидкости в вибрационном поле. Капля ограничена в осевом направлении параллельными твердыми плоскостями. Равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твердой пластиной предполагается прямым. Движение контактной линии учитывается с помощью эффективного граничного условия [1]: скорость движения контактной линии прямо пропорциональна углу отклонения и движение контактной линии возможно, если значение краевого угла превышает некоторое критическое значение. На систему действует внешняя высокочастотная вибрационная сила, направление вибраций параллельно оси симметрии капли. Амплитуда вибрации мала по сравнению с характерными размерами капли.

Построены диаграммы областей движения контактной линии в зависимости от частоты вибрации и критического краевого угла при разных значениях. Вычислена амплитуда максимального отклонения боковой поверхности в зависимости от частоты внешнего воздействия. Показано существование антирезонансных частот, аналогично работе [2], когда контактная линия неподвижна при ненулевой частоте.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-2368.2011.1 и Программы ИМСС УрО РАН № 12-С-1-1021.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hocking L.M. Waves produced by a vertically oscillating plate // J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 267-281.*
2. *Fayzrakhmanova I., Straube A. Stick-slip dynamics of an oscillated sessile drop // Phys. Fluids. 2009. V. 21. P. 072104.*

НИЗКОЧАСТОТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ НА КОНВЕКЦИЮ МАРАНГОНИ В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ

Алабужев А.А., Хеннер М.
Институт механики сплошных сред УрО РАН1, г.Пермь
Пермский государственный национальный исследовательский университет, г.Пермь
Western Kentucky University, Bowling Green, Kentucky, USA

В данной работе изучается влияние вертикальных вибраций на длинноволновую конвекцию Марангони в тонкой пленке жидкости, подогреваемой снизу. Твердая нижняя граница предполагается идеально теплопроводной. Период вибраций больше характерного времени эволюции пленки, их амплитуда велика в сравнении с толщиной слоя. Показано, что в данных условиях вибрационное воздействие приводит лишь к модуляции силы тяжести в амплитудном уравнении, полученном в работе [1].

Исследование устойчивости показало, что в отсутствие шума вибрации не меняют порог возникновения конвекции; при наличии шума имеет место дестабилизация слоя. Нелинейные расчеты подтвердили последний вывод – обнаружено подкритическое возникновение конвекции.

Проведен также асимптотический анализ, описывающий переход с увеличением частоты вибраций от параметрического воздействия к осредненному описанию, сходному с [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-2368.2011.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Копбосынов Б.К., Пухначев В.В. Термокапиллярное движение в тонком слое жидкости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983. С.116-125.*

2. *Shklyaev S., Khenner M., Alabuzhev A.A. Enhanced stability of a dewetting thin liquid film in a single-frequency vibration field // Physical Review E. 2008. V. 77. P. 036320.*

УРАВНЕНИЕ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Алгазин С.Д.

Институт проблем механики РАН, Москва

В 1973 году я закончил механико-математический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова и был распределён в Институт прикладной математики АН СССР, вначале в 12 отдел, а позднее перевёлся в 4 отдел, которым тогда руководил Константин Иванович Бабенко. Константин Иванович предложил мне заняться новыми алгоритмами (численными алгоритмами без насыщения) для классических задач мате-матической физики. Вначале мы рассмотрели одномерные задачи (задачу Штурма-Лиувилля, уравнение Бесселя и др.), а потом занялись задачей на собственные значения для оператора Лапласа. Анализируя формулы для матрицы дискретной задачи Дирихле, я заметил, что эта матрица имеет следующую блочную структуру:

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1m} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{m1} & h_{m2} & \dots & h_{mm} \end{pmatrix}$$

где $h_{\mu\nu}, \mu, \nu{=}1, 2, \ldots, m$ — симметричные циркулянты размера $N{\times}N$, $N = 2n + 1$, т. е. матрицы, первая строка которых имеет вид: $b_0, b_1, \ldots, b_n, b_n, \ldots, b_1$, а остальные строки получаются из первой циклической перестановкой. Для краткости будем называть матрицы такого вида h-матрицами. Здесь m и N - параметры в круге, m - число окружностей сетки, а N=2n+1 - число точек на каждой окружности. За один вечер я доказал теорему о свойствах этой матрицы. Позднее стало ясно, что матрицы такого вида и некоторые их обобщения широко встречаются в задачах математической физики. Их можно использовать при дискретизации так, что дискретизация двухмерной задачи сводится к дискретизации одномерной задачи, а дискретизация трёхмерной задачи сводится к дискретизации двухмерной задачи. Тому, как это сделать практически для уравнения Гельмгольца - посвящён настоящий доклад.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алгазин С. Д.* Численные алгоритмы классической математической физики. М.: Диалог-МИФИ, 2010. 249 с.
2. *Бабенко К. И.* Основы численного анализа. М.: Наука, 1986. 744 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ВОЗВРАЩАЕМОГО АППАРАТА ПРИ ОТДЕЛЕНИИ ЛОБОВОГО ТЕПЛОЗАЩИТНОГО ЭКРАНА

Александров Э.Н., Дядькин А.А., Крылов А.Н.
ОАО «Ракетно-космическая корпорация "Энергия" им. С. П. Королева», г. Королев

Проведено численное исследование внешнего обтекания возвращаемого аппапата (ВА) дозвуковым потоком с отделяющимся лобовым теплозащитным экраном (ЛТЭ) при различном положении вдоль оси симметрии аппарата, и различных углах атаки набегающего потока. Решалась задача по определению суммарных аэродинамических характеристик (АХ) ЛТЭ и ВА, необходимых для дальнейшего моделирования динамики относительного движения ЛТЭ и ВА в процессе отделения в квазистационарной постановке. Исследована структура течения около разделяющихся объектов.

Расчеты выполненны параллельно с использованием двух программных комплексов: AeroShape-3D и OpenFOAM [1, 2].

Результаты расчетов выявили значительное влияние выбора модели турбулентности и программного комплекса на распределение давления в донной части ЛТЭ и его суммарные АХ на расстояниях до полукалибра от ВА. На больших расстояниях совпадение результатов удовлетворительное.

Выявлены критические режимы течения, характеризующиеся скачкообразным изменением АХ ЛТЭ и ВА при малом изменении расстояния между ними.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *AeroShape-3D.* User's manual. 2007.
2. *OpenFOAM.* The Open Source CFD Toolbox. User Guide. Version 2.1.0. 15th December 2011.
3. *Баранов П.А., Гувернюк С.В., Исаев С.А., Харченко В.Б.* Моделирование ламинарного обтекания цилиндра с соосным передним диском при малых и умеренных углах атаки с помощью многоблочных вычислительных технологий. // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 1, с. 16–27.

РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ С УСЛОВИЯМИ ОТРАЖЕНИЯ-ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Амосов А.А.

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Рассматривается краевая задача для уравнения переноса излучения

$$\omega \cdot \nabla I + \beta I = s \int\limits_{\Omega} \theta(x, \omega' \cdot \omega) I(\omega', x)\, d\omega' + F, \ (\omega, x) \in D = \Omega \times G, \quad (1)$$

$$I|_{\Gamma^-} = \mathcal{R}^-(I|_{\Gamma^+}), \quad (\omega, x) \in \widehat{\Gamma}^-. \quad (2)$$

$$I|_{\Gamma_i^-} = \mathcal{R}_{ij}^-(I|_{\Gamma_i^+}) + \mathcal{B}_{ij}(I|_{\Gamma_j^+}), \quad (\omega, x) \in \Gamma_{ij}^-, \quad i \neq j \quad (3)$$

$$I|_{\Gamma^-} = \mathcal{R}^-(I|_{\Gamma^+}) + \mathcal{P}^-(J_*), \quad (\omega, x) \in \overset{*}{\Gamma}{}^-, \quad (4)$$

$$I|_{\Gamma^-} = \mathcal{R}^-(I|_{\Gamma^+}) + \mathcal{B}(I|_{\Gamma^+}) + \mathcal{C}(J_*), \quad (\omega, x) \in \widetilde{\Gamma}^-. \quad (5)$$

Здесь $G = \cup_{j=1}^n G_j$ – система полупрозрачных тел $G_j \in \mathbb{R}^3$, разделенных вакуумом, Ω – единичная сфера в $\mathbb{R}^3$ (сфера направлений).

Условия (2) – (5) описывают отражение и преломление излучения на границах тел по законам геометрической оптики.

Установлены теоремы о существовании и единственности решения задачи (1) – (5) в классах $\mathcal{W}^p(D) = \{I \in L_p(D) \mid \omega \cdot \nabla I \in L_p(D)\}$, $1 \leq p \leq \infty$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (государственный контракт П690 от 20.05.2010, государственный контракт 14.740.11.0875) и Совета по грантам при Президенте РФ (проект НШ-2033.2012.1).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ ПОДЗЕМНОГО ТРУБОПРОВОДА ПО ТЕПЛОВЫМ ПОЛЯМ НА ДНЕВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Андреева А.В., Ваганова Н.А.
Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург
Институт математики и механики УрО РАН,
г. Екатеринбург, vna@imm.uran.ru

Существует множество диагностирующих методов, позволяющих делать заключение о состоянии как самого подземного трубопровода, так и изолирующей его оболочки. В настоящее время большое распространение получили методы неразрушающего контроля целостности трубопроводов. Главная задача такого мониторинга – – выявить места, где изолирующая оболочка трубопровода может быть повреждена, либо степень ее изношенности. В настоящей работе используется тепловизионный метод, основанный на получении тепловых полей на дневной поверхности. Для исследования этой задачи вначале решается прямая задача о нахождении тепловых полей от подземного трубопровода с учетом различных физических факторов, таких как фильтрация воды в почве и солнечное излучение [1, 2], а потом делается анализ тепловых полей на дневной поверхности в поиске неоднородностей, вызванных наличием повреждения трубопровода. С помощью разработанного алгоритма анализа неоднородностей тепловых полей, реализованного в виде программы, определяются места возможных повреждений подземного трубопровода. При этом стоит отметить, что анализ тепловых полей, проведенный по этой программе, позволяет сделать вывод и о наличии повреждений даже в том случае, когда визуальное исследование тепловых картин на дневной поверхности, полученных путем прямого математического моделирования, не дает ответа на поставленный вопрос.

Работа поддержана грантом РФФИ-УРАЛ 10–08–96014, Программой УрО РАН Арктика (проект 12–1–4–005) и Программой межрегио-

нальных и межведомственных фундаментальных исследований УрО РАН (проект 12–С–1–1001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ваганова Н.А.* Моделирование неоднородных тепловых полей от заглубленного источника на дневной поверхности // Математическое и информационное моделирование: сборник научных трудов. Тюмень: “Вектор Бук”, 2005. Вып. 7. С. 77–84.
2. *Башуров Вл.В., Ваганова Н.А., Филимонов М.Ю.* Численное моделирование процессов теплообмена в грунте с учетом фильтрации жидкости // Вычислительные технологии, 2011. Т. 16. №4. С. 3–19.

О МОДЕЛИРОВАНИИ АНИЗОТРОПИИ ГОРНОГО МАССИВА

Аннин Б.Д., Бельмецев Н.Ф., Чиркунов Ю.А.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, annin@hydro.nsc.ru

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, weqsmachine@gmail.com, chr101@mail.ru

Известно [1, 2], что использование модели трансверсально–изотропного упругого тела, позволяет описывать упругие деформации горных пород, как материалов обладающих анизотропией упругих свойств. Особо выделяют случай, при котором заведомо выполняется условие Гассмана [3, 4], ранее предложенное в работе [5]. Это условие широко применяется в геофизике при исследовании распространения волн в трансверсально–изотропных упругих средах.

Выполнен групповой анализ системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка, эквивалентной системе уравнений движения трансверсально–изотропнй упругой модели геоматериалов, удовлетворяющей условию Гассмана. Построена оптимальная система подалгебр конечномерной части основной алгебры Ли, соответствующей группе Ли, допускаемой рассматриваемой системой уравнений. Найдены универсальные инварианты подалгебр. Исследованы фактор–системы и их решения, указан физический смысл.

Работа выполнена при финансовой поддержке: гранта РФФИ № 11–01–12075–офи–м–2011; гранта № НШ 6706.2012.1 в рамках Программы Президента РФ по поддержке ведущих научных школ; гранта РФФИ № 12–01–00648.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аннин Б.Д., Остросаблин Н.И.* Анизотропия упругих свойств материалов // Прикладная механика и техническая физика. Новосибирск. 2012. Т. 49, N. 6. С. 131–151.
2. *Аннин Б.Д.* Трансверсально–изотропная упругая модель геоматериалов // Сибирский журнал индустриальной математики. 2009. Т. 12, N. 3(39). С. 5–14.
3. *Gassmann F.* Introdaction to seismic travel time metods in anisotropic media // Pure Appl. Geophisics. 1964. No. 1. V. 58. P. 63–112.
4. *Гольдин С.В.* Сейсмические волны в анизотропных средах. Новосибирск. Изд–во СО РАН, 2008. 375 с.
5. *Carrier G.F.* Propagation of waves in orthotropic media. // Quarter of Appl. Math. 1946. V. 2. No. 2. P. 160–165.
6. *Чиркунов Ю.А.* Групповое расслоение уравнений Ламе классической динамической теории упругости // Известия АН. Механика твердого тела. 2009. N. 3. С. 47.
7. *Чиркунов Ю.А.* Условия линейной автономности основной алгебры Ли системы линейных дифференциальных уравнений // Доклады АН. 2009. Т. 426. N. 5. С. 605–607.
8. *Чиркунов Ю.А.* Системы линейных дифференциальных уравнений, симметричные относительно преобразований, нелинейных по функции // Сибирский математический журнал. 2009. Т. 50. N. 3. С. 680–686.
9. *Чиркунов Ю.А.* Системы линейных дифференциальных уравнений с не x - автономной основной алгеброй Ли. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2011. Т. 14. N. 2(46). С. 112–123.
10. *Chirkunov Yu.A.* A criterion for the existence of a nonlinear mapping whose Jacobian matrix commutes with a matrix ring // Siberian Advances in Mathematics. 2011. V. 21. No. 4. P. 250–258.
11. *Овсянников Л.В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука. 1978. 339 с.
12. *Овсянников Л.В.* Об оптимальных системах подалгебр // Доклады АН. 1993. Т. 333. N. 6. С. 702–704.

РАЗРАБОТКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

Ахмерова А.В., Булгакова Г.Т.
ООО БашНИПИнефть, Уфа
Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

Гидродинамические исследования скважин (ГДИС) позволяют определить фильтрационные параметры пласта (проницаемость, гидропроводность, скин-фактор), которые используются при мониторинге разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. В скважине после ее остановки с помощью глубинного манометра записывается изменение давления. Но эти данные нельзя сразу использовать для интерпретации с целью определения параметров пласта, так как они содержат шум, возникающий из-за влияния соседних скважин, перепадов температур и других факторов. Поэтому необходимо проводить обработку данных перед их интерпретацией.

В работе предлагается алгоритм обработки данных ГДИС, состоящий из трех этапов: удаление выбросов, удаление шума, редукция данных. Удаление шума было проведено с помощью метода вейвлет-порогов с использованием сплайн-вейвлета. Алгоритм был апробирован на зашумленных синтетических данных и применен к реальным данным ГДИС.

Также в работе приводятся результаты интерпретации кривых восстановления давления с помощью метода касательной и логарифмической производной давления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mallat S.* A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way. Academic Press, 2008. p. 851.
2. *Horne R. N.* Modern Well Test Analysis: A Computer-Aided Approach. Petroway Inc, 1995. p. 271.
3. *Athichanagorn S., Horne R. N., Kikani J.* Processing and Interpretation of Long-term Data from Permanent Downhole Pressure Gauges // Society of Petroleum Engineers, 1999. p. 16.

ОБ ОДНОЙ ПРОБЛЕМЕ ПЛОСКИХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Безродных С.И., Власов В.И.

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН

ГАИШ МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва

Согласно теореме Радо–Кнезера–Шоке [1], для того чтобы гармоническое отображение $F : Z \to W$ жордановых областей Z и W осуществляло гомеоморфизм их замыканий, достаточно, чтобы область W была выпуклой. Однако при численной реализации с соблюдением этого достаточного условия нередко оказывалось, что приближенное отображение F_h, построенное методом Уинслоу с использованием конечно–разностных схем, тем не менее, не осуществляло гомеоморфизма областей [2], [3]. В настоящей работе предложен основанный на [4] метод построения гармонических отображений, избавленный от этого недостадка и обладающий высокую эффективностью [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №10-01-00837), Программы ОМН РАН "Современные проблемы теоретической математики", проект "Оптимальные алгоритмы решения задач математической физики" и Программы №3 фундаментальных исследований ОМН РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Duren P.* Harmonic mappings in the plane. "Cambrige Tracts in Mathematics". Vol. 156, Cambrige: Cambrige University Press, 2004.

2. *Roache P.J., Steingerg S.* A new approach to grid generation using a variational formulation // Proc. AIAA 7-th CFD conference, Cincinnati. 1985. P. 360-370.

3. *Азаренок Б.Н.* О построении структурированных сеток в двумерных невыпуклых областях с помощью отображений // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2009. Т. 49. № 5. С. 826-839.

4. *Власов В.И.* Краевые задачи в областях с криволинейной границей. М.: ВЦ АН СССР, 1987.

5. *Безродных С.И., Власов В.И.* Об одной вычислительной проблеме двумерных гармонических отображений // Научные ведомости БелГУ. Серия "Математика. Физика". 2009. № 15. С. 31-45.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА СГОРАНИЯ ТОПЛИВА В ЖИДКОСТНОМ РАКЕТНОМ ДВИГАТЕЛЕ

Белов А.А., Ким А.В.

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург

veshousis@gmail.com, avkim@imm.uran.ru

Доклад посвящен математическому и компьютерному анализу модели процесса сгорания топлива в жидкостном ракетном двигателе. Классическая математическая модель процесса [1] представляет собой систему функционально-дифференциальных уравнений четвертого порядка. Исходная система является неустойчивой, в связи с чем, возникает задача стабилизации процесса.

В докладе для рассматриваемой задачи представлены три разработанных варианта стабилизирующих управлений с обратной связью, основанных на методологии аналитического конструирования регуляторов для систем с последействием [2, 3] .

Для расчета параметров стабилизирующих управлений и исследования оптимальных режимов процесса разработан специальный пакет прикладных программ.

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН «Фундаментальные науки - медицине», РФФИ (проекты 08-0100141, 10-01-00377) и Урало-сибирского междисциплинарного проекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Crocco L.* Aspects of combustion stability in liquid propellant rocket motors, Part 1: Fundamentals - Low frequency instability with monopropellants // J. Amer. Rocket Soc. 1951. Vol. 21. No. 6. pp. 163–176.
2. *Красовский Н.Н.* Аналитическое конструирование регуляторов для систем с последействием // Прикладная математика и механика. 1962. Т. 26. N. 1. С. 39–51.
3. *Квон В.Х., Ким А.В., Кормышев В.М., Пименов В.Г., Солодушкин В.Г.* Аналитеческое конструирование и синтез регуляторов в системах с последействием. Екатеринбург: УрФУ, 2010. 170 с.

К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ БАЗЫ ДАННЫХ ТЕСТОВЫХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Бельмецев Н.Ф., Киселев В.Л., Чиркунов Ю.А.
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, weqsmachine@gmail.com, www072@mail.ru, chr101@mail.ru

Выполненное групповое расслоение динамических уравнений Ламе классической теории упругости позволило [1, 2] перейти к равносильной им системе дифференциальных уравнений первого порядка с минимальным количеством дополнительных функций, содержащей в качестве подсистем классические системы математической физики: систему уравнений Максвелла и систему уравнений безвихревой акустики.

Для данной системы первого порядка установлена линейная автономность [3, 4] ее основной алгебры, найдена основная группа Ли преобразований. С помощью этой системы получены инвариантные решения ранга 1 для системы уравнений Ламе. Одни из этих решений найдены аналитически, для других численно решены различные краевые задачи, указан физический смысл этих решений. Тем самым создана удобная для практического применения база точных решений уравнений Ламе, которые, в частности, могут быть использованы в качестве тестовых решений при численных расчетах в различных задачах деформирования упругой среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке: гранта РФФИ № 11–01–12075–офи–м–2011; гранта № НШ 6706.2012.1 в рамках Программы Президента РФ по поддержке ведущих научных школ; гранта РФФИ № 12–01–00648.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чиркунов Ю.А.* Групповой анализ линейных и квазилинейных дифференциальных уравнений. Новосибирск: НГУЭУ. 2007. 362 с.
2. *Чиркунов Ю.А.* Групповое расслоение уравнений Ламе классической динамической теории упругости // Известия АН. Механика твердого тела. 2009. N. 3. C. 47.
3. *Чиркунов Ю.А.* Условия линейной автономности основной алгебры Ли системы линейных дифференциальных уравнений // Доклады АН. 2009. Т. 426. N. 5. C. 605–607.
4. *Чиркунов Ю.А.* Системы линейных дифференциальных уравнений, симметричные относительно преобразований, нелинейных по функции // Сибирский математический журнал. 2009. Т. 50. N. 3. C. 680–686.

НАВИГАЦИЯ ПО ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПОЛЯМ И БЛИЗКИЕ ЗАДАЧИ

Бердышев В.И.

Институт математики и механики УрО РАН, г. Екатеринбург

В докладе, в частности, предполагается обсудить вопросы видимости и скрытости движущегося объекта.

Пусть в пространстве $\mathbb{R}^n$ заданы телесное множество G (являющееся замыканием открытого множества), t — движущийся объект, f — наблюдатель. Множество G препятствует движению и видимости. Понятия видимости объекта наблюдателем и скрытости объекта от наблюдателя являются в определенном смысле противоположными.

В [1], [2] рассматривались характеристики видимости. Одна из них определяется следующим образом: пусть отрезок $[t, f]$ не пересекается с множеством G, $V_r(t)$ — замкнутый шар радиуса r с центром t, $K_r(t, f)$ — выпуклая оболочка множества $V_r(t) \cup f$, функция (характеристика) видимости определяется как

$$\frac{r(t,f)}{\varphi(\|t-f\|)}, \quad \text{где} \quad r(t,f) = \inf\Big\{r : K_r(t,f) \cap G \neq \varnothing\Big\},$$

φ — заданная "функция прозрачности" среды. Если же $[t, f] \cap G \neq \varnothing$, т.е. t и f невидимы один для другого, то важно знать, насколько объект t скрыт от наблюдателя.

Здесь предлагается вариант функции скрытости объекта от наблюдателя. Предположим, что существует спрямляемая кривая $\gamma_{t,f}$, которая соединяет точки t и f и не пересекается с внутренностью $\overset{\circ}{G}$ множества G. Пусть $L(\gamma_{t,f})$ — ее длина,

$$d(t,f) = \inf L(\gamma_{t,f})$$

— точная нижняя грань длин всех таких кривых $\gamma_{t,f}$ и $\gamma(t,f)$ — кратчайшая кривая.

Для определения характеристики скрытости введем множество

$$v(t,G) = \big\{x \in \mathbb{R}^n : [t,x] \cap \overset{\circ}{G} = \varnothing\big\}$$

— множество "видимых" из t точек пространства. Здесь предполагается, что граничные точки множества G не препятствуют видимости. Пусть $[t,f] \cap \overset{\circ}{G} \neq \varnothing$. Обозначим через

$$C(t,f) = \inf\big\{d(f,x) : \, x \in v(t,G)\big\} = d(f, v(t,G))$$

расстояние от f до множества $v(t,G)$ по метрике d. Величина $C(t,f)$ характеризует степень скрытости t от f: наблюдатель должен преодолеть расстояние не менее чем $C(t,f)$, для того чтобы увидеть объект t.

В докладе исследуется свойство дифференцируемости характеристик видимости и скрытости объекта.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН "Динамические системы и теория управления" при финансовой поддержке УрО РАН (проект 12-П1-1022) и РФФИ (проект 11-01-00445).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бердышев В.И.* Видимость объекта для наблюдателя с неточно заданными коэффициентами // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15, N. 3. С. 21–28.

2. *Бердышев В.И.* Объект и наблюдатель. Задача сопровождения // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2011. Т. 17, N. 2. С. 7–9.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ УРОВНЕМ ГРУНТОВЫХ ВОД НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИЙ МНОГОМЕРНЫХ ФУНКЦИЙ

Бобарыкин Н.Д., Графова Е.Н., Смертин В.М., Аполлинариев В.И.
Калининградский государственный технический университет (КГТУ), Калининград

Разработана и реализована математическая модель системы автоматизированного управления уровнем грунтовых вод, включающая инструментарий мониторинга параметров польдерных систем (ПС), аппроксимации многомерных функций и на ее основе решений обратных задач путем варьирования переменных до совпадения целевого функционала с конкретными характеристиками и требуемыми свойствами ПС. Задача контроля и управления влажностью земель сельскохозяйственного назначения приводит к необходимости моделирования движения структурированных неоднородных сред, характеризующихся сложными реологическими свойствами. Польдерные системы описываются достаточно сложными дифференциальными нелинейными уравнениями в частных производных: уравнениями Сен-Венана для проводящих каналов, уравнениями Буссинеска для описания уровня грунтовых вод и капиллярного вертикального переноса влаги, а также при наличии дренажных систем - уравнениями напорного или безнапорного движения воды в дренажных трубах, и требует большого объема компьютерных вычислений, что усложняется еще и структурой обрабатываемых данных, в частности, входных и выходных параметров математических моделей мелиоративных систем [1]. Поэтому для упрощения вычислений требуется решать обратную задачу - по данным, полученным из мониторинга (проведенного с помощью, например, разработанной авторами работы инвариантной нестационарной трехмерной математической модели ПС [1]) существующего состояния влажности почвы. Разработанная система позволяет задавать требуемые показатели увлажнённости почвы (уровня воды в проводящих открытых каналах и уровня грунтовых вод) и рассчитывает производительность насосных станций, обеспечивающих необходимый уровень грунтовых вод для поддержания заданной влажности почвы

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Графова Е.Н., Бобарыкин Н.Д.* Математическое моделирование совершенных польдерных систем.-Калининград: Изд-во КГТУ, 2009.-229 стр.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ УПРУГОПЛАСТИЧНОСТИ К РАСЧЕТУ ПРОЦЕССОВ СПЕКАНИЯ

Бураго Н.Г., Никитин И.С.
ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва
МАТИ им. К.Э.Циолковского, Москва

В настоящей работе обычная методика расчета упругопластических деформаций [1] адаптирована к задачам теории спекания [2, 3]. Сначала рассматривается холодное прессование двухкомпонентного порошкового композита с учетом контактного взаимодействия со стенками пресс-формы. Затем при последующем нагревании легкоплавкая составляющая композита плавится, образуя материал матрицы композита, который обволакивает и смачивает твердые частицы тугоплавкой фазы с образованием воздушных пор. Действующие на поверхности воздушных пор капиллярные силы стремятся схлопнуть эти поры и по своему действию эквивалентны всестороннему сжимающему напряжению, сравнимому по величине с модулями упругости и называемому напряжением спекания. Целью расчета является определение окончательной формы изделия и распределения остаточной пористости, от которой зависят физико-механические свойства изделия. Расчеты выполнены с учетом контакта изделия с пресс-формой, допускающего скольжение с трением и отлипанием, а также с учетом возможности разрушения спекаемого изделия.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы и проектов РФФИ № 12-08-00366-а и 12-08-01260-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н.* Численное решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет программ АСТРА. В кн. Вычислительная механика твердого деформируемого тела, Вып. 2, М.: Наука, 1991. С. 78-122.
2. *Скороход В.В.* Реологические основы теории спекания. Киев: Наукова думка, 1972. 151 с.
3. *Бураго Н.Г., Глушко А.И., Ковшов А.Н.* Термодинамический метод вывода определяющих соотношений для моделей сплошных сред. Известия РАН Механика твердого тела. 2000. No. 6. С. 4-15.

О ГЕНЕРАЦИИ НЕРЕГУЛЯРНЫХ АДАПТИВНЫХ СЕТОК И ИХ ДЕКОМПОЗИЦИИ ДЛЯ ЗАДАЧ ТРЕХМЕРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

Бутюгин Д.С.

Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики СО РАН, Новосибирск, dm.butyugin@gmail.com

Задача моделирования трехмерных электромагнитных полей в частотной области возникает во многих приложениях: в геоэлектроразведке, проектировании СВЧ-устройств и др. Разномасштабная геометрия и контрастные среды, а также высокие требования к точности получаемых решений требуют построения сеток, адаптированных к геометрии расчетной области, с элементами, далекими от вырождения [1]. Решение получаемых в результате аппроксимации сверхбольших СЛАУ на кластерах требует предварительной декомпозиции (в том числе с пересечениями) расчетной области, которая, с одной стороны, должна удовлетворять требованиям сбалансированности и малости объема коммуникаций, и, с другой стороны, должна быть экономичной с точки зрения вычислительных затрат.

В работе рассматривается вопрос генерации адаптивных тетраэдральных сеток высокого качества при помощи различных пакетов (например, NETGEN [2]) для различных практических задач электрофизики и обсуждаются подходы по их дальнейшему улучшению. Кроме того, предлагаются алгоритмы для экономичной трехмерной декомпозиции сетки на подобласти и проводится сравнительный анализ с существующими (например, из пакета METIS [3]).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-01-00205).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г.* Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007.
2. *Schöberl J.* NETGEN — An advancing front 2D/3D-mesh generator based on abstract rules // Computing and Visualization in Science. July 1997. Vol. 1, N. 1. P. 41–52.
3. *Karypis G., Kumar V.* A Fast and Highly Quality Multilevel Scheme for Partitioning Irregular Graphs // SIAM Journal on Scientific Computing. 1999. Vol. 20, N. 1, P. 359–392.

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭКСПЛУАТАЦИИ ИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ

Ваганова Н.А., Филимонов М.Ю.
Институт математики и механики УрО РАН, г. Екатеринбург, fmy@imm.uran.ru

Разработана новая математическая модель распространения тепла (холода) в многолетнемерзлых породах (ММП) от различных инженерных объектов с учетом различных климатических и физических факторов. К первой группе факторов относится учет солнечного излучения, сезонное изменение температуры воздуха, возможный снежный покров и др. Ко второй группе факторов, учтенной в предлагаемой модели, относятся неоднородность грунта (не обязательно по горизонтальным слоям), наличие различных инженерных объектов, среди которых могут быть и источники тепла (например, добывающие теплоизолированные скважины, фундаменты), и источники холода (сезоннодействующие охлаждающие устройства, работающие без внешних источников энергии только за счет законов физики). Учет всех этих факторов при моделировании тепловых полей в грунте приводит к решению для трехмерного квазилинейного уравнения теплопроводности (квазилинейность уравнения обусловлена зависимостью теплофизических параметров грунта от температуры) задачи Стефана в прямоугольном параллелепипеде, но уже с нелинейным краевым условием на поверхности грунта. В работе [1] описана подобная модель для трубопровода с учетом фильтрации жидкости в грунте, но без учета возможности фазового перехода. На основе разработанной модели был написан пакет программ "Wellfrost", особенностью которого является его адаптация к выбираемому конкретному географическому месту, где требуется нахождение тепловых полей в грунте. Проведенные расчеты были использованы различными российскими компаниями для проектных работ на нескольких нефтегазовых месторождениях, расположенных в зоне вечной мерзлоты. Анализ потребностей нефтегазовой промышленности в данных расчетах позволил сформулировать требования и необходимый набор исходных данных для использования пакета программ "Wellfrost" в "облачных технологиях" ("Cloud Data Technologies"), т.е. для проведения удаленных вычислений (в том числе и на суперЭВМ) по получению нестационарных трехмерных тепловых полей для оценки деградации вечной мерзлоты от добывающих скважин.

Работа поддержана грантом РФФИ–УРАЛ 10–08–96014, Программой УрО РАН Арктика (проект 12–1–4–005) и Программой межрегиональных и межведомственных фундаментальных исследований УрО РАН (проект 12–С–1–1001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Башуров Вл.В., Ваганова Н.А., Филимонов М.Ю.* Численное моделирование процессов теплообмена в грунте с учетом фильтрации жидкости // Вычислительные технологии, 2011. Т. 16. №4. С. 3–19.

КВАЗИ-ОПТИМАЛЬНЫЕ СИМИЛИЦИАЛЬНЫЕ СЕТКИ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Василевский Ю.В.

Институт вычислительной математики РАН, Москва,

yuri.vassilevski@gmail.com

В докладе рассматривается класс конформных симплициальных (треугольных или тетраэдральных) сеток как фундамент вычислительной технологии приближенного решения краевых задач [1,2]. Обосновываются квази-оптимальные аппроксимационные свойства конечно-элементных пространств на симплициальных сетках [3,4]. Рассматриваются технологии построения таких сеток в сложных областях, управления их свойствами, а также их адаптации, в том числе анизотропной, к особенностям решения [5]. Теоретические положения иллюстрируются приложениями разработанной технологии.

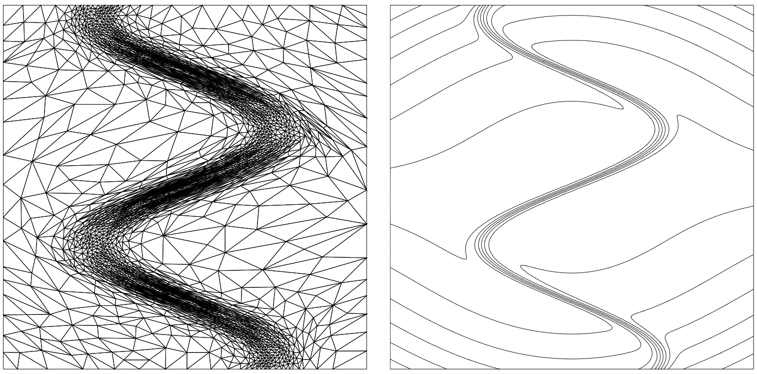

Рис. 1: Пример адаптивной квази-оптимальной триангуляции (слева) для функции с анизотропной особенностью (справа).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 11-01-00855 и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ
1. Advanced Numerical Instruments 2D // www.sf.net/projects/ani2d.
2. Advanced Numerical Instruments 3D // www.sf.net/projects/ani3d.
3. *Agouzal A., Lipnikov K., Vassilevski Yu.* Hessian-free metric-based mesh adaptation via geometry of interpolation error // ЖВМиМФ, 2010, Т. 50, С. 131–145.
4. *Agouzal A., Vassilevski Yu.* Minimization of gradient errors of piecewise linear interpolation on simplicial meshes // Comp.Meth. Appl. Mech. Engnr., 2010, V. 199, P. 2195–2203.
5. *Agouzal A., Lipnikov K., Vassilevski Yu.* On optimal convergence rate of finite element solutions of boundary value problems on adaptive anisotropic meshes // Mathematics and Computers in Simulation, 2011, V. 81, N. 10, P. 1949–1961.

СЕТОЧНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Волканин Л.С., Пименов В.Г.
Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина, Екатеринбург,
leonid@volkanin.ru, Vladimir.Pimenov@usu.ru

Рассмотрим уравнение переноса с эффектом наследственности

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + a\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = f(x,t,u(x,t),u_t(x,\cdot)),$$

$$0 \le t \le T, 0 \le x \le X,$$

с краевыми условиями

$$u(0,t) = \gamma(t), 0 \le t \le T, \ u(x,s) = \phi(x,s), 0 \le x \le X, -\tau \le s \le 0.$$

Здесь x, t – независимые переменные, $u(x,t)$ – искомая функция, $u_t(x,\cdot) = \{u(x,t+s), -\tau \le s < 0\}$ – функция-предыстория искомой функции к моменту t, $\tau > 0$ – величина запаздывания.

Вопросы существования и единственности, а также модельные примеры таких задач изучались, например, в [1].

В данной работе строятся сеточные схемы для решения этой задачи и предлагается методика исследования порядков сходимости, основанная на идеях общей теории разностных схем [2] и численных методов решения эволюционных решений с эффектом наследственности, разработанных ранее в работе [3] для уравнения параболического типа с запаздыванием.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-01-00377).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wu J.* Theory and Applications of Partial Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1996. 438 p.

2. *Самарский А.А.* Теория разностных схем, 3-е изд. М.: Наука, 1989. 656 с.

3. *Пименов В.Г., Ложников А.Б.* Разностные схемы численного решения уравнения теплопроводности с последействием // Труды ИММ УрО РАН. 2011. Т. 17. N. 1. С. 178–189.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПУЗЫРЬКА С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ МАССОЙ ГАЗА В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Волкова Е.В., Насибуллаева Э.Ш.

Центр "Микро- и наномасштабная динамика дисперсных систем", Институт механики УНЦ РАН, БашГУ, Уфа,

afrokate@yandex.ru, elvira@anrb.ru

Решается задача диффузии газа между сферически–симметричным газовым пузырьком и жидкостью в изотропном акустическом поле. Динамика пузырька описывается нелинейным дифференциальным уравнением Келлера–Миксиса [1], численное исследование которого проводится по схеме Дормана–Принца. Для решения уравнения конвекции–диффузии используется схема Кранка–Николсона. Для исследования поля концентрации газа, растворенного в жидкости, по аналогии с [2], в зависимости от расчетной области задача разделяется на осциллирующую и гладкую.

Проведены численные эксперименты для различных амплитуд акустического поля для осциллирующей части диффузионной задачи; сделано сравнение результатов расчетов по аппроксимационной теории [1] и по численному методу, представленному в данной работе. Исследовано как учет изменения массы в пузырьке влияет на динамику самого пузырька. Расчеты проведены как для одиночного пузырька, так и для пузырька в монодисперсном кластере.

Оптимизирован последовательный код программы и получено ускорение в 60 раз. Проведена параллелизация алгоритма на CPU с использованием многоядерного процессора Intel Xeon 5660, 2.8 GHz.

Авторы выражают благодарность за консультации И. Ш. Ахатову и Н. А. Гумерову. Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Министерства образования и науки РФ (11.G34.31.0040) и РФФИ (проект № 11-08-00823-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Akhatov I., Gumerov N., Ohl C. D., Parlitz U., Lauterborn W.* The Role of Surface Tension in Stable Single-Bubble Sonoluminescence // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78, N. 2. P. 227–230.
2. *Fyrillas M. M., Szeri A. J.* Dissolution or growth of soluble spherical bubble // J. Fluid Mech. 1994. Vol. 277. P. 381–407.

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ О ДВУХПОТОКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПОЛНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОСТАНОВКЕ

Вшивков В.А., Ефимова А.А.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск

Данная работа посвящена исследованию теплопроводности плазмы, нагреваемой релятивистским электронным пучком. Параметры пучка и плазмы выбирались близкими к условиям экспериментов на установке ГОЛ-3 (ИЯФ СО РАН). Установка ГОЛ-3 состоит из многопробочной термоядерной ловушки открытого типа с плотной плазмой, которая по своим параметрам является субтермоядерной, и генератора сильноточного релятивистского электронного пучка (РЭП), используемого для нагрева плазмы. Одним из важных достижений последних лет в физике открытых ловушек стало обнаружение подавления продольной электронной теплопроводности на торцы установки в процессе инжекции РЭП.

Для объяснения абсолютной величины получаемой в эксперименте электронной температуры, динамики нагрева и распределения температуры по длине установки проводилось численное моделирование. Рассматривалось приближение бесстолкновительной плазмы, которая описывается системой уравнений Власова-Максвелла. Для моделирования задачи использовался метод частиц-в-ячейках (PIC-метод).

На данном этапе работы над задачей создан алгоритм и программа, позволяющая моделировать эффекты теплопроводности в плазме. Для тестирования программы рассматривалась задача о двухпотоковой неустойчивости. Известно, что электронный пучок, распространяющийся в плотной плазме, неустойчив по отношению к продольной модуляции плотности. Ионы при этом представляют собой неподвижный фон. Для нахождения гармоники с максимальным инкрементом нарастания проводился дисперсионный анализ. Рассматривалась трехмерная полная гидродинамическая постановка задачи в предположении, что движение происходит вдоль оси x. Численное моделирование показало хорошее соответствие результатов с полученным аналитическим решением.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 12-07-00065, № 11-01-00249 и инвестиционного проекта № 130.

ДИСПЕРСИОННЫЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ МЕЛКОЙ ВОДЫ ДЛЯ ОДНО- И ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Гаврилов Н.В., Гаврилова К.Н., Ляпидевский В.Ю.
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Уравнения второго приближения теории мелкой воды обычно применяются для моделирования дисперсионных эффектов при взаимодействии нелинейных волн в однородных и стратифицированных жидкостях. Уравнения типа Буссинеска широко используются в гидродинамике прибрежных вод. Их использование приводит к ряду проблем, связанных с обработкой прибрежных граничных условий и с устойчивостью численных решений, особенно для многослойных стратифицированных течения. Недавно развитые альтернативные подходы к решению проблемы симуляции нелинейных волн включают учет эффектов дисперсии в рамках гиперболических моделей [1, 2].

В работе дисперсионная гиперболическая модель применяется для изучения динамики нелинейных волн в мелкой воде. Гиперболические аналоги уравнений Грина—Нагди и Чое-Камасса получены для одно- и двухмерных течений. Устойчивые и неустойчивые волновые структуры описаны с помощью моделей второго приближения теории мелкой воды и соответствующими гиперболическими аналогами. Сравнение точных и численных решений с экспериментальными данными для внутренних волн большой амплитуды в зоне шельфа показывает эффективность дисперсионных гиперболических моделей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ Ведущих научных школ НШ-6706.2012.1, Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10-01-00338) и программы Президиума РАН № 23.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Antuono M., Liapidevskii V., Brocchini M.* Dispersive nonlinear shallow water equations // Stud. Appl. Math. 2009. V. 122. P. 1–28.

2. *Ляпидевский В.Ю., Тешуков В.М.* Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 420 с.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН КОНЕЧНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ, ЗАПОЛНЕННОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Галимзянов М.Н.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН, Уфа, monk@anrb.ru

Пусть в жидкости находится зона, заполненная смесью жидкости с пузырьками газа, ограниченная в общем случае цилиндрической поверхностью, образующая которой параллельна оси x. Рассмотрим волновые возмущения, которые могут инициироваться воздействием на систему граничным давлением (например, $p = p^0(t)$ при $x = 0$)(рис. 1).

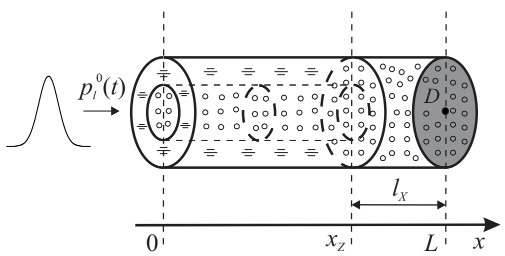

Рис. 1: Схематическое изображение расчетной области, где x_z — координата, обозначающая положение пузырьковой завесы; l_x — протяженность завесы; L — длина канала. Также показано схематическое расположение датчика D.

В рамках рассмотренной схемы исследовалось влияние протяженности пузырьковой области, начального радиуса и объемного содержания пузырьков на динамику импульсного сигнала в цилиндрическом канале, а также на степень воздействия его на твердую стенку.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фонда фундаментальных исследования ОЭММПУ РАН (ОЕ—13), Программы фонда фундаментальных исследований Президиума РАН (П—23) и Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 11-01-97004-р_поволжье_а и 11-01-00171-а)

ПРОБЛЕМЫ УСКОРЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН

Голубятников А.Н.
МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

В свое время акад. Л.И. Седовым в рамках ньютоновской механики был построен и исследован класс автомодельных решений, описывающий явление неограниченного усиления и разгона ударной волны за счет падения начальной плотности газа, но без противодавления. Эти решения позволили объяснить наличие очень быстрых частиц в солнечном ветре и космических лучах соответствующим ускорением. С учетом гравитации, детонации и эффектов теории относительности ряд аналогичных, но неавтомодельных точных решений был получен автором (1976-97) благодаря развитию метода полуобратной задачи (с определением подходящей начальной плотности), что позволило выявить многие физические явления, в частности, связанные с образованием ударных волн и последующим разлетом газа в результате гравитационного коллапса.

В данной работе этот метод постороения решений применяется как в рамках ньютоновской механики, так и в специальной теории относительности при наличии равновесного противодавления и поперечного вмороженного магнитного поля (в случае плоских волн). Уже в нерелятивистской теории мы имеем уход ударной волны на бесконечность за конечное время из-за неограниченного роста скорости звука, причем магнитное поле усиливает данный эффект. В общем случае специально исследована асимптотика приближения ударной волны к звуковой характеристике при степенном падении плотности. Физические условия, связанные с образованием разреженных прямолинейных каналов, возможно, время от времени возникают за счет магнито-гидродинамических процессов в экваториальных частях атмосфер звезд и приводят к мощным направленным выбросам сгустков плазмы.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (проекты 11-01-00051 и 11-01-00188).

МУЛЬТИСИМПЛЕКТИЧНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ДВУХВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ НАКОРЯКОВА-ПОКУСАЕВА-ШРЕЙБЕРА

Горбенко Н.И.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск

В докладе рассматривается построение разностных схем для исследования распространения и взаимодействия нелинейных солитоноподобных волн в жидкости с пузырьками газа, описываемое двухволновым уравнением Накорякова-Покусаева-Шрейбера

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}) = \alpha \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}. \tag{1}$$

Здесь c_0 - скорость звука в невозмущенной среде, c_1 - скорость звука в чистой жидкости, β - параметр дисперсии, α -коэффициент нелинейности. Уравнение (1) может быть переформулирована как система уравнений первого порядка и записана в мультисимплектичной Гамильтониановой форме

Для мульсимплектичной формулировки получена конечно–объемная разностная схема порядка $O((\triangle t)^2, h^2)$, для которой выполняются локальные законы сохранения мультисимплектичности, энергии и момента. Численные эксперименты показывают что новые схемы демонстрируют замечательную устойчивость и точность при долговременных вычислениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.*Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р.* Волновая динамика газо- и парожидкостных сред // М.: Энергоатомиздат, 1990

ОБ УПРАВЛЕНИИ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМОЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ КВАДРАТИЧНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

Гребенникова И.В.
Уральский федеральный университет, Екатеринбург, giv001@usla.ru

Рассматриваются управляемые сингулярно возмущенные системы (с малым параметром $\mu > 0$, запаздыванием h>0) :

$$M(\mu)dz/dt = A(t)z(t) + G(t)z(t-h) + B(t)u(t),$$

где $t \in T = [t_0, t_1]$, матрица $M(\mu) = diag(E_n, \mu E_m)$, E_k — единичная $k \times k$ матрица. Начальное состояние системы $z(t) = \psi(t),\ t_0 - h \le t < t_0,\ z_0 = z(t_0)$ точно неизвестно и заданы лишь ограничения $z_0 \in Z_0$, Z_0 — выпуклый компакт в R^{n+m}; $\psi(t) \in \Psi(t),\ t_0 - h \le t < t_0,\ \Psi(t)$ — заданное многозначное отображение со значениями в виде выпуклых компактов, непрерывное по t в метрике Хаусдорфа. Реализации управления $u(t),\ t \in T$ — измеримые по Лебегу функции, удовлетворяющие условию $u(\cdot) \in P$, P — слабо компактное выпуклое множество в $L_2^r(T)$. Выполнено условие экспоненциальной устойчивости для подсистемы быстрых переменных.

Рассматривается минимаксная задача управления: среди $u(\cdot) \in P$ найти $u^0 = u^0(\cdot)$, доставляющее $\varepsilon^0(t_1) = J(u^0) = \min\limits_{u(\cdot)\in P} J(u(\cdot))$,
$J(u(\cdot)) = \max\limits_{z_0 \in Z_0} \max\limits_{\psi(\cdot)\in\Psi(\cdot)} \varphi(z(t_1; u(\cdot), z_0, \psi(\cdot)))$,
где $\varphi(\cdot)$ — заданная выпуклая функция; $z(t; u(\cdot), z_0, \psi(\cdot))$ — решение исходной системы, исходящее из Z_0, при некотором $\psi(\cdot) \in \Psi(\cdot)$ и фиксированном $u(\cdot) \in P$.

Предлагаемая процедура [1] позволяет построить управляющее воздействие, доставляющее оптимальное значение с заданной степенью точности $o(\mu^k)$. Аппроксимация оптимального решения задачи существенно зависит от вида разложения $B(t)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гребенникова И.В., Кремлев А.Г.* Об итерационном методе построения оптимального управления сингулярно возмущенными системами с запаздыванием при квадратичных ограничениях // Известия Саратовского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2011. Т. 11. Вып. 3. Ч. 1. С. 8–15.

О ВОССТАНОВЛЕНИИ УПРАВЛЕНИЙ В ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Грибанова Е.И.
Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург

Рассматривается задача о восстановлении распределенных u и граничных v управлений в гиперболической системе

$$y_{tt} = L\,y + f\,u\,, \quad t \in T = [t_0, \vartheta]\,, \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n,$$

$$y(t_0, x) = y_0(x)\,, \quad y_t(t_0, x) = y_1(x)\,, \quad x \in \Omega\,,$$

$$\sigma_1\,\partial\,y/\partial\,N + \sigma_2\,y = g\,v\,, \quad t \in T\,, \quad x \in \Gamma = \partial\,\Omega.$$

Искомые управления требуется определить по результатам приближенных измерений текущих фазовых положений системы. Для решения этой некорректной задачи предлагается воспользоваться методом регуляризации Тихонова со стабилизатором, содержащим полные вариации управлений [1].

Построен регуляризирующий алгоритм решения задачи, который в отличие от традиционных подходов позволяет получить поточечную сходимость, сходимость в среднеквадратичном, сходимость вариаций и кусочно-равномерную сходимость регуляризованных приближений. Указан и обоснован способ построения минимизирующих последовательностей функционала Тихонова, выполнена конечномерная аппроксимация задачи. Приведены серии вычислительных экспериментов. Работа продолжает исследование [2].

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН "Фундаментальные проблемы нелинейной динамики в математических и физических науках" при поддержке УрО РАН (проект 12-П-1-1009) и поддержана грантом РФФИ (проект 11-01-00073).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vasin V.V., Korotkii M.A.* Tikhonov regularization with nondifferentiable stabilizing functional // J. of Inv. and Ill-Posed Problems. 2007. Vol. 15, № 8. P. 853–865.

2. *Короткий А.И., Грибанова Е.И.* Восстановление управлений в гиперболических системах методом Тихонова с негладкими стабилизаторами // Тр. ИММ УрО РАН. 2011. Т. 17. N. 1. С. 99–108.

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ДВУХФАЗНЫХ ПАРОГАЗОЖИДКОСТНЫХ СРЕДАХ

Губайдуллин Д.А.

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, г. Казань

Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований волновой динамики двухфазных парогазожидкостных систем. Развита линейная теория распространения волн в парогазовых смесях с полидисперсными каплями и частицами при учете фазовых превращений. Показано, что распространение гармонических волн разной геометрии определяется едиными дисперсионными соотношениями. Изучены асимптотики коэффициента затухания возмущений при высоких и малых частотах. Установлено, что наличие загрязняющих примесей (твердых частиц) существенно влияет на динамику слабых волн в воздушных туманах, что необходимо учитывать при развитии методов акустической диагностики двухфазных сред. Проведено сравнение теории с известными опытными данными. Развита теория распространения слабых волн в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми пузырьками и пузырьками инертного газа с фазовыми превращениями. Представлены математические модели, получены волновые уравнения и дисперсионные соотношения. Для случая двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия или углекислого газа рассчитаны дисперсионные кривые. Обнаружено, что замена части паровоздушных пузырьков в монодисперсной пузырьковой смеси с фазовыми переходами на пузырьки с инертным гелием может приводить к существенному увеличению затухания волн в низкочастотной области частот. Выполнено сравнение теории с известными экспериментальными данными.

Приведены результаты теоретического и экспериментального изучения продольного и радиального дрейфа одиночных частиц в закрытой и полуоткрытой трубе как внутри, так и во внешнем волновом поле при вынужденных продольных колебаниях газа. Предложена диаграмма влияния частоты и отношения невозмущенной плотности несущей фазы к плотности включения на направление дрейфа. Экспериментально изучены продольные нелинейные колебания мелкодисперсного аэрозоля и эффект его ускоренной коагуляции и осаждения в закрытой и полуоткрытой трубах в ударном и безударном режимах. Представлены результаты численного моделирования поведения аэрозоля в нелинейном волновом поле закрытого плоского канала выполненные в рамках двухскоростной, двухтемпературной модели двухфазной среды.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ

Гущин В.А., Матюшин П.В.
Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Для решения системы уравнений Навье-Стокса, описывающих 2D и 3D течения несжимаемой вязкой жидкости, используется Метод расщепления по физическим факторам для несжимаемой жидкости (МЕРАНЖ) с явной гибридной конечноразностной схемой (второй порядок аппроксимации по пространственным переменным, минимальная схемная вязкость и дисперсия, работоспособность в широком диапазоне безразмерных параметров задачи, монотонность), построенной на основе модифицированной схемы с центральными разностями и модифицированной схемы с ориентированными разностями с локальным условием переключения, зависящим от знаков скорости, первой и второй разностей (производных) в каждом из рассматриваемых координатных направлений [1]. Расчеты проводятся на суперкомпьютерах. Численный метод МЕРАНЖ был с успехом применен для решения различных задач: 2D течения со свободной поверхностью [1]; ламинарно-турбулентный переход на 2D круговом цилиндре и сфере; 3D отрывные течения как однородной, так и стратифицированной несжимаемой вязкой жидкости около сферы [2] и круглого цилиндра; воздухо-, тепло- и массоперенос в чистых производственных помещениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 10–01–92654, 11–01–00764, 12–01–92690) и программ фундаментальных исследований Президиума РАН и ОМН РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белоцерковский О.М., Гущин В.А., Коньшин В.Н.* Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // ЖВМ и МФ. 1987. Т. 27. N. 4. С. 594–609.
2. *Гущин В.А., Матюшин П. В.* Математическое моделирование и визуализация трансформации вихревой структуры течения около сферы при увеличении степени стратификации жидкости // ЖВМ и МФ. 2011. Т. 51. N. 2. С. 268–281.

НЕСТРУКТУРИРОВАННЫЕ СЕТКИ В МОДЕЛИРОВАНИИ БИОИМПЕДАНСНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Данилов А.А., Саламатова В.Ю.
Институт вычислительной математики РАН, Москва
Научно-образовательный центр Института вычислительной математики РАН, Москва

Биоимпедансный анализ состава тела человека применяется в медицине для характеристики гидратации тела, оценки жировой, мышечной массы и других значимых параметров состояния организма [1]. Электропроводность органов и тканей различна, что позволяет оценивать состав тела человека с помощью измерений полного электрического сопротивления (импеданса) тела переменному току низкой интенсивности. Численное моделирование распределения электрического потенциала в неоднородной среде может быть использовано для обоснования применяемых методик измерений, основанных на предположении об упрощенной цилиндрической форме тела, и развития новых методов и электродных схем измерения.

В работе предложены методы и алгоритмы численного моделирования биоимпедансных измерений с использованием неструктурированных сеток. Описаны основные этапы построения высокоразрешающей трехмерной геометрической модели тела человека и моделирования биоимпедансных измерений [2]. Выполнены расчеты полей тока и потенциала для ряда схем измерений, применяемых в биоимпедансном анализе и реографии, проведен анализ результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы и гранта РФФИ 11-01-00971-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Николаев Д.В., Смирнов А.В., Бобринская И.Г., Руднев С.Г.* Биоимпедансный анализ состава тела человека. М.: Наука, 2009. 392 с.
2. *Василевский Ю.В., Данилов А.А., Николаев Д.В., Руднев С.Г., Саламатова В.Ю., Смирнов А.В.* Конечно-элементный анализ задач биоимпедансной диагностики // Ж. Выч. Мат. и Мат. Физ. 2012. Т. 52. N. 4. С. 733–745.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АТЕРОСКЛЕРОЗА НА КРОВОТОК

Добросердова Т.К.
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Москва

Описать влияние атеросклеротических бляшек на кровоток можно, совместно используя модель глобального кровообращения и волоконно-пружинную модель атеросклеротической стенки сосуда.

Первая основана на системе уравнений в частных производных [1]: уравнениях сохранения массы и импульса, а также зависимости трансмурального давления от поперечного сечения сосуда. Для здоровых артерий и вен используется эмпирическая функция, для сосудов с атеросклерозом она рассчитывается с использованием пружинно-волоконной модели.

Атеросклеротическая бляшка имеет трехслойную структуру: сама стенка сосуда, липидное ядро и фиброзный покров. Первый и третий слои моделируются набором волокон с некоторыми свойствами, липидное ядро — набором пружинок, жесткость которых определяется из решения задачи о деформации несжимаемого изотропного упругого цилиндра [2]. С помощью описанной трехслойной структуры вычисляется изменение площади поперечного сечения при изменении трансмурального давления.

Использование полученной функции в модели глобального кровообращения позволяет учесть наличие одной или нескольких атеросклеротических бляшек и сравнить параметры течения крови до их появления и после во всех сосудах.

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных исследований, грант 11-01-00855.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Симаков С. С., Холодов А. С., Евдокимов А. В.* Методы расчета глобального кровотока в организме человека с использованием гетерогенных вычислительных моделей. // В сб.: Медицина в зеркале информатики. — М.: Наука, 2008. — С. 145 — 170.
2. *Y. Vassilevski, S. Simakov, V. Salamatova, Y. Ivanov, T. Dobroserdova.* Vessel wall models for simulation of atherosclerotic vascular networks. // Math. Model. Nat. Phen. 2011. Volume 6, Issue 07, pp. 82 — 99

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТА ФИЛЬТРАЦИИ МЕТОДАМИ ЛЕВЕНБЕРГА-МАРКВАРДТА С УЧЁТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Елесин А.В., Кадырова А.Ш.
Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, Казань

Рассматривается задача идентификации коэффициента фильтрации по замерам напора в наблюдательных точках в условиях стационарной напорной однофазной фильтрации жидкости, подчиняющейся закону Дарси. Стандартным методом решения задачи является определение значений идентифицируемых параметров из минимума функции невязки [1], которая, как правило, имеет овражную структуру. Для её минимизации широко используются различные варианты метода Левенберга-Марквардта [1, 2].

Предлагаются модификации метода Левенберга-Марквардта, учитывающего сравнительную информацию о значениях идентифицируемых параметров, полученную по результатам геофизических и геологических исследований. Особенностью предлагаемых методов является сохранение упорядоченности параметров в течение всего процесса минимизации. При построении алгоритмов используются запасы чувствительности переменных минимизации.

Предлагаемые методы протестированы при численном решении модельных задач идентификации коэффициента фильтрации. Учёт априорной сравнительной информации о значениях идентифицируемых параметров позволил сократить вычислительные затраты и при решении задач с погрешностями в замерах напора получить итоговые значения коэффициента фильтрации более близкие к истинным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sun N.-Z.* Inverse problems in groundwater modeling. Dordrecht: Kluwer Acad., 1994.
2. *Елесин А.В., Кадырова А.Ш., Мазуров П.А.* Двухшаговый метод Левенберга-Марквардта с учетом априорной сравнительной информации в задаче идентификации коэффициента фильтрации // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. N. 1. С. 32–37.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ КОЛЬЦА ЛИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

Жибер А.В.

Институт математики с ВЦ УНЦ РАН, Уфа

Основополагающие идеи в изучении проблемы интегрирования уравнений в частных производных гиперболического типа восходят к классическим работам Лапласа, Лиувилля, Ли, Дарбу, Гурса.

В работе рассматриваются кольца Ли характеристических векторных полей для уравнений в частных производных [1]. Понятие характеристического векторного поля для гиперболических уравнений впервые ввел в рассмотрение Э. Гурса в известной работе [2]. Важной вехой в формировании этого подхода послужила работа [3]. В докладе обсуждаются возможные приложения этого понятия в задачах классификации интегрируемых уравнений гиперболического типа с большим чем три числом характеристических направлений. А также к уравнениям эволюционного типа и к обыкновенным дифференциальным уравнениям. В качестве примеров рассмотрены известные в математической физике модели, такие как система уравнений генерации второй гармоники, уравнение Кортевега-де Фриза, уравнений Бюргерса, первое уравнение Пенлеве. Отметим, что характеристические кольца Ли уравнения Пенлеве

$$u_{yy} = 6u^2 + y$$

определяются через гиперболическую систему вида

$$p_{xy} = q_x, \quad q_{xy} = 6p_x^2 + y.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ гранты 11-01-97005-р-поволжье-а, 10-01-00088-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гюрсес М., Жибер А.В., Хабибуллин И.Т.* Характеристические кольца Ли дифференциальных уравнений // УМЖ. 2012. Т. 4. N. 1. С. 53–62.
2. *Goursat E.* Recherches sur quelques équations aux dérivées partielles du second ordre. Annales de la faculte des Sciences de J'Universite de Toulouse 2^e série. Tome 1. N. 1. PP. 31–78.
3. *Шабат А.Б., Ямилов Р.И.* Экспоненциальные системы типа I и матрицы Картана. Уфа: Препринт БФАН СССР, 1981. 23 с.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРИРУЕМЫЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ИНТЕГРАЛАМИ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКА

Жибер А.В., Костригина О.С.
Институт математики с ВЦ УНЦ РАН, Уфа
Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

Известно, что симметрийный подход для решения проблемы классификации интегрируемых нелинейных гиперболических систем уравнений

$$u_{xy} = F(u, u_x, u_y) \ (u^i_{xy} = F^i, \ i = 1, 2, \ldots, n) \tag{1}$$

даже в простейших ситуациях приводит к серьезным техническим трудностям.

В предлагаемой работе для решения классификационной задачи используется метод, связанный с характеристической алгеброй Ли (см., например, [1], [2], [3]). Отметим, что идеи этого алгебраического подхода были предложены в классических работах Гурса, Вессио и других авторов.

В настоящей работе описаны системы уравнений (1) обладающие полным набором интегралов первого и второго порядка, а также построены их общие решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 08-01-00440-а, № 09-01-92431-КЭ-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лезнов А.Н., Смирнов В.Г., Шабат А.Б.* Группа внутренних симметрий и условия интегрируемости двумерных динамических систем. // Теоретическая и математическая физика. 1982. Т. 51, N. 1. С. 10–21.

2. *Жибер А.В., Мукминов Ф.Х.* Квадратичные системы, симметрия, характеристичекие и полные алгебры. // Задачи математической физики и ассимптотика их решений: сборник научных трудов БНЦ УрО АН СССР. Уфа. 1991. С. 14–32.

3. *Жибер А. В., Костригина О. С.* Характеристические алгебры нелинейных гиперболических систем уравнений // Журнал Сибирского федерального университета. Математика и физика. 2010. Т. 3. N. 2. С. 173–184.

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ФРАГМЕНТА КОНСТРУКЦИИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Журавлев А.Б.

ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва

В работе рассматриваются особенности реализации конечно-элементного расчета напряженно-деформированного состояния сложной контактной системы диска компрессора ГТД (газотурбинного двигателя) с системой лопаток, связанных бандажной полкой.

Для расчета использовался пакет программ SolidWorks [1]. В докладе подробно рассмотрены основные этапы процесса решения: задание сложной трехмерной геометрии, генерации сеток в подобластях и задание входной информации о конечно-элементной модели, включая распределение аэродинамической нагрузки, варианты контактных условий и данные о свойствах материалов.

Существенным элементом описываемой методики является переход от анализа конструкции в целом на грубых сетках к рассмотрению фрагмента конструкции – сектора диска с одной лопаткой – на измельченной сетке. Такой переход был осложнен проблемой определения условий на «обрезающих» (искусственных) граничных плоскостях, отделяющих соседние однотипные фрагменты. Рассмотрены варианты задания условий сопряжения на таких границах и их влияние на результаты расчета.

Фрагментация позволила снизить количество элементов до 10^5 при сильном сгущении сетки к углам выреза под лопатку (размер прилегающих элементов по отношению к периферийным составлял порядка 10^{-3}) и добиться приемлемых затрат машинного времени на расчет варианта.

Результаты расчетов использовались в качестве входных данных для реализации методики расчета процессов усталостного разрушения и оценки долговечности данного элемента конструкции ГТД [2].

Работа выполнена в рамках ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы, а также проектов РФФИ 12-08-00366-а, 12-08-01260-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Куприков М.Ю., Маслов Ю.В., Хотина Г.К., Никишина Л.Б.* Твердотельное моделирование деталей в среду геометрического моделирования SolidWorks. М.: "МАИ-ПРИНТ", 2009.

2. *Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С.* Модели многоосного усталостного разрушения и оценка долговечности элементов конструкций // Изв. РАН, МТТ, 2011. N. 6. C. 22–33.

КОЛЕБАНИЯ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ, КОНТАКТИРУЮЩЕЙ С ГАЗОВОЙ СРЕДОЙ

Зарипов Д.М.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова, Уфа

В природе и технике имеется множество примеров динамического взаимодействия тонких пластинчатых элементов и окружающей газовой (воздушной) или жидкой среды. При этом существенным является наличие среднего движения среды вдоль поверхности пластины. Этому вопросу посвящена большая литература (например, [1], [2]). Однако случай весьма тонких пластин при высокочастотном возбуждении, насколько известно, изучен недостаточно. Этот случай имеет ряд особенностей.

Рассматриваются колебания и волны в пластине, контактирующей с газовой средой. Предполагается, что частоты возбуждения находятся в ультразвуковом диапазоне, толщина пластины мала и ее отношение к длине полуволны не более одной пятой. Строится модель, основанная на теории Тимошенко изгиба пластины и на первом приближении реакции со стороны акустической среды. Изучена динамика пластины конечной и полубесконечной протяженности, оценены порядки входных безразмерных параметров.

Сравнение решений по моделям Кирхгоффа и Тимошенко позволяет определить сочетание параметров, когда эти решения близки и когда значительно расходятся. Значения скоростей распространения и длин волн различаются ввиду различной природы уравнений движения по этим моделям, а амплитуды волн — из-за различий в выражениях силовых факторов, применяемых в граничных условиях. Например, разница в два раза в значениях амплитуд бегущих волн в полубесконечной пластине обусловлена различными выражениями изгибающих моментов в условиях на кромке пластины (при ненулевом значении ускорения).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bisplinghoff R.L., Ashley H.* Principles of aeroelasticity. New York – London: Willey, 1962. 527 p.
2. *Dowell E.H., Ilgamov M.* Studies in nonlinear aeroelasticity. New York – London – Paris – Tokyo: Springer Verlag, 1988. 455 p.

О НЕКОТОРЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Казаков А.Л., Лемперт А.А.

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск

Математическое исследование задач фильтрации [1] актуально в связи с наличием многочисленных приложений. Уравнение нелинейной фильтрации в случае степенной зависимости коэффициента фильтрации от плотности является объектом рассмотрения в данной работе. Для него исследуется задача о распространении возмущения по нулевому фону. При этом, поскольку искомая функция обращается в нуль, коэффициент перед старшими производными также зануляется, и параболический тип уравнения вырождается. Вследствие этого параболическое уравнение приобретает свойства, присущие гиперболическим. Впервые подобное свойство для нелинейных тепловых волн было обнаружено еще Я.Б. Зельдовичем [2]. Для задач фильтрации близкие результаты получил Г.И. Баренблатт [1].

В работе доказаны новые теоремы существования и единственности решений рассмотренной задачи в классе аналитических функций, при этом коэффициенты рядов вычисляются рекуррентно, что позволяет применять построенные ряды для проведения расчетов и тестирования численных методик. Проведенное исследование развивает научные результаты, полученные А.Ф. Сидоровым и его учениками [3] начиная с 80-х годов прошлого столетия.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проект 11-07-00245.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 220 с.

2. *Зельдович Я.Б., Компанеец А.С.* К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры // В кн.: Сборник, посвященный 70-летию А. Ф. Иоффе. М.: Изд-во АН СССР, 1950. С. 61–71.

3. *Сидоров А.Ф.* Избранные труды: Математика. Механика. М.: Физматлит, 2001. 576 с.

НЕГОМЭНТРОПИЧЕСКОЕ СХЛОПЫВАНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ПОЛОСТИ

Кожанов В.С.

Саратовский госуниверситет им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов

Изучаются автомодельные решения задачи о схлопывании одномерной (цилиндрической или сферической) полости в идеальной сжимаемой жидкости с показателем политропы γ. Рассматриваются две стадии процесса: непосредственно схлопывание и течение после схлопывания, включающее возникновение в момент фокусировки в центре отражённой ударной волны (УВ) и её распространение.

Решение строится в предположении, что в малой окрестности центра фокусировки течение не является гомэнтропическим, как это следует из результатов [1, 2]. Проводится сравнение с результатами, полученными в рамках традиционного подхода, в соответствии с которым течение сохраняет свойство гомэнтропии ($s = s_0 = \text{const}$) на всех стадиях процесса (на УВ s_0 меняется скачком одинаково для всех частиц). Установлено, что для случая автомодельных движений ключевым фактором, определяющим режим течения, является профиль начальной плотности жидкости $\rho_0 = ar^{w/\alpha}$ (r – координата, α – показатель автомодельности, $a, w = \text{const}$). Для гомэнтропических течений неизбежно $w = w_h = -2(1-\alpha)/(\gamma-1)$, т.е. на начальное распределение ρ_0 неявно накладывается ограничение.

Для режимов с $w = 0$ и $w = w_h$ движения с ускоряющейся границей ($\alpha < 1$) имеют место при $\gamma_1 < \gamma$ (в цилиндрическом случае $\gamma_1 = 2$, а в сферическом – $\gamma_1 = 3/2$).

Расчёты проведены для большого набора значений γ. Отмечается, что для двух режимов наиболее существенные отличия в распределении имеют плотность и энтропия. При этом для режима с $w = 0$ энтропия принимает экстремально высокие значения на границе полости. В поведении скорости частиц и давления качественное и количественное различие не существенно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баутин С.П.* Схлопывание одномерной полости // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 1. С. 50–59.

2. *Баутин С.П.* Одномерное истечение газа в вакуум // Численные методы механики сплошной среды: Сб. науч. тр. – Новосибирск: Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1983. Т. 14. № 4. С. 3–20.

ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ КАНАЛОВ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОГО АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ПРИРОДНО-ТЕХНОГЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Козодеров В.В., Кондранин Т.В., Дмитриев Е.В., Егоров В.Д., Борзяк В.В.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва
Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный Московской обл.
Институт вычислительной математики РАН, Москва

Данные гиперспектрального аэрокосмического зондирования (сотни спектральных каналов в области от 400 нм до 1000 нм) позволяют использовать тонкую структуру регистрируемых спектров для повышения информационного содержания обрабатываемых изображений. Имея спектральное разрешение около одного нм в коротковолновых каналах и 5–10 нм в длинноволновых каналах, эти данные содержат информацию о линиях и полосах поглощения излучения в указанной области спектра различными соединениями атмосферы и земной поверхности. Вместе с тем, большое число спектральных каналов усложняет проблему классификации природно-техногенных объектов по данным гиперспектрального зондирования, так как данные этих каналов могут быть линейно или нелинейно зависимы. Следствие взаимной зависимости каналов - неустойчивость решаемых систем алгебраических уравнений, относящихся к разным каналам и обучающим пикселям, которые характеризуют выбранные классы объектов. Возникает необходимость обоснования оптимального числа каналов, способствующих решению задачи распознавания указанных объектов с обоснованной точностью. Требуется выделить определенный набор этих объектов на обрабатываемом гиперспектральном изображении путем представления всего множества измерительных данных в виде, удобном для визуализации пространственного распределения зарегистрированных пикселей, провести оконтуривание выделенных объектов с расчетом средних спектров и их изменчивости в пределах этих контуров и осуществить обучение используемого классификатора по соответствующей тестовой выборке. Итогом реализации перечисленных этапов обработки гиперкубов данных (две пространственные координаты и длина волны) является распознавание выделенных классов природно-техногенных объектов путем экстраполяции обучающих данных на все пиксели обрабатываемого гиперспектрального изображения.

Отрабатывается алгоритмическое и программное обеспечение распознавания объектов на двух смежных сценах гиперспектрального самолетного зондирования выбранной тестовой территории с различием во времени снимаемых сцен в переделах 15 минут. Результаты обучения классификатора на одном самолетном треке используются для распознавания этих же объектов на другом треке. При выборе оптимального набора каналов применяется метод последовательного дополнения для уменьшения полной вероятности ошибки классификации объектов. В процессе реализации разрабатываемого подхода для отдельных классов объектов обрабатываемых сцен демонстрируются результаты обоснования наиболее информативных каналов. В иллюстрируемых примерах используются: все обучающие выборки; выборки только для основных объектов сцены; приложения метода наиближайшего соседа для поиска оптимальных длин волн.

Исследования проводятся при финансовой поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы и грантов РФФИ 11-07-00382, 11-07-12006-офи-м.

ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИФФУЗИИ ПРИ РАДИАЦИОННОМ ОБЛУЧЕНИИ В МЕТАЛЛАХ

Колосков В.М., Короткий А.И., Субботин Ю.Н., Черных Н.И.
Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург

Описание диффузионных процессов в металлах при радиационном облучении быстрыми нейтронами сопровождается формированием направленных потоков неравновестых точечных дефектов к структурным стокам и встречным потоком атомов (обратный эффект Киркендалла), который изменяет исходное концентрационное распеределение в сплаве.

Использование уравнения диффузии для описания эволюции концентрационных полей в материале требует учета как генереции, так и стока точечных дефектов, что налагает необходимость структурирования диффузионной зоны при модельном описании и включения соответствующих слагаемых в уравнение.

При моделировании физического механизма генерация точечных дефектов и их рекомбинация на структурных стоках определяется формулировкой модели и свойствами металлов. Для корректного описания диффузионных процессов необходим переход от лабораторной системы отсчета в систему отсчета центра масс. При этом оказывается рациональным выделение быстрой релаксационной системы (концентрации неравновесных точечных дефектов) как самостоятельного члена, определяемого собственным диффузионным уравнением.

Прототипом рассматриваемого здесь подхода была модель дырочного газа, реализованая в 70-х годах К.П.Гуровым для описания процессов взаимной диффузии в металлах.

Нами реализована модель описания эволюции концентрационных полей бинарного сплава в объеме зерна поликристалла при радиационном облучении быстрыми нейтронами.

Использовались основные представления теории дырочного газа [1] для диффузионных констант и введения конвективной скорости течения материала, как инструмента учета направленного потока неравновесных вакансий и перехода в систему центра масс.

Полученные уравнения для потков компонентов бинарного сплава позволили в аналитическом виде записать стационарные решения и временные характеристики эволюции нестационарного профиля концентраций к стационарному состоянию.

Для изучения поведения распределения нестационарных концентрационных полей разработаны аналитические и численные методы, учитывающие специфику задачи.

Определены на различных временных интервалах текущие концентационные и временные характеристики процесса эволюции концентрационного состава.

Полученные результаты служат обоснованием диффузионной концепции продления ресурсов материала оболочек твэлов реактора на быстрых нейтронах (БР) [2]. Численные расчеты позволяют классифицировать по соотношению диффузионных подвижностей перспективные составы сталей и сплавов для материалов оболочек твэлов БР.

Предложенная схема описания и численного моделирования может быть расширена на учет радиационно стимулированных изменений морфологии диффузионной зоны (объема зерна), при структурных и фазовых превращениях и эволюции концентрационного состава, обусловленных обратным эффекоме Киркендалла.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных научных исследований Отделения математических наук РАН "Современные проблемы алгебры, топологии многообразий и функциональных пространств, теории функций и приложения" при поддержке Президиума УрО РАН (проект 12-Т-1-1003/5) и поддержана РФФИ (проекты 11-01-00073, 11-01-00347).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гуров К.П.* К теории диффузионной подвижности и электропереноса в металлах и металлических твердых растворах // Физика металлов и металловедение. 1961. Т. 11. Вып. 4. С. 496–506.

2. *Короткий А.И., Колосков В.М., Субботин Ю.Н., Черных Н.И.* Концепция повышения ресурсных характеристик материала оболочек твэлов быстрого реатора на основе диффузионных критериев // Труды восьмой международной конференции "Ядерная и радиационная физика"(Казахстан, Алматы, 20-23 сентября 2011 г.). Алматы: Институт ядерной физики НЯЦ РК. 2011. С. 80–84.

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ СТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Короткий А.И.

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург

В прямоугольной области Ω изучается установившееся распределение тепла, образовавшееся под действием некоторых внешних и внутренних тепловых режимов. На боковых границах Γ_0 области Ω выполняются условия теплоизолированности, на верхней Γ_2 и нижней Γ_1 границах области Ω известны температуры.

В прямой задаче требуется найти распределение температуры внутри области Ω. В обратной задаче требуется найти распределение температуры на границе Γ_1, когда известны температура и поток тепла на границе Γ_2:

$$\nabla \cdot (\, k(T)\, \nabla T\,) = \vec{u} \cdot \nabla T + f, \quad x \in \Omega,$$

$$\partial T / \partial \vec{n} = 0, \quad x \in \Gamma_0 \subset \Gamma = \partial \Gamma,$$

$$T = w, \quad k\, \partial T / \partial \vec{n} = \varphi, \quad x \in \Gamma_2 \subset \Gamma,$$

$$T = v = ?, \quad x \in \Gamma_1 \subset \Gamma.$$

Хорошо известно, что прямая задача поставлена корректно, обратная задача некорректна [1]. Обратная задача решается методами Ландвебера [1], Ньютона-Канторовича [2] и Левенберга-Марквардта [2]. Решение обратной задачи существенно опирается на прямую задачу. Описываются алгоритмы регуляризации, приводятся и сравниваются результаты численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке Программы межрегиональных и межведомственных фундаментальных исследований УрО РАН (проект 12-С-1-1001) и поддержана РФФИ (проект 11-01-00073).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.
2. *Васин В.В., Еремин И.И.* Операторы и итерационные процессы фейеровского типа (теория и приложения). Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ КОЛЬЦА ЛИ УРАВНЕНИЯ ПЕНЛЕВЕ III

Кострыгина О.С.
ФГБОУ ВПО "Уфимский государственный авиационный технический университет", Уфа

Рассматриваются кольца Ли характеристических векторных полей уравнения Пенлеве III

$$xpp_{xx} = xp_x^2 - pp_x + \delta x + \beta p + \alpha p^3 + \gamma x p^4, \tag{1}$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — комплексные числа.

Уравнение (1) можно записать в виде системы уравнений

$$p_x = q, \quad xpq_x = xq^2 - pq + \delta x + \beta p + \alpha p^3 + \gamma x p^4$$

или, полагая

$$p = u_y, \quad q = v_y$$

будем иметь

$$u_{xy} = v_y, \quad xu_y v_{xy} = xv_y^2 - u_y v_y + \delta x + \beta u_y + \alpha u_y^3 + \gamma x u_y^4. \tag{2}$$

$X-$ и $Y-$характерстические кольца Ли системы гиперболических уравнений (2) (см. [1, 2]) будем называть характеристическими кольцами Ли исходного уравнения (1).

В работе исследованы кольца Ли системы уравнений (2), а также при помощи их образующих построены высшие симметрии Ли-Беклунда этой системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 11-01-97005-р_поволжье_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *O.S. Kostrigina and A.V. Zhiber.* Darboux-integrable two-component nonlinear hyperbolic systems of equations // J. Math. Phys. 2011. V. 52, Pp. 1–32.
2. *Жибер А.В., Кострыгина О.С.* Характеристические алгебры нелинейных гиперболических систем уравнений // Журнал Сибирского федерального университета. Математика и физика. 2010. Т. 3. N. 2. С. 173–184.

ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РАСЧЕТА ГЛОБАЛЬНОЙ ГЕМОДИНАМИКИ ЧЕЛОВЕКА

Крамаренко В.К.
Московский физико-технический институт (государственный университет)

Программно-аппаратный комплекс состоит из математических моделей глобального кровообращения, эластичной стенки сосуда и графического интерфейса к ним[1]. Модель глобального кровообращения основана на законах сохранения массы и импульса для вязкой несжимаемой жидкости, а кровеносная система в ней преставлена замкнутым графом сосудов. В модели эластичной стенки сосуда артерии и вены представляются набором волокон с заданными свойствами. Эти модели позволяют рассчитывать кровоток с учетом эластичных свойств каждого сосуда[2].

Интерфейс предназначен для сложных операций с трехмерной моделью глобальной системы кровотока. Он реализован на основе мультисенсорной панели с использованием управления касаниями пальцев. Базой для программы был выбран графический редактор Blender. Эта программа с открытым кодом, предназначенная для всевозможных манипуляций с трехмерными моделями.

Создан комплекс, при помощи которого в сосудистой системе можно учесть наличие имплантантов (кава-фильтров, стентов) или патологий (атеросклеротических бляшек).Их положение на модельном графе и параметры задаются в редакторе с помощью касаний на мультисенсорной панели, после чего эти данные передаются в расчетные модули.

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных исследований, грант 11-01-00855, ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Y. Vassilevski,S. Simakov,S. Kapranov.* A multi-model approach to intravenous filter optimization. // M. Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng. 2010; 26:915-925

2. *Y. Vassilevski, S. Simakov, V. Salamatova, Y. Ivanov, T. Dobroserdova.* Vessel wall models for simulation of atherosclerotic vascular networks. // Math. Model. Nat. Phen. 2011; 6(7):82-99

НЕЛИНЕЙНЫЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА N-ГО ПОРЯДКА

Кузнецова М.Н.

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

В настоящей работе рассматриваются нелинейные гиперболические уравнения

$$u_{xy} = f(x, y, u, u_x, u_y). \tag{1}$$

На сегодняшний день известно, что при исследовании интегрируемости нелинейных гиперболических уравнений важную роль играют инварианты Лапласа линеаризованного уравнения

$$v_{xy} - f_{u_x} v_x - f_{u_y} v_y - f_u v = 0. \tag{2}$$

В статье [1] найдены общие формулы, позволяющие в терминах инвариантов Лапласа описать высшие симметрии, а также была предложена процедура нахождения общего решения уравнения лиувиллевского типа, основанная на применении инвариантов Лапласа. В работе [2] были описаны пары нелинейных гиперболических уравнений вида (1), линеаризации которых связаны преобразованием Лапласа первого и второго порядков.

В настоящей работе проведена классификация нелинейных уравнений вида (1), линеаризации которых связаны преобразованием Лапласа n-го порядка, $n > 2$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ гранты 11-01-97005-р-поволжье-а, 10-01-00088-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жибер А.В., Соколов В.В.* Точно интегрируемые гиперболические уравнения лиувиллевского типа // УМН. 2001. Т. 56. N. 1(337). С. 63–106.
2. *Кузнецова М.Н.* Преобразование Лапласа и нелинейные гиперболические уравнения // УМЖ. 2009. Т. 1. N. 3. С. 87–96.

АСИММЕТРИЧНОЕ ШИФРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА NTRUEncrypt

Кулагина Ю.А., Крыжановская Ю.А.

Воронежский Государственный Университет, Воронеж, jak@mail.ru

NTRU [1] представляет собой криптографическую систему с открытым ключом, причем скорость работы алгоритма сравнима с симметричным шифрованием. Существует два алгоритма, основанных на NTRU: NTRUEncrypt и NTRUSign.

В данной работе рассматривается алгоритм NTRUEncrypt, его уязвимости и наиболее успешные атаки. Основным результатом является программа на языке Java, реализующая шифрование заданного сообщения с помощью алгоритма NTRUEncrypt с возможностью последующего восстановления. В качестве вспомогательных алгоритмов были использованы расширенный алгоритм Евклида, алгоритм Шёнхаге-Штрассена [2], SHA-1 и IGF-2. Готовая программа представляет собой подключаемую библиотеку jar. Для использования данной библиотеки необходима установленная jre версии 7 и выше.

Также рассмотрены наиболее удачные параметры шифрования для алгоритма NTRUEncrypt (использование рекомендованных параметров является обязательным), показана вероятность того, что полином не будет иметь обратного, а также рассмотрены основные "чёрные ходы" алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. NTRU Cryptosystems's technical website http://www.securityinnovation.com/cryptolab/
2. *Fürer M.* Faster integer multiplication // STOC 2007 Proceedings. 2007. P. 57–66.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТОЙЧИВО СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Курбацкая Л.И., Курбацкий А.Ф.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск

Разработана улучшенная математическая модель устойчиво стратифицированного пограничного слоя, корректно учитывающая не только воздействие плавучести в вихревых коэффициентах диффузии импульса и тепла, но и эффект внутренних гравитационных волн на перенос импульса в условиях сильной термической стратификации. Три параметра полностью анизотропной алгебраической модели потоков импульса и тепла - кинетическая энергия турбулентности, ее диссипация и дисперсия температурных флуктуаций - находятся из решения дифференциальных уравнений переноса [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН №4 и Отделения математических наук РАН №3, Интеграционного проекта СО РАН по фундаментальным исследованиям №132.

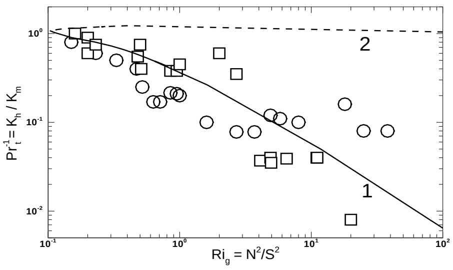

Рис. 1: Обратное турбулентное число Прандтля, как функция градиентного числа Ричардсона. Результаты численного моделирования: 1 - с учетом эффекта внутренних гравитационных волн(ВГВ); 2 - без учета ВГВ. Символы - данные измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И.* Эффективность вихревого перемешивания в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое // ПМТФ. 2011. Т.52. N.6. С. 43–49.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Лекомцев А.В.

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина, Екатеринбург, lekom@olympus.ru

Рассмотрим двумерное уравнение теплопроводности с эффектом последействия

$$\frac{\partial u(x,y,t)}{\partial t}=a^2\left[\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2}\right]+f(x,y,t,u(x,y,t),u_t(x,y,\cdot)),$$

$$t\in[0,T],\ x\in[0,X],\ y\in[0,Y],$$

с краевыми условиями

$$u(0,y,t)=\gamma_1(y,t),\ u(X,y,t)=\gamma_2(y,t),\ y\in[0,Y],\ t\in[0,T],$$

$$u(x,0,t)=\gamma_3(x,t),\ u(x,Y,t)=\gamma_4(x,t),\ x\in[0,X],\ t\in[0,T],$$
$$u(x,y,s)=\varphi(x,y,s),\ x\in[0,X],\ y\in[0,Y],\ s\in[-\tau,0].$$

Здесь x, y, t – независимые переменные, $u(x,y,t)$ – искомая функция, $u_t(x,y,\cdot)=\{u(x,y,t+s),\ -\tau\le s<0\}$ – функция-предыстория искомой функции к моменту t, $\tau>0$ – величина запаздывания.

Существование и единственность решения данной задачи рассматривались в [1]. В работе конструируется аналог метода переменных направлений. Для получения теорем о сходимости и устойчивости метода используется аппарат абстрактных схем с последействием, ранее разработанный в [2], и методы исследования устойчивости двухслойных разностных схем [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-01-00377).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wu J.* Theory and Applications of Partial Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1996. 429 p.
2. *Пименов В.Г.* Общие линейные методы численного решения функционально-дифференциальных уравнений // Дифф. уравнения. 2001. Т. 37, № 1. С. 105–114.
3. *Самарский А.А.* Теория разностных схем, 3-е изд. М.: Наука, 1989. 616 с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ДИФФУЗИИ-КОНВЕКЦИИ ДВУХШАГОВЫМИ ИТЕРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

Мартынова Т.С.
ЮГИНФО ЮФУ, Ростов-на-Дону

Рассматривается стационарная задача конвекции-диффузии в несжимаемой среде и ограниченной области Ω:

$$-Pe^{-1}\triangle u+\frac{1}{2}\left[v_1\frac{\partial u}{\partial x}+v_2\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial(v_1u)}{\partial x}+\frac{\partial(v_2u)}{\partial y}\right]=F,\quad u|_{\partial\Omega}=u|_b,\quad (1)$$

где Pe - число Пекле, $v=(v_1,v_2)$ - вектор скоростей, u - решение, F - правая часть, $u|_b$ - заданная на границе функция. С использованием условия несжимаемости среды, уравнение (1) записано в "симметричном"виде [1].

Задача (1) решается на равномерной прямоугольной сетке, для аппроксимации первых производных используются центральные разности. Для решения полученной СЛАУ предлагается двухшаговый кососимметрический итерационный метод (ДКМ). Используется неявная двухслойная итерационная схема с оператором верхнего слоя [2]:

$$B(\omega) = \left(B_c + \frac{\omega}{2}\hat{K}_L\right) B_c^{-1} \left(B_c + \frac{\omega}{2}\hat{K}_U\right), \qquad (2)$$

где $\omega > 0$ - итерационный параметр. Численные тесты подтверждают эффективность метода при данном выборе (2).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №12-01-00022-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения задач конвекции–диффузии. М.: Эдиториал УРСС. 2004. 248 с.

2. *Баи З.З., Крукиер Л.А., Мартынова Т.С.* Двухшаговые итерационные методы решения стационарного уравнения конвекции-диффузии с малым параметром при старшей производной на равномерной сетке // ЖВММФ. 2006. Т. 46. N. 2. С. 295–306.

МОЛЕКУЛЯРНО ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ GPU

Марьин Д.Ф.

Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем, БашГУ, Уфа

Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Моделирование процессов методами молекулярной динамики является очень ресурсоемким, так как для проведения достаточно достоверного вычислительного эксперимента необходимо использование миллионов молекул и учёт многопараметричности задачи.

Для уменьшения необходимого для проведения моделирования времени можно использовать высокопроизводительные вычислительные системы и высокоэффективные методы, позволяющие снижать вычислительную сложность алгоритмов. В настоящее время наиболее эффективными для задач динамики многих тел являются гетерогенные системы, представляющие собой вычислительные кластеры, узлы которых содержат как CPU (центральный процессор), так и GPU (графический процессор). Однако эффективное использование описанных вычислительных систем требует как значительной модификации существующих алгоритмов, так и разработки новых.

В работе приводятся результаты по ускорению, благодаря использованию GPU, на примере моделирования молекул воды. В расчётах используются потенциалы Кулона и Леннарда—Джонса. Использование GPU позволяет ускорить вычисления в десятки раз, а применение специализированных алгоритмов, например, иерархической структуры данных, позволяет снизить вычислительную сложность с $O(N^2)$ до $O(N)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (грант 11.G34.31.0040).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Q. Hu, N.A. Gumerov, and R. Duraiswami* Scalable fast multipole methods on distributed heterogeneous architectures // SC'11, International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage, and Analysis, Seattle, WA, November 12-18, 2011.
2. *Rapaport D.C.* The art of molecular dynamics simulation. Cambridge University Press, 2004. p. 400.

ДИНАМИЧЕСКАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ГРАНИЧНЫХ УПРАВЛЕНИЙ В ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Михайлова Д.О.

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург

Рассматривается задача о динамической реконструкции граничных управлений в параболической системе

$$y_t = L\,y + f\,, \quad t \in T = [t_0, \vartheta]\,, \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n,$$

$$y(t_0, x) = y_0(x)\,, \quad x \in \Omega\,,$$

$$\sigma_1\,\partial\,y/\partial\,N + \sigma_2\,y = g\,u\,, \quad t \in T\,, \quad x \in \Gamma = \partial\,\Omega.$$

Искомое управление u требуется определить по результатам приближенных измерений текущих фазовых положений системы $y(t,\cdot)$, $t \in T$. Эта задача некорректна. Для ее решения предлагается воспользоваться методом динамической регуляризации [1] со специально сконструированным стабилизатором [2].

Построен динамический регуляризирующий алгоритм решения задачи, который в отличие от традиционных подходов позволяет получить поточечную сходимость, сходимость в среднеквадратичном, сходимость вариаций и кусочно-равномерную сходимость регуляризованных приближений. Приводятся результаты численного моделирования. Работа продолжает исследования [2, 3].

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН "Фундаментальные проблемы нелинейной динамики в математических и физических науках" при поддержке УрО РАН (проект 12-П-1-1009) и поддержана грантом РФФИ (проект 11-01-00073).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осипов Ю.С., Васильев Ф.П., Потапов М.М.* Основы метода динамической регуляризации. М.: Изд-во МГУ, 1999.

2. *Короткий М.А.* Восстановление управлений статическим и динамическим методами регуляризации с негладкими стабилизаторами // Прикл. матем. и мех. 2009. Т. 73. Вып. 1. С. 39–53.

3. *Короткий А.И., Михайлова Д.О.* Восстановление граничных управлений в параболических системах // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2012. Т. 18. № 1. С. 178–197.

МНОГОСЕТОЧНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Муратова Г.В., Андреева Е.М.

Южно-Российский региональный центр информатизации ЮФУ, Ростов-на-Дону, muratova@sfedu.ru, andreeva@sfedu.ru

Физические явления, описываемые дифференциальными уравнениями параболического типа со смешанными производными, встречаются во многих областях науки и техники (многомерные задачи анизотропной теплопроводности, теория пограничного слоя, задачи с уравнениями Навье–Стокса, Фоккера–Планка–Колмогорова и др.). Аналитическое исследование задач в такой постановке возможно лишь в исключительных случаях. Поэтому особое значение приобретают численные методы решения дифференциальных уравнений со смешанными производными.

В работе рассматривается уравнение конвекции–диффузии в анизотропной среде, что приводит к дифференциальному уравнению со смешанными производными

$$\frac{1}{2}\left(\sum_{\alpha=1}^{2} v_\alpha(\mathbf{x})\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial x_\alpha}+\frac{\partial(v_\alpha(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x}))}{\partial x_\alpha}\right)-\frac{1}{Pe}\sum_{\alpha,\beta=1}^{2}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(K_{\alpha,\beta}\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial x_\beta}\right)=\mathbf{f}(\mathbf{x}).$$

Для решения данного уравнения используется многосеточный метод со специальными сглаживателями [1]. Исследуются различные способы аппроксимации смешанных производных [2]. Проведены расчеты задачи конвекции-диффузии со смешанными производными при различных переменных(анизотропных) диффузионных коэффициентах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ №11-01-91150-ГФЕН_а

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Galina V. Muratova, Evgeniya M. Andreeva.* Multigrid method for solving convection-diffusion problems with dominant convection. Journal of Computational and Applied Mathematics 226. - 2009. - pp.77-83.
2. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1986. 616с.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ $u_x = f(u,v)$, $v_y = \varphi(u,v)$

Муртазина А.Д., Муртазина Р.Д.

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, adeshka@yandex.ru, reginaufa@yandex.ru

В работе приводится метод классификации нелинейных гиперболических уравнений $u_{xy} = f(u, u_x, u_y)$, интегрируемых по Дарбу, основанный на исследовании пары характеристических колец Ли. Получены конструктивные условия на правую часть f уравнения с характеристическим кольцом размерности три. Эти уравнения обладают интегралами второго порядка. В частности, для уравнения $u_{xy} = \varphi(u)\psi(u_x)h(u_y)$ приведен список уравнений, удовлетворяющих данным конструктивным условиям. Для полученных уравнений приведены формулы x- и y-интегралов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жибер А.В., Шабат А.Б. *Системы уравнений $u_x = p(u,v)$, $v_y = q(u,v)$, обладающие симметриями.* Доклады АН СССР. 1984. Т. 277. № 1. С. 29–33.
2. Шабат А.Б., Ямилов Р.И. *Экспоненциальные системы типа I и матрицы Картана.* Препринт БФАН СССР, Уфа. 1981. 23 с.

3.Жибер А.В., Муртазина Р.Д. *Характеристические алгебры Ли для уравнения $u_{xy} = f(u, u_x)$.* ФПМ. Гамильтоновы и лагранжевы системы. Алгебры Ли. 2006. Т. 12. № 7. С. 65–78.

4.Муртазина Р.Д. *Нелинейные гиперболические уравнения и характеристические алгебры Ли.* Труды института математики и механики УрО РАН. 2007. Т. 13. № 4. С. 102–117.

5.Муртазина Р.Д. *Нелинейные гиперболические уравнения и характеристические алгебры Ли.* Дисс. … канд. физ.–мат. наук. Уфа.: УГАТУ, 2009. 147 с.

УЧЕТ ТУРБУЛЕНТНОСТИ AD HOC В РЕДУЦИРОВАННЫХ МОДЕЛЯХ ПРОТЯЖЕННЫХ РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ

Надолин К.А., Жиляев И.В.

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, nadolin@math.sfedu.ru

В экологических приложениях для моделирования гидродинамики протяженных и слабоискривленных русловых потоков по ряду причин целесообразно применять редуцированные модели [1], которые адекватно описывают естественные водотоки в пределах точности входной информации.

Поскольку естественные потоки всегда являются турбулентными, даже самая упрощенная модель должна учитывать турбулентность течения. Из-за специфики рассматриваемых моделей и принципиальной неполноты экспериментальных данных о природных течениях для учета их турбулентности можно успешно использовать гипотезу Буссинеска. При этом функциональный коэффициент турбулентной вязкости определяется ad hoc, путем калибровки модели по имеющимся данным наблюдений или параметрам эталонного течения.

В докладе приведены результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующие этот подход. Взамен экспериментальных данных о природном течении используются результаты расчетов, выполненных с помощью конечно-элементного комплекса COMSOL на основе $k - \epsilon$ модели турбулентного течения вязкой жидкости.

Рассмотрены два варианта калибровки редуцированной модели мелкого протяженного потока. В первом случае параметры модели настраиваются по характеристикам заданного течения в прямолинейном русле. Во втором случае для подбора параметров используются данные о более (или менее) интенсивном течении в русле с заданной геометрией.

Результаты вычислительных экспериментов представлены в виде графиков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Надолин К. А.* Об одном подходе к моделированию пассивного массопереноса в русловых потоках // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, N. 2. С. 14–28.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ РАСТВОРА КИСЛОТЫ ЧЕРЕЗ НАСЫЩЕННУЮ ПОРИСТУЮ СРЕДУ

Никифоров А.И. , Закиров Т.Р.

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук, г. Казань

Моделируется процесс переноса кислотного раствора через насыщенную пористую среду. Считается, что кислота взаимодействует только с пористым телом, в котором в результате взаимодействия увеличивается размер поровых каналов и уменьшается их количество. Для описания изменения фильтрационно-емкостных характеристик пласта используется модель идеальной пористой среды в виде пучка капилляров различных радиусов, которая ставится в соответствие реальной пористой среде. При этом предполагается, что и реальная пористая среда, и среда в виде пучка капилляров характеризуются одной и той же функцией распределения пор по размерам. Увеличение радиуса капилляра вследствие химической реакции кислоты с его поверхностью находит отражение в смещении графика функции распределения пор по размерам в сторону больших радиусов. Численное решение итоговой системы уравнений двухфазной фильтрации получено методом контрольных объемов на равномерной сетке. На примере разработки нефтяного пласта по пятиточечной системе показано, что за счет интенсификации процесса добычи коэффициент извлечения нефти может быть увеличен на 4 %.

РАСЧЁТ МЕХАНИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ГЕТЕРОГЕННЫЕ ПОКРЫТИЯ

Острик А.В.

Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка, ostrik@ficp.ac.ru

Прогнозирование параметров механического действия ионизирующего излучения (ИИ) на гетерогенные покрытия (ГП) представляет значительный практический интерес. Задача расчетного определения этих параметров распадается на три относительно независимых этапа: построения профилей энерговыделения от ИИ в компонентах ГП; численного моделирования квазистатического выравнивания напряжений в элементарной ячейке ГП, формирующихся при неравновесном объемном выделении энергии ИИ; расчета волновых процессов, развивающихся в результате образования в ГП неравномерного распределения начальных напряжений. В настоящей работе рассматриваются два первых этапа расчета, поскольку третий является традиционным для задач взаимодействия ИИ с веществом.

Расчет переноса ИИ в ГП. Построение профилей энерговыделения от ИИ в компонентах ГП проводится с помощью 3D-кода для расчета распространения и поглощения ИИ в многокомпонентных структурах сложной геометрии. Используется метод Монте-Карло с учетом основных процессов взаимодействия ИИ с веществом (фотопоглощения, комптоновского и рэлеевского рассеяний, флюоресценции и вторичного электронного излучения).

2D-модель ячейки ГП. Для численного моделирования квазистатического выравнивания напряжений между компонентами ГП предлагается широкодиапазонная неравновесная модель элементарной ячейки покрытия с дисперсным наполнителем. Предполагается, что в целом ячейка ГП находится в условиях одноосного деформированного состояния. Расчет установившихся напряжений основывается на численном решении системы двумерных уравнений равновесия упругопластической среды в цилиндрических координатах, дополненной широкодиапазонными уравнениями состояния компонентов ГП. Эта система уравнений с соответствующими граничными условиями решается итерационным методом упругих решений А.А. Ильюшина.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант N 11-08-01255-а).

ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ТЕПЛОВОГО ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОИСТЫХ СРЕД

Пененко А.В.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, aleks@ommgp.sscc.ru

В работе исследуется эффективность алгоритма Ньютоновского типа решения обратной коэффициентной задачи теплопроводности с использованием сингулярной срезки оператора чувствительности для восстановления характеристик температуропроводности слоистой среды по данным тепловых измерений.

Оператор чувствительности связывает разницу откликов двух модельных сред на некоторое тепловое воздействие с разницей их параметров и является обобщением производной Фреше оператора прямой задачи. Для его построения используется набор сопряженных задач модели процесса теплопроводности.

Основная идея алгоритма решения обратной задачи состоит в постепенном восстановлении решения на расширяющейся последовательности сингулярных подпространств оператора чувствительности. При этом контролируется монотонность убывания целевого функционала обратной задачи, а остановка алгоритма производится по принципу невязки Морозова и по числу обусловленности оператора чувствительности. Имеющее существенное значение для алгоритмов Ньютоновского типа начальное приближение выбирается на основе обратной задачи с постоянным коэффициентом в полубесконечной области, когда известно аналитическое решение.

Работа проводилась при частичной поддержке Программ фундаментальных исследований №4 Президиума РАН и №3 Отделения математических наук РАН, проекта РФФИ 11-01-00187 , а также госконтракта № 14.740.11.0350 по программе "Проведение научных исследований коллективами научно-образовательных центров в области математики" ФЦП "Научно-педагогические кадры инновационной России".

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП И МЕТОД ИНТЕГРИРУЮЩИХ МНОЖИТЕЛЕЙ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Пененко В.В.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, penenko@sscc.ru

Представлен новый метод построения численных моделей для решения прямых и обратных задач математической физики с помощью вариационных принципов. Теоретическую основу метода составляет оригинальный способ конструктивной реализации фундаментальной идеи Л.Эйлера (1728 г.) об интегрирующих множителях для решения дифференциальных уравнений в рамках вариационного принципа.

Для построения численных схем используется разработанный нами аппарат локальных сопряженных задач для дискретизации интегральных тождеств вариационного принципа в комбинации с методами расщепления и декомпозиции. Аналитические решения сопряженных задач в нем играют роль интегрирующих множителей. Подынтегральная структура вариационных принципов организуется с использованием формул Дирихле и Грина и тождества Лагранжа для диффференциальных операторов в рамках декомпозиции 4D функционалов по методу конечных объемов. Все построения численных схем для прямых и сопряженных операторов выполняются стандартной техникой вариационного исчисления.

В результате получаются семейства однородных дискретно-аналитических численных схем, обладающих свойствами аппроксимации, устойчивости, монотонности и транспортивности. Так, для операторов конвекции - диффузии - реакции, в предположении кусочно-постоянных коэфффициентов в пределах каждого конечного объема, построенные трехточечные схемы являются точными для равномерных и неравномерных сеточных интервалов. Краевые условия первого, второго и третьего рода и условия на границах раздела областей с разными свойствами выполняются точно.

Работа поддержана Программами фундаментальных исследований №4 Президиума РАН и №3 Отделения математических наук РАН, а также проектом РФФИ № 11-01-00187.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТОВ ВЫТЕСНЕНИЯ В ЗАДАЧАХ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Пергамент А.Х., Сюлюкина Н.В.

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

В работе исследуются вопросы неустойчивости фронтов вытеснения возникающие в задачах неизотермической фильтрации. В качестве рассматриваемого примера была выбрана задача двухфазной фильтрации нефти и воды, включающая зависимость вязкости от температуры, а также наличие источников. Выполняется исследование численными методами задачи о неустойчивости фронтов вытеснения одной несмешивающейся жидкости другой на основе уравнения двухфазной фильтрации. Рассматривается трехмерная задача с возмущением в окрестности закачивающей скважины для нахождения характерного масштаба развития неустойчивости.

Система уравнений, используемая для описания процесса, эллиптического типа относительно давления и гиперболического – относительно насыщенности. В качестве основного метода для нахождения насыщенности и температуры, выбраны стандартный метод Ньютона и метод бисопряженных градиентов для решения получаемой системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

В результате численных расчетов были подтверждены теоретические исследования относительно развития неустойчивости по причине того, что вязкость вытесняющей жидкости меньше, чем вязкость вытесняемой. В развитие этой темы было рассмотрено влияние температуры на эволюцию неустойчивости. Для этих целей в задачу была добавлена зависимость вязкости нефти от температуры. Были проведены численные расчеты для различных показателей температур и было показано, что с ростом температуры вязкость нефти экспоненциально падает и возможен устойчивый режим.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-00793).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пергамент А.Х., Заславский М.Ю.* Исследование неустойчивости типа «fingers» в фильтрационных течениях, Препринт ИПМ РАН, №31, 2002, Москва.
2. *Bachmat Y., Bear J.* Macroscopic modeling of transport phenomena in porous media. The continuum approach, Transport Porous Media, 1986, № 1. P, 213-240.
3. *Odeh S., Aziz S.* Mobil Research and Development Corp., Comparison of Solutions to a Three-Dimensional Black-Oil Reservoir Simulation Problem, Journal of Petroleum Technology, 33(1):13-25, 01 1981.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРЕХДИАГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Петухов А.В.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск

В работе описываются “узкие места” алгоритма прогонки для трехдиагональных систем, при текущей латентности и пропускной способности арифметических операций над данными типа double precision на современных арзитектурах процессоров Intel, для одного потока.

Предлагаются модификации алгоритма (основанные на изменении порядка арифметических операций, переупорядочивании данных, алгоритме встречной прогонки, использовании SSE инструкций и сокращении числа делений) позволяющие в два и более раз ускорить решение трехдиагональных систем.

Рассматриваются параллельные варианты предлагаемых алгоритмов, основанные на технологии OpenMP.

Приводятся времена работы алгоритмов для систем размерности 100 и выше на процессорах фирмы Intel: Nehalem, Westmere.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11.01.00205)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛЕТНИХ ЦИРКУЛЯЦИЙ АТМОСФЕРЫ В РАЙОНЕ г. УСТЬ-КАМЕНОГОРСКА

Пьянова Э.А., Фалейчик Л.М.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, pianova@ngs.ru

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН, ЗабГУ, Чита, lmf55@bk.ru

В работе исследуется влияние особенностей подстилающей поверхности на формирование атмосферных циркуляций в районе г. Усть-Каменогорска в Восточном Казахстане. Исследования проводились на основе математического и программного комплекса, разработанного авторами для решения мезометеорологических задач в областях со сложным рельефом [1, 2].

Для описания гидротермодинамических процессов в атмосфере исследуемой территории использовалась мезомасштабная трехмерная негидростатическая математическая модель, включающая в себя уравнения движения, уравнения для переноса тепла и влаги, уравнение неразрывности. Численный алгоритм для реализации модели динамики атмосферы в геометрически сложной области построен на базе вариационного принципа с использованием дискретно-аналитических схем для конвективно-диффузионных операторов [3], обладающих свойствами монотонности, транспортивности и консервативности. Для работы в областях со сложным рельефом использован вариационный способ организации метода “фиктивных” областей, обеспечивающий точный учет краевых условий на физической нижней границе воздушных масс.

Привязка математического комплекса к условиям конкретного района осуществлялась на уровне входной информации. Подготовка данных о подстилающей поверхности проводилась с использованием геоинформационных продуктов, данных и технологий. ГИС-технологии применялись и при анализе результатов расчетов и подготовке иллюстративного материала.

Работа выполнена при поддержке Программ фундаментальных исследований № 4 Президиума РАН, № 3 Отделения математических наук РАН, проекта РФФИ № 11-01-00187-а, Интеграционного проекта СО РАН № 35, ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 гг. (гос. контракт № 14.740.11.0211), при частичной финансовой поддержке РФФИ, проект №10-06-00060а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пьянова Э.А.* Исследование трансформации воздушного потока над термически и орографически неоднородной поверхностью // Выч. технологии. 2005. Т. 10. ч. 2. Специальный выпуск. С. 106–111.

2. *Пьянова Э.А., Фалейчик Л. М.* Информационно-вычислительная технология для сценарных оценок динамики и качества атмосферы // Выч. технологии. 2012. Т. 17. N. 1. С. 109–119.

3. *Пененко В.В.* Численные схемы для адвективно-диффузионных уравнений с использованием локальных сопряженных задач // Новосибирск. 1993.(Препринт / РАН, Сиб. отд-ние, ВЦ, 984. С. 1–50.)

ПОСТРОЕНИЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОВЕДЕНИЯ СЛОЖНЫХ СРЕД С КОНЕЧНЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ И ИЗМЕНЕНИЯМИ СТРУКТУРЫ МАТЕРИАЛА

Роговой А.А., Путин Н.А., Столбова О.С.

Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, Пермь

Рассмотрена кинематика термо-упруго-неупругого процесса, положенная в основу процедуры построения определяющих уравнений при конечных деформациях и структурных изменениях в материалах и функционала, являющийся одним из слагаемых в свободной энергии. Рассмотрена термодинамика термо-упруго-неупругого процесса при конечных деформациях и структурных изменениях в материалах. Получены соотношения, вытекающие из термодинамики (определяющее уравнение и уравнение теплопроводности), и ограничения на термо-упруго-неупругую кинематику, вытекающие из термодинамики и принципа объективности.

В рамках разработанной теории построены эволюционные модели термоупругого процесса при конечных деформациях, изотермического вязкоупругого процесса без структурных изменений в материале, термоупругопластического процесса со структурными изменениями в материале, построена модель сплава с памятью формы (аустенитно-мартенситный переход) при конечных деформациях и модель поведения мягкого магнитного материала во внешнем магнитном поле.

Работа выполнена в ведущей научной школе (гранты Президента РФ НШ-8055.2006.1, НШ-3717.2008.1, НШ-7529.2010.1 и НШ-5389. 2012.1) в рамках программ фундаментальных исследований Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН (09-Т-1-1006, 12-Т-1-1004), программ совместных фундаментальных исследований, выполняемых УрО РАН, СО РАН и ДВО РАН (09-С-1-1008, 12-С-1-1015), Государственного контракта с Федеральным агентством по науке и инновациям (№ 02.740.11.0442) и при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (гранты № 10-01-00055, № 10-01-96008 и № 12-01-00419).

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТА В УСЛОВИЯХ МИРОВОГО ОКЕАНА

Русинов А.А., Чиглинцева А.С.
Бирская государственная социально-педагогическая академия, Бирск,
*irtysh*2009@*mail.ru*

В современном мире возникла новая проблема, связанная с техногенными авариями - утечка газа из скважин в морских глубинах. Большинство таких аварий происходит в водах Мирового океана, чему соответствуют недавние примеры: 2010 год - утечка в Мексиканском заливе, 2012 - в Северном море. Известно, что температура воды около морского дна составляет в среднем 4°C [1]. В таких районах аварий на морских глубинах выполняются термобарические условия, которые способствуют образованию гидрата: на поднимающихся вверх пузырьках газогидрата. С помощью образовавшихся гидратов можно закупорить скважину, для этого мы предлагаем следующую технологическую схему.

К месту утечки газа, опускается металлическая конструкция, имеющая форму цилиндра внутри которой имеется система алюминиевых решеток. В вертикальный канал снизу поступает вода. В результате этого происходит образование гидрата, как на пузырьках метана, так и на алюминиевой решётке, и как следствие приведет к полному закрытию места утечки газа.

Следует отметить, что все идеи устранения такого рода аварий различными нефтяными и газовыми компаниями не нашли применения. Поэтому на сегодняшний день остро стоит проблема разработки технологии, с помощью которой можно было бы эффективно и быстро устранить аварии такого рода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриевский А. Н. Газогидраты морей и океанов- источник углеводородов будущего. М.:ООО ИРЦ Газпром, 2009, 416 с.*

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ 2-Й КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ

Селицкий А.М.

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН, Москва

Пусть $Q = (0,\ d)$, $d = N + \theta$, где N — целое положительное число, $\theta \in (0,1]$. Введём оператор $(Ru)(x) = \sum_{k=-N}^{N} a_k\, u\,(x+k)$, где a_k — комплексные числа. Введём линейные ограниченные операторы $I_Q\colon L_2(Q) \to L_2(\mathbb{R})$ — продолжение функции нулём вне Q, $P_Q\colon L_2(\mathbb{R}) \to L_2(Q)$ — сужение функции на Q, и $R_Q := P_Q\, R\, I_Q : L_2(Q) \to L_2(Q)$.

Рассмотрим следующую задачу:

$$u_t - \left(R_Q\, u_x\right)_x = f(x,\ t), \qquad (x,\ t) \in Q_T = Q \times (0,\ T); \tag{1}$$

$$R_Q u_x|_{x=0} = R_Q u_x|_{x=d} = 0, \qquad 0 < t < T; \tag{2}$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \qquad x \in Q, \tag{3}$$

где $f \in L_2(Q_T)$, $\varphi \in L_2(Q)$, $0 < T < \infty$.

Для численного решения данной задачи предлагается использовать проекционно-сеточный метод Галёркина [1]. Через $W_2^{1,0}(Q_T)$ будем обозначать пространство Соболева комплекснозначных функций из $L_2(Q_T)$, имеющих обобщенные производные по x из $L_2(Q)$. Положим $R = \|a_{j-i}\|_{i,j=1}^{N+1}$.

Теорема. Пусть матрица $R + R^*$ положительно определена, где R^* — эрмитово сопряжённая матрица. Тогда существует единственное обобщённое решение $u \in W_2^{1,0}(Q_T)$ задачи (1)–(3) (см. [2]) и приближённые решения Галёркина сходятся к u в $W_2^{1,0}(Q_T)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№10-01-00837).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.
2. *Selitskii A.M.* The third boundary value problem for parabolic differential-difference equation in one-dimensional case // Functional Differential Equations. 2007. T. 14. N. 2–4. C. 373–395.

ПОИСК ЗНАЧИМЫХ ФОРМ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Симбиркин В.Н., Якушев В.Л., Филимонов А.В.
ООО ЕВРОСОФТ, Москва, info@eurosoft.ru
Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, icad@icad.org.ru

В проектной практике расчет зданий и сооружений на сейсмические воздействия выполняют, как правило, с помощью линейно-спектрального метода в частотной области и метода разложения по собственным формам во временной области. Оба метода предполагают нахождение частот и форм собственных колебаний. Чтобы результат был достоверным, необходимо учесть достаточное их количество. В большинстве норм проектирования (Еврокод 8, UBC-97, сейсмические нормы Украины и Казахстана, актуализированная редакция СНиП II-7-81* и др.) принято, что сумма модальных масс по каждому из направлений сейсмического воздействия должна быть не менее установленной границы.

Однако при современных требованиях к детальности и размерности конечно-элементных моделей выполнение данного указания норм представляет собой сложную вычислительную задачу. Необходимо использовать метод нахождения собственных форм и частот, квазилинейно зависящий от их количества. Во-вторых, при сохранении всех форм колебаний их количество может быть очень велико для последующего расчета.

В данной работе представлен пример реализации блочного метода Ланцоша совместно с фронтальным методом исключения неизвестных. Критерием остановки алгоритма служит условие достижения требуемой суммы модальных масс отобранных форм по трем взаимно перпендикулярным направлениям. В процессе решения производится исключение найденных форм колебаний, если значения модальных масс меньше заданного порога. Дополнительно введен критерий для оценки вклада форм колебаний при вращательном сейсмическом движении основания сооружения.

Представленные в статье методики реализованы в программном комплексе STARK ES, предназначенном для массового применения при строительном проектировании.

ТОЧКИ ВЕТВЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЗАДАЧИ ОРРА — ЗОММЕРФЕЛЬДА

Скороходов С.Л.
ВЦ РАН им. А.А. Дородницына, Москва

Для уравнения Орра — Зоммерфельда на отрезке $y \in [-1, 1]$ рассмотрим задачу о собственных значениях λ и соответствующих собственных функциях $\varphi(y)$ с однородными краевыми условиями $\varphi(\pm 1) = \varphi'(\pm 1) = 0$ и заданными волновым числом α и числом Рейнольдса R:

$$\frac{1}{i\alpha R}\Big[\varphi^{(IV)}(y) - 2\alpha^2\varphi''(y) + \alpha^4\varphi(y)\Big] - \big(y - \lambda\big)\Big[\varphi''(y) - \alpha^2\varphi(y)\Big] = 0. \quad (1)$$

Такая постановка возникает при исследовании устойчивости периодического в продольном направлении течения Куэтта вязкой несжимаемой жидкости в канале.

Решение $\varphi(y)$ представляем в виде: $\varphi(y) = a_1\varphi_1(y) + a_2\varphi_2(y)$, $y \in [-1, y_0]$; $\varphi(y) = a_3\varphi_3(y) + a_4\varphi_4(y)$, $y \in [y_0, 1]$, где $y_0 \in (-1, 1)$. Здесь функции $\varphi_n(y)$ удовлетворяют уравнению (1) и граничным условиям, для формулировки которых вводим обозначения: E – единичная 4×4–матрица, $\Phi_n = \big(\varphi_n, \varphi_n', \varphi_n'', \varphi_n'''\big)^T$, $e_n = \big(0, 0, 2\{n/2\},$

$2\{(n+1)/2\}\big)^T$, $\{a\}$ и $[a]$ — дробная и целая части a. Граничные условия для $\varphi_n(y)$ имеют вид $E\ \Phi_n\big(2[n/3]-1\big)=e_n$. Осуществляя сшивку решения $\varphi(y)$ и его трех производных в точке y_0, получаем λ_k.

Детальный численный анализ траекторий $\lambda_k(R)$ при увеличении числа Рейнольдса $R \in (0, 10^6)$ показал [1], что функции $\lambda_k(R)$ имеют при определенных значениях R_l точки ветвления второго порядка, т.е. пара собственных значений $\lambda_k(R)$ и $\lambda_{k+1}(R)$ в окрестности точки R_l имеет поведение $\lambda_k(R) = \sqrt{R-R_l}\ \Psi(R) + \Xi(R)$, $\lambda_{k+1}(R) = -\sqrt{R-R_l}\ \Psi(R) + \Xi(R)$, где $\Psi(R)$ и $\Xi(R)$ – регулярные функции в окрестности точки $R = R_l$. Таких значений R_l счетное множество, в статье [1] вычислены первые десять из них.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (номер проекта № 10-01-00837) и Программы № 3 ОМН РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Скороходов С.Л.* Численный анализ спектра задачи Орра — Зоммерфельда // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2007. Т. 47. №. 10. С. 1699–1718.

УСКОРЕНИЕ РАСЧЕТОВ НА ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРАХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЯ ЭМУЛЬСИЙ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Солнышкина О.А., Иткулова Ю.А.

Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем БашГУ, Уфа

Институт Механики УНЦ РАН, Уфа

В работе рассматривается динамика двух вязких несмешивающихся жидкостей в неограниченной области в трехмерной постановке в сдвиговом потоке под действием силы тяжести. Динамика жидкости описывается уравнениями Стокса. В основе используемой численной методики лежит метод граничных элементов, который уменьшает размерность задачи на единицу.

Для решения поставленных задач используются новые эффективные подходы к численному моделированию трехмерных задач и современные информационные технологии. Программная реализация задачи предусматривает выбор оптимальных алгоритмов в зависимости от количества узлов сетки. Для ускорения расчетов разработан модуль матрично-векторного произведения без хранения матрицы в памяти вычислительной системы, который используется в итерационном решателе GMRES. Для ускорения расчетов, модуль был распараллелен как на обычном многоядерном процессоре (CPU), так и на графических процессорах (GPU) с использованием технологии CUDA.

Результаты тестов на графической карте NVIDIA Tesla C2050 показали возможность решения граничных задач для уравнений Стокса размером до 100 000 элементов на одной рабочей станции.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (грант 11.G34.31.0040)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zinchenko A.Z. and Davis R.H.* An efficient algorithm for hydrodynamical interaction of many deformable drops // J. Comp. Phys. vol. 157, 2000. 539-587 p.

2. *Rallison J.M., Acrivos A.* A numerical study of the deformation and burst of a viscous drop in an extensional flow, J. Fluid Mech., 89(1), 1978, 191-200 p.

ВЕБ СЕРВЕР ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ СИСТЕМ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Солодушкин С.И.

Уральский федеральный университет им. Б.Н.Ельцина, Екатеринбург, solodushkin_s@mail.ru

В работе представлен информационно-вычислительный сервер, позволяющий получать численное решение функционально-дифференциальных уравнений в частных производных и интерактивный график решения.

Класс решаемых на сервере уравнений составляют параболические и гиперболические уравнения как с распределенным, так и с сосредоточенным запаздываниями (возможно несколькими). Численные методы описаны в [1, 2, 3].

Фронтэндом разработанной системы является веб сервер IIS, бэкэндом MATLAB Run Time Server. Пользователю достаточно иметь современный веб браузер; устанавливать каких-либо плагинов не требуется. Система имеет простой и понятный интерфейс, избавляя пользователя от необходимости изучать синтаксис MATLAB.

Алгоритмы, реализованные в виде m.файлов для MATLAB, на этапе разработки были скомпилированы в библиотеки dll с использованием deploytool — встроенного инструмента MATLAB. Фронтэнд создан на ASP.NET4/C#.

Работа поддержана грантом РФФИ № 10-01-00337

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лекомцев А.В., Пименов В.Г.* Сходимость метода переменных направлений численного решения уравнения теплопроводности с запаздыванием // Труды ИММ. 2010. Т 16, N 1, С. 102–118.
2. *Пименов В.Г., Ложников А.Б.* Разностная схема численного решения уравнения теплопроводности с последействием // Труды ИММ. 2011. Т 17, N 1, С. 178–189.
3. *Пименов В.Г., Таширова Е.Е.* Численные методы решения уравнения гиперболического типа с наследственностью // Труды ИММ. 2012. Т 12, N 2, С. 222–231.

ДИСКРЕТНЫЕ АНАЛОГИ СОПРЯЖЕННО-ОПЕРАТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ НА НЕСТЫКУЮЩИХСЯ СЕТКАХ

Сорокин С.Б.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск, sorokin@sscc.ru

Для сопряженно-операторных моделей

$$R^*w = f, \quad w = Kq, \quad q = Ru,$$
$$u \in U(R) \subset H, \; w \in U(R^*) \subset H^*$$

на примере задачи теплопроводности и статической задачи теории упругости строятся их дискретные аналоги на нестыкующихся сетках, сохраняющие структуру исходной модели. Основой для построения служит [1]-[3] соотношение

$$(R_h u^h, w^h)_{H_h^*} = (u^h, R_h^* w^h)_{H_h}.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке программы № 1.3 Фундаментальные исследования ОМН РАН «Современные вычислительные и информационные технологии решения больших задач», программы президиума РАН «Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация» и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лебедев В.И.* Разностные аналоги ортогональных разложений основных дифференциальных операторов и некоторых краевых задач математической физики. I.- Журнал вычислительной математики и математической физики, 1964, т. 4, № 3, стр. 449-465, II.- Журнал вычислительной математики и математической физики, 1964, т. 4, № 4, стр. 649-659.
2. *Коновалов А.Н., Сорокин С.Б.* Структура уравнений теории упругости. Статика. Новосибирск. Препринт ВЦ СО АН СССР, 1986. № 665, 26 стр. Т. 1. N. 1. С. 1–10.
3. *Y. Kuznetsov, K. Lipnikov, M. Shashkov.* The mimetic finite difference method on polygonal meshes for diffusion-type problems. Computational Geosciences (2004) 8:301-324, Springer 2005.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ МЕТОДАМИ ЛАНДВЕБЕРА И ЛЕВЕНБЕРГА-МАРКВАРДТА

Стародубцева Ю.В.
Уральский федеральный университет, Екатеринбург

В некоторой прямоугольной области Ω рассматривается установившееся движение высоковязкой неоднородной несжимаемой теплопроводной жидкости, находящейся в поле силы тяжести под воздействием некоторого внешнего теплового режима. На боковых границах области Ω выполняется условие теплоизолированности, на верхней границе известны температура и поток тепла. Для скорости движения среды на границе области выполняются условия непротекания и идеального скольжения. Требуется определить температурный режим на нижней границе области Ω.

Хорошо известно, что эта задача некорректна [1]. Математическая модель установившегося движения жидкости описана в [1].

Для решения задачи привлекаются методы Ландвебера [2] и Левенберга-Марквардта [3]. Проведены серии вычислительных экспериментов. Описываются алгоритмы реализации, приводятся и сравниваются результаты численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке Программы межрегиональных и межведомственных фундаментальных исследований УрО РАН (проект 12-С-1-1001) и поддержана РФФИ (проект 11-01-00073).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стародубцева Ю.В.* Численное моделирование задачи реконструкции граничных режимов // Тез. докл. Межд. конф. "Алгоритмический анализ

неустойчивых задач", посв. памяти В.К.Иванова (Екатеринбург, 31 октября-5 ноября 2011 г.). Екатеринбург: Изд-во Урал. фед. ун-та, 2011. С. 171–172.

2. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.

3. *Васин В.В., Еремин И.И.* Операторы и итерационные процессы фейеровского типа (теория и приложения). Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.

“КВАНТОВАНИЯ” ВЫСШИХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ АНАЛОГОВ УРАВНЕНИЙ ПЕНЛЕВЕ I И II С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Сулейманов Б.И.

Построено решение аналога уравнения Шредингера, определяемого гамильтонианом $H_I(z,t,q_1,q_2,p_1,p_2)$ второго члена P_1^2 иерархии первого уравнения Пенлеве. После явной замены оно задается решением систем линейных уравнений, условием совместности которых является нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение P_1^2 по независимой переменной z. Результат этой замены удовлетворяет также аналогу уравнения Шредингера, определяемого гамильтонианом $H_{II}(z,t,q_1,q_2,p_1,p_2)$ гамильтоновой системы с независимой переменной t, которая совместна с уравнением P_1^2. Показано, что схожая ситуация имеет место для представителя P_2^2 иерархии второго уравнения Пенлеве.

Соответсвующие классические гамильтоновы системы с двумя степенями свободы есть совместные решений уравнений Кортевега — де Вриза (КдВ) $u_t = -uu_z - u_{zzz}$ и Нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) $-iv_t = v_{zz} + 2\delta|v|^2 v \qquad (\delta = const \in R)$ с обыкновенными дифференциальными уравнениями ОДУ, определяемых суммами стационарных частей первых высших автономной симметрий уравнений КдВ, НУШ и их симметрий Галилея. (Эти высшие аналоги, соответственно, первого и второго уравнений Пенлеве, эквивалентны двум парам совместных гамильтоновых систем ОДУ с двумя степенями свободы по независимым переменным z и t.) При этом совместное с уравнением КдВ ОДУ P_1^2 имеет вид

$$u_{zzzz} + \frac{5}{3}uu_{zz} + \frac{5}{6}u_z^2 + \frac{5}{18}(z - tu + u^3) = 0, \qquad t = const,$$

а совместное с НУШ ОДУ P_2^2 вид

$$\beta v_3 - 4tv_1 + 6\beta\delta|v|^2 v_1 + 2izv = 0.$$

Работа выполнена при поддержке ФЦП (контракт 02.740.11.0612)

СЕТОЧНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Таширова Е.Е.

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина, Екатеринбург, linetisa@yandex.ru

Рассмотрим волновое уравнение с эффектом последействия вида

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t, u(x, y, t), u_t(x, y, \cdot)):$$

$$t_0 \le t \le T,\ 0 \le x \le X,\ 0 \le y \le Y$$

с граничными: $u(0, y, t) = g_1(y, t),\ u(X, y, t) = g_2(y, t) \colon 0 \le y \le Y,\ t_0 \le t \le T,\ u(x, 0, t) = g_3(x, t),\ u(x, Y, t) = g_4(x, t) \colon 0 \le x \le X,\ t_0 \le t \le T$ и начальными условиями: $u(x, t) = \varphi(x, y, t) \colon 0 \le x \le X,\ 0 \le y \le Y,\ t_0 - \tau \le t < t_0$. Здесь x, y, t – независимые переменные, $u(x, y, t)$ – искомая функция, $u_t(x, y, \cdot) = \{u(x, y, t+s), -\tau \le s < 0\}$ – функция-предыстория искомой функции к моменту t, $\tau > 0$ – величина запаздывания, $f(x, y, t, u(x, y, t), u_t(x, y, \cdot))$ — функционал, определённый на $[0, X] \times [0, Y] \times [t_0, T] \times \mathbb{R} \times Q$, $Q = Q[-\tau, 0)$ — множество функций $u(\xi)$, кусочно-непрерывных на $[-\tau, 0)$ с конечным числом точек разрыва первого рода, в точках разрыва непрерывных справа, $\|u(\cdot)\|_Q = \sup_{\xi \in [-\tau, 0)} |u(\xi)|$.

Строятся сеточные схемы для решения этой задачи, исследуется порядок сходимости с помощью подхода, основанного на применении как общей теории разностных схем [1], так и на применении теории общих численных методов решения функционально-дифференциальных уравнений [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-01-00377).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самарский А.А.* Теория разностных схем, 3-е изд. М.: Наука, 1989. 656 с.
2. *Пименов В.Г., Ложников А.Б.* Разностные схемы численного решения уравнения теплопроводности с последействием // Труды ИММ УрО РАН, Т. 17, № 1, С. 178–189.

СХЕМА ВТОРОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Тиховская С.В., Задорин А.И.
Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Омск

Рассмотрим краевую задачу:

$$\varepsilon u'' + a(x)u' = f(x,u),\ x \in \Omega = (0,1),\ u(0) = A,\ u(1) = B. \quad (1)$$

Решение задачи (1) имеет погранслойный рост около $x = 0$.

Осуществляем линеаризации Пикара и Ньютона задачи (1) и на каждой итерации применяем монотонную схему Самарского на сетке Шишкина [1]. Для итераций Ньютона доказана лемма.

Лемма 1. *Пусть $u^{(m,h)}$ – решение разностной схемы на m-ой итерации. Существуют N_0, ρ_0 такие, что для $N \geqslant N_0$, $\rho \leqslant \rho_0$ для некоторой C, не зависящей от ε, выполнится:*

$$\|u^{(m,h)} - [u]\|_\infty \leqslant C\left(\frac{ln^2 N}{N^2} + (\alpha^{-1}\theta\rho)^{2^m}\right),\ m \geqslant 0,$$
$$a(x) \geqslant \alpha > 0,\ \rho = \|u^{(0)} - u\|_\infty,\ \theta = \max_{x,\ \xi} |f''_{uu}(x,\xi)|.$$

Количество итераций предлагается сократить, применяя двухсеточный метод, когда начальные итерации проводятся на более редкой сетке.

Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие полученные оценки точности предлагаемого алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 11-01-00875.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андреев В.Б, Савин И.А.* О равномерной по малому параметру сходимости монотонной схемы А.А. Самарского и ее модификации // Журнал вычисл. матем. и матем. физики. 1995. Т. 35. № 5. С. 739–752.

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОДМОДЕЛИ С ЛИНЕЙНЫМ ПОЛЕМ СКОРОСТЕЙ

Уразбахтина Л.З.

ФГБОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа

Класс инвариантных и частично инвариантных решений уравнений газовой динамики с линейным полем скоростей входит в множество решений с линейным полем скоростей (подмодели) с нулевой вспомогательной матрицей. Эти решения являются фундаментальными, так как постоянная вязкость не оказывает влияние на движения.

В настоящей работе разыскивались решения уравнений газовой динамики с линейным полем скоростей по пространственным координатам [1],[2],[3].Уравнение на матрицу линейной зависимости является интегрируемым. При этом уравнение состояния предполагается общего вида. В результате найдены явные формулы для решения, все возможные уравнения состояний и выражения для функций плотности и давления.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта №11.G34.31.0042 "Групповой анализ математических моделей естествознания, техники и технологий"правительства РФ по постановлению № 220.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Овсянников Л. В.* Программа "Подмодели". Газовая динамика // ПММ. 1994. Т. 58. Вып. 4. С. 30–55.
2. *Хабиров С. В.* Оптимальные системы подалгебр, допускаемых уравнениями газовой динамики // Препринт института механики УНЦ РАН.:Уфа. 1998. 33 с.
3. *Хабиров С. В.* Нерегулярные частично инвариантные решения ранга 2 дефекта 1 уравнений газовой динамики // Сибирский математический журнал. 2002. Т. 43. № 5. С. 1168–1181.

АЛГОРИТМЫ ГЛОБАЛЬНОЙ ПЕРЕСТРОЙКИ СЕТКИ

Ушакова О.В.

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург

Предлагаются алгоритмы глобальной перестройки трехмерной структурированной сетки. Эти алгоритмы на основе “плохой” сетки осуществляют построения сетки “хорошей” по качеству: близкой к равномерной, ортогональной и гладкой. При решении нестационарных задач Лагранжевыми методами на какой-то момент времени Лагранжевая сетка может стать сильно искривленной, близкой к вырожденной и неудовлетворительной по качеству. Расчет физической задачи требуется продолжить и для больших моментов времени. В такой ситуации необходима глобальная перестройка сетки. Алгоритмы глобальной перестройки сетки можно считать также алгоритмами построения сетки от некоторого невырожденного начального приближения.

Пусть односвязная область G задана структурированной невырожденной трехмерной сеткой. Предлагаются следующие два алгоритма.

Алгоритм 1. Перестройка сетки осуществляется для подобласти, выделяемой из данной односвязной области заданием начальных и конечных значений индексов узлов сетки. При этом граничные узлы подобласти считаются фиксированными.

Алгоритм 2. Перестройка сетки для всей области. Алгоритм предполагает перестройку узлов сетки как на границе области (ребрах и гранях), так и внутри нее. Фиксированными остаются лишь вершины криволинейного шестигранника, определяющего односвязную область. При перестройке сетки требуется сохранять форму границы исходной области.

Алгоритмы 1 и 2 являются трехмерным аналогом [1] и разрабатываются в рамках подхода [2]. Алгоритмы представляют собой итерационные процедуры минимизации трехмерного дискретного функционала [2].

Для построения ячеек сетки используется трилинейное отображение единичного куба [3]. Такое отображение дает линейчатые шестигранные ячейки. Граница области при движении узлов в алгоритме 2 считается "сотканой" из линейчатых поверхностей граничных ячеек начальной сетки.

Так как сетка, требующая улучшения, часто может быть близкой к вырожденной, то для того, чтобы распознать ее от вырожденных случаев, использовались критерии невырожденности, полученные в [3],[4]. На основе этих критериев была создана программа для тестирования структурированной сетки на невырожденность.

Для оценки качества построенных сеток использовались значения дискретных функционалов равномерности и ортогональности.

Для оценки качества сетки использовались также линейные размеры ячеек. Эти размеры используются в ограничениях на временной шаг итерационной процедуры решения физической задачи. Одним из основных критериев хорошего качества сеток, на который ориентируется пользователь, является близость к единице отношения максимального и минимального по всей расчетной области линейных размеров ячеек сетки. Этот критерий и способ вычисления линейных размеров ячеек был предложен О.М.Козыревым.

Приводятся примеры расчетов сеток.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты 02–01–00236, 00–15–96042.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. O. V. Ushakova. Algorithm of two-dimensional optimal grid generation. Numerical Grid Generation in Computational Field Simulation. B. K. Soni and J. F. Thompson, eds., Mississippi State University, Mississippi State, MS, 1996, 37–46.
2. O. B. Khairullina, A. F. Sidorov, and O. V. Ushakova. Variational methods of construction of optimal grids. Handbook of Grid Generation, J. F. Thompson, B. K. Soni, and N. P. Weatherill, eds., CRC Press, Boca Raton, FL, 1999, 36-1–36-25.
3. Ushakova O.V. Conditions of nondegeneracy of three- dimensional cells. A formula of a volume of cells. SIAM J. Sci. Comp, 23, 4, 2001, 1273–1289.
4. Ushakova O.V. Nondegeneracy criteria for 3-D grid cells. Formulas for a cell volume. Grid Generation: New trends and applications in real-world simulations. Proceedings of the minisymposium in the International conference "Optimization of finite-element approximations, splines and wavelets". June 25-29, 2001. St.-Petersburg, Russia. Edited by S.A.Ivanenko, V.A.Garanzha, 115–128.

ПРИМЕНЕНИЕ "ОБЛАЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ" ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПЕРЕНОСА, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ

Филимонов М.Ю., Бахтерев М.О., Ваганова Н.А., Васев П.А., Игумнов А.С., Неудачин Д.И., Трубин А.Ю., Шмелев А.В., Халтурина Т.Ю.

Институт математики и механики УрО РАН,
Уральский Федеральный Университет
г. Екатеринбург, fmy@imm.uran.ru

В настоящее время "облачные технологии" являются современным и быстро развивающимся направлением в сфере высокотехнологических услуг для широкого круга пользователей. В нефтегазовой промышленности данное направление практически не представлено. Суть этого подхода применительно к конкретному кругу задач, рассмотренному в данной работе, заключается в следующем: пользователь сможет проводить численные расчеты, не обладая специальными знаниями в области математического моделирования и вычислительной математики, не вдаваясь в тонкости алгоритмов и другой специальной информации, связанной с проведением достаточно трудоемких расчетов по нестационарному распространению тепла от проектируемых инженерных объектов в мерзлом грунте, имеющим сложную литологию. Необходимые данные для расчетов (например, 10-15 параметров) пользователь сможет задать с использованием любого мобильного средства (планшет, или телефон с любым браузером) с выходом в Интернет, на специальном оборудованном сервере. Расчеты по заданным данным будут производиться удаленно на суперЭВМ, куда данные будут передаваться с сервера в полуавтоматическом режиме. В итоге после проведения расчетов и автоматической обработки рассчитанных данных, переданных на сервер, пользователю будет выслана на его электронный адрес заказанная им на сервере информация.

Результаты полученные в ходе выполнения этой работы после разработки соответствующего интерфейса могут быть использованы предприятиями нефтегазовой и строительной промышленности, ведущих работы в зоне вечной мерзлоты по обустройству рабочих (кустовых) площадок, проектированию добывающих скважин с необходимой теплоизоляцией.

Работа поддержана Программой УрО РАН Арктика (проект 12–1–4–005).

ЗАКРУЧЕННЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА РАНГА ОДИН

Хабиров С.В. *Институт механики УНЦ РАН, Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа*

Для уравнений газовой динамики с общим уравнением состояния: есть три допускаемые трехмерные подалгебры, содержащие оператор вращения, для каждой из которых инвариантная подмодель сводится к неавтономной системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Такая редукция возможна в силу найденых трех интегралов: энтропия постоянна, интеграл закрутки и интеграл Бернули (или интеграл продольного движения). Одна из подмоделей задает конические течения с закруткой.

Для специальных уравнений состояния подмодели имеют особые решения, когда все производные не определяются из уравнений. Дополнительные симметрии в случае специальных уравнений состояния сводят систему уравнений к автономной. При отсутствии вращения эти подмодели исследованы. При наличии вращения найдены точные решения для каждой подмодели. Способ нахождения точных решений заключается в рассмотрении частично инвариантных решений надалгебры, которые одновременно являются инвариантными решениями подалгебры. Полученные точные решения описывают конические закрученные движения в специально профилированном канале, безударное обтекание конуса закрученным потоком, закрученный вакуумный источник на оси внутри конуса, схлопывание вакуумной полости, спиральные движения частиц на поверхности вращения.

Работа пддержена РФФИ 11-01-00026-а, 12-01-00648, 11-01-00147-а, НШ-4368.2010.1 и гранта правительства РФ № 11.G34.31.0042 по постановлению № 220.

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПИСАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ СИСТЕМ, НЕ ИМЕЮЩИХ ВЫДЕЛЕННЫХ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Хатунцева О.Н.
ОАО РКК "Энергия"; г. Долгопрудный, МФТИ., г. Королев, ol-khatun@yandex.ru

Существующие способы описания стохастических процессов с помощью дифференциальных уравнений можно разделить на три основных класса. Во-первых – это уравнение Фоккера-Планка, которое представляет собой уравнение в частных производных и описывает эволюцию плотности вероятности во времени для систем, имеющих выделенные состояния равновесия, в которых средние изменения случайных величин малы по сравнению с их характерными значениями. Во-вторых, это соотношения в форме уравнений Ланжевена, которые состоят из обычного детерминированного дифференциального уравнения и дополнительной части, описывающей случайный процесс. В-третьих, это уравнения Ито, которое напоминает уравнения Ланжевена, но записано с использованием стохастических дифференциалов. Уравнения в форме Ланжевена и уравнения в форме Ито представляют собой особый вид дифференциальных уравнений – стохастические дифференциальные уравнения. Проблема решения таких уравнений в общем виде - задача нетривиальная из-за наличия в них, дифференциала по времени, стоящего под знаком корня. Тем не менее, в частных случаях задача разрешима с использованием Леммы Ито. Однако даже в этих случаях остается открытым вопрос о том, в каком именно виде необходимо задать коэффициенты для описания конкретной динамической системы. Не доказанным является отсутствие дифференциалов по времени, отличных от первой и половинной степеней в стохастических дифференциальных уравнениях. Важной открытой проблемой является совместное решение дифференциальных уравнений в частных производных (например, уравнений Навье-Стокса) и стохастических дифференциальных уравнений. Все это затрудняет использование стохастических дифференциальных уравнений при описании стохастических процессов. В работе [1] рассмотрены подходы к описанию стохастических процессов для систем, не имеющих выделенных состояний равновесия, с помощью системы дифференциальных уравнений. Расширение пространства переменных и рассмотрение в этом пространстве непрерывно изменяющейся плотности вероятности, позволило получить для динамических систем, не имеющих выделенных состояний равновесия, соотношение, связывающее отклонение случайной величины от средних значений реализаций случайных величин в двух временных точках, а также плотности вероятности этих реализаций. Это уравнение имеет неявные аналитические решения в двух предельных случаях: во-первых, в случае больших производных, когда небольшое изменение реализованного значения параметра приводит к значительным изменениям функции распределения в его окрестности, во-вторых, в случае, когда реализованное значение на предыдущем шаге становится средним значением на шаге текущем. В обоих случаях удается найти замкнутые системы дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию траекторий отклонений исследуемого параметра от среднего значения в фазовом стохастическом пространстве. Предложены дискретные аналоги таких систем уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хатунцева О.Н.* Описание динамики марковских процессов в расширенном пространстве переменных // "Ученые записки ЦАГИ" . 2011. Т. 42. N. 1. С. 62–85.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ АНОМАЛЬНО ТЕРМОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Хизбуллина С.Ф.
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова, Уфа

Высокие темпы развития промышленности открывают широкие перспективы использования аномально термовязких жидкостей, физические свойства которых существенно отличаются от обычных ньютоновских жидкостей. Учет эффектов течения жидкостей, обусловленных, например, аномальной зависимостью вязкости от температуры, представляет сложную задачу, сопряженную с необходимостью применения современных вычислительных средств и методов математического моделирования.

Разработана математическая модель эволюции течения несжимаемой жидкости в круглой трубе. Реологические свойства жидкости описываются степенным законом Оствальда-де Вилла с учетом зависимости вязкости от температуры немонотонным образом [1]. Проведенные численные исследования показали, что качественная картина движения неньютоновской аномально термовязкой жидкости подобна картине движения ньютоновской аномально термовязкой жидкости [1, 2]. Оказалось, что процесс втекания аномально термовязкой жидкости сопровождается образованием термовязкой структуры — «вязкого барьера», создающего значительное гидравлическое сопротивление потоку. Эволюция течения до его установления приводит к существенному вытягиванию вязкого барьера по потоку и возникновению кольцевых пристеночных областей изменения вязкости, отражающих зависимость динамической вязкости от температуры.

Работа выполнена в рамках программ Фонда фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН «Вихри и волны в сложных средах» и Поддержки молодых ученых Президиума РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Урманчеев С.Ф., Киреев В.Н.* Установившееся течение жидкости с температурной аномалией // Доклады академии наук. 2004. Т. 396. № 2. С. 204–207.

2. *Хизбуллина С.Ф.* Численное исследование течения жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры // Вестник Башкирского университета. 2006. № 2. С. 22–25.

ВАРИАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ СОГЛАСОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗНОМАСШТАБНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОЗЕРЕ БАЙКАЛ

Цветова Е.А.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, e.tsvetova@ommgp.sscc.ru

В практике математического моделирования природных объектов часто возникает необходимость более подробного описания как отдельных процессов, так и отдельных частей объекта. Естественным выходом здесь является разработка моделей различных уровней сложности, которые могли бы обеспечить решения поставленных задач. В докладе обсуждаются вопросы согласования моделей, описывающих локальные процессы, протекающие на фоне крупномасштабных циркуляций. Математические модели, о которых идет речь, это трехмерные модели гидротермодинамики глубокого озера в негидростатическом приближении, дополненные моделями распространения примесей.

Предложены вариационные алгоритмы, позволяющие реализовать идею «телескопизации» с односторонним или двухсторонним взаимодействием решений уравнений модели на вложенных сетках. Алгоритмы организованы на основе методов декомпозиции и расщепления. Для согласования локальных и глобальных процессов применяются вариационные процедуры усвоения данных в реальном времени. Численные схемы для реализации моделей построены с помощью вариационного принципа и метода конечных объемов при использовании фундаментальных аналитических решений специальным образом определённых локальных сопряженных задач [1]. Приведены результаты сценарных расчетов.

Работа поддержана Программами фундаментальных исследований №№ 4 и 23 Президиума РАН и №3 Отделения математических наук РАН, а также проектом РФФИ № 11-01-00187.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *V. Penenko, E. Tsvetova.* Discrete-analytical methods for the implementation of variational principles in environmental applications // J. Comput. Appl. Math. 2009. V. 226. P. 319–330.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕТРОСПЕКТИВНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА

Цепелев И. А.

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург

Математическая модель неоднородной неньютоновской несжимаемой жидкости в обратном направлении времени $t \in [t_0, \vartheta]$ включает в себя краевую задачу для определения поля скоростей

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \nabla \cdot \left[\eta_0 \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right)^\gamma \right] + \mathbf{F}, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \tag{1}$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \partial \mathbf{u}_\tau / \partial \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega, \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega. \tag{3}$$

Здесь Ω — модельная область изменения пространственных переменных $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$; $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор скорости движения жидкости, $\mathbf{F}$ — вектор внешних массовых сил, $\mathbf{n}$ — единичный вектор внешней нормали в точках границы $\partial\Omega$ области Ω, $\mathbf{u}_\tau$ — проекция вектора скорости на касательную плоскость; p — давление; $\eta_0 > 0$ — вязкость; ∇ — градиент, $\nabla\cdot$ — дивергенция; $0 < \gamma < 2$; $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \sum_{i=1}^{3} u_i v_i$.

Состояние среды в области Ω в момент времени ϑ характеризует функция $\chi_\delta{=}\chi_\delta(\cdot)\ \|\chi_\delta(\cdot){-}\chi(\cdot)\|_{L_2(\Omega)}{\le}\delta, \quad \delta > 0$, которая служит результатом измерения финального состояния краевой задачи (1)—(3)

$$\mathbf{u}(\vartheta, \mathbf{x}) = \chi(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega. \tag{4}$$

Требуется определить состояние среды $\mathbf{u}(t_0, \cdot)$ во всей области Ω в момент времени t_0. С содержательной точки зрения ретроспективная задача состоит в определении состояния среды в прошлом по ее состоянию в настоящем по доступному прямому измерению состояния системы χ_δ в момент времени ϑ. С математической точки зрения задача состоит в нахождении решения задачи (1)—(4).

Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН №15 "Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы" при поддержке УрО РАН (проект 12-П-1-1023) и региональной целевой программой РЦП-12-П9.

О МОДЕЛИРОВАНИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ВЕЩЕСТВ С ДОПЛЕРОВСКИМ ПРОФИЛЕМ

Чащин М.А., Рубина Л.И., Ульянов О.Н.
Институт മатаматики и механики УрО РАН, Екатеринбург,
cma@imm.uran.ru, rli@imm.uran.ru, secretary@imm.uran.ru

Авторы на протяжении ряда лет разрабатывают методики решения задач о взаимодейстаии ионизирующего излучения с веществом, состоящим из водородоподобных и гелиоподобных ионов, а также ионов, у которых, на внешней оболочке отсутствуют электроны [1, 2]. Населенности уровней вычисляются из системы уравнений кинетики с коэффициентами, зависящими от интенсивности излучения, которая, в свою очередь, определяется из уравнения (или системы уравнений) переноса с коэффициентами, зависящими от населенностей уровней.

По мере развития вычислительной техники методики совершенствуются, постановки задач все больше приближаются к описанию реальных процессов.

В докладе изложены результаты (как с учетом, так и без учета энергобаланса) в случае веществ с доплеровскими профилями излучения и поглощения, для двух математических моделей явления.

В первой модели пересечением спектральных линий пренебрегается, а спектальное уравнение переноса разбивается на систему стационарных интегро-дифференциальных уравнений в “дискретном спектре” (переноса излучения в каждой спектральной линии) и уравнения переноса в “непрерывном спектре”.

Во второй модели расчет вклада каждой спектральной линии производится с учетом их пересечения, а интенсивность излучения определяется из единого спектрального уравнения переноса излучения без разбиения на “непрерывную” и “дискретную” части.

Приводятся результаты численых расчетов, которые проводились на суперкомпьютере УРАН.

Работа выполнена при поддержке УрО РАН в рамках проекта 12-П-1-1023 Программы фундаментальных исследований Президиума РАН “Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы” и проекта 12-С-1-1001 Программы межрегиональных и межведомственных фундаментальных исследований УрО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Е.Ф.Леликова, Л.И.Рубина, О.Н.Ульянов, М.А.Чащин Параллельные вычислительные технологии в задаче о переносе радиационного излучения // ВАНТ, серия Мат. моделирование физ. процессов, вып.3, 2002 г.

2.Л.И.Рубина, О.Н.Ульянов, И.А.Чащин О развитии двух параллельных алгоритмов численного моделирования взаимодействия излучения с веществом // Вестник УГАТУ, серия Управление, вычислительная техника и информатика. 2012 г. (принято к печати)

ПОСТРОЕНИЕ СЕТОК ТИПА ВОСЬМЕРИЧНОЕ ДЕРЕВО СО СКОЛОТЫМИ ЯЧЕЙКАМИ В ОБЛАСТЯХ С НЕСКОЛЬКИМИ МАТЕРИАЛАМИ

Чернышенко А.Ю.

Институт вычислительной математики РАН, Москва

В данной работе представлен метод построения трехмерных сеток типа восьмеричное дерево, в которых допускаются сколы приграничных ячеек, в сложных областях с несколькими материалами.

Вершины восьмеричного дерева – кубические ячейки, допускающие рекурсивное разбиение на 8 потомков. Сгущение сетки к границе области опеспечивается разбиением приграничных ячеек. Для точного приближения границы используются сколотые ячейки. Сколотая ячейка представляет собой часть кубической ячейки, полученную в результате ее среза поверхностной триангуляцией. Эта триангуляция порождается алгоритмом Cubical marching squares [1]. Полученная сетка является конформной, независимо от размеров соседних ячеек.

Во многих прикладных задачах область, для которой необходимо построить сетку, состоит из нескольких материалов, и построенная сетка должна отражать наличие различных материалов. Для построения таких сеток в работе предложена модификация алгоритма Multiple material marching cubes [2], с более точным приближением границы области.

Использование данных алгоритмов позволяет аппроксимировать границу поверхности области со вторым порядком точности. Данные сетки могут быть использованы в инженерных приложениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00971-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ho C.-C., Wu F.-C.* Cubical Marching Squares: Adaptive Feature Preserving Surface Extraction from Volume Data // EUROGRAPHICS. 2005. V. 24. N. 3.
2. *Wu Z., Sullivan J.M.* Multiple material marching cubes algorithm //Int. J. Numer. Meth. Engng. 2003. T. 58. C. 189–207.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗЛОЖЕНИЯ ГИДРАТА В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ

Чиглинцева А.С., Кунсбаева Г.А.
Бирская государственная социально-педагогическая академия, Бирск, changelina@rambler.ru
Сибайский филиал Башкирского государственного университета, Сибай, kun_gulnaz@mail.ru

Около 97% мировых запасов газогидратов находятся в океане и только 3% - на суше в зоне вечной мерзлоты [1]. Потенциальные запасы метана в газогидратах оцениваются специалистами до $1.5*10^{16}$ м^3. Наиболее перспективными областями промышленной разработки газогидратных месторождений являются глубоководный шельф, континентальные залежи, глубоководные впадины с глубинами порядка 700-2500 м [1]. Однако, только 9-12% поверхности Океана дают положительный прогноз для обнаружения газогидратов. По современным оценкам эффективно можно отбирать до 17-20% газа[1].

В работе построена математическая модель, которая описывает процесс разложения гидрата в вертикальном канале. Согласно предлагаемой схеме, реактор сверху постоянно загружается гидратом, а снизу в реактор подается теплая вода с некоторым постоянным расходом. Продукты разложения самотеком удаляются из реактора, при котором уровень воды поддерживается на постоянной высоте. Для функционирования такого реактора необходимо обеспечить во всем его объеме условия разложения гидрата. Таким условием является величина температуры воды, которая должна быть выше равновесной температуры гидрата, соответствующая давлению в реакторе.

Для выявления наиболее выгодных режимов эксплуатации реактора и определение его оптимального размера был проведен параметрический анализ по данной теоретической модели.

Данная построенная математическая модель позволяет рассчитывать производство газа и пресной воды при заданной интенсивности загрузки реактора гидратом и теплой водой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Makogon U.F. Natural gas hydrates - A promising source of energy // Journal of Natural Gas Science and Engineering. 2, 49-59 (2010)*

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ВВС ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА ПРИМЕСЕЙ ВО ВНУТРЕННЕМ ВОДОЕМЕ НА ПРИМЕРЕ АЗОВСКОГО МОРЯ

Шабас И.Н.

ЮГИНФО ЮФУ, Ростов-на-Дону

Рассматривается задача распространения однородных и многофазных примесей во внутренних водоемах на примере Азовского моря. В области $\bar{\Omega} \times T, \quad \bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ рассматривается система трехмерных уравнений [1]:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t} - \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(M_i \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_i}\right) + \gamma \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(V_i \bar{S}\right) + (1-\gamma) \sum_{i=1}^{3} V_i \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_i} + \\ + \mathcal{B}\left(\bar{S}\right) \bar{S} = \bar{f}.$$

Полученная система замыкается начальными и смешанными краевыми условиями на границе и решается конечно-разностными методами с использованием неявных схем. Решение задачи проводится на многопроцессорных вычислительных системах с распределенной памятью в среде параллельного программирования MPI с использованием пакета распараллеленных итерационных методов Aztec.

Предложенная трехмерная математическая модель переноса вещества в водоеме реализована в программном комплексе, который предназначен для расчета поля солености; распределения однородных и многофазных (радионуклидные [2], нефтяные загрязнения [3]) примесей, попадающих в водоем.

Во время счета создается HTML-страница, которая позволяет увидеть степень прохождения задания. Итоговые данные в виде линий уровня полученного решения, цветных карт, отражающих распределение рассматриваемых веществ по водоему, анимационных файлов хода решения и текстового файла помещаются на этой же странице по окончании расчета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шабас И.Н.* Визуализация результатов расчетов решения задач переноса вещества. // Сб. трудов XVI молодежной конференции-школы с международным участием "Современные проблемы математического моделирования Ростов-на-Дону, Изд-во ЦВВР, 2011г., с.306-312.
2. *Zheleznyak M.J.* The mathematical modelling of radionuclide transport by surface water flow from the vicinity of the Chornobyl Nuclear Power Plant. // Condensed Matter Physics, №12, 1997, pp.37-50.
3. *С.И. Дембицкий, А.В. Лаврентьев, А.В. Ларионов, М.Х. Уртенов* Динамика нефтяного пятна в море с учетом процессов деструкции. Математические модели. // Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки, №1, 2004г., с.6-10.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АЭРОЗОЛЯ ПО РАЗМЕРАМ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ АТМОСФЕРЫ

Шляхова Л.А.

Ростовский государственный университет путей сообщения

Данные измерений прямой солнечной радиации на поверхности Земли, полученные фотометрами в спектральных каналах в период подспутникового эксперимента, использованы для определения наиболее изменяющихся компонент атмосферы: общей и аэрозольной составляющей оптической толщины. Прозрачность атмосферы определялась сравнением измеренного значения прямой солнечной радиации с заатмосферным. Применение известного закона Бугера составило основу для оптических измерений во всех каналах аппаратуры за исключением полосы 940 нм молекулярного поглощения водяным паром. В модель расчета оптической толщины атмосферы по измерениям прозрачности атмосферы включены все три вида ослабления света: молекулярное рассеяние или рассеяние Релея, рассеяние и поглощение аэрозолем и поглощение газами и водой. При построении замкнутой модели оптических характеристик атмосферного аэрозоля использовались допущения о том, что аэрозоль имеет полидисперсную систему и представляется эквивалентной системой однородных частиц сферической формы. Спектральные зависимости и дневной ход аэрозольной составляющей оптической толщины атмосферы использованы как базовый материал для решения обратной задачи атмосферной оптики по восстановлению распределения частиц аэрозоля по размерам. Процедура обращения была проведена для оптической толщины атмосферы - функции $\tau = a\lambda^{-b}$ в приближении распределения частиц по размерам $\dfrac{dN}{dr} \sim cr^{-\nu}$, $\nu = b + 3$. Результаты анализа полученных функций распределения частиц аэрозоля, интегральная оценка восстановленных значений аэрозоля могут быть использованы в процедуре атмосферной коррекции в целях корректной интерпретации изменчивости биофизических параметров поверхностных покровов Земли по космическим изображениям.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОВЫШЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ ПРИ ЕЕ ЗАМЕРЗАНИИ

Юмагулова Ю.А.

Бирская государственная социально-педагогическая академия, Бирск ,
ym_julia@mail.ru

В процессе эксплуатации технических устройств в различных температурных режимах работы, используемых например в нефтегазодобыче, строительстве, могут возникнуть аварийные ситуации, связанные с образованием льда в замкнутых системах, которое приводит к повышению давления.

В работе рассмотрена радиально-симметричная задача о замерзании жидкости в трубе при охлаждении через стенки.

При решении задачи, математическая модель которой описана системой уравнений теплопроводности, неразрывности и линейного уравнения состояния [1, 2], принято, что температура на границе раздела льда и жидкости равна температуре замерзания жидкости. Кроме того, на границе раздела жидкой и твердой фазы выполняются условия теплового баланса и баланса массы.

Путем математических преобразований система уравнений и граничных условий сводится к дифференциальному уравнению для изменения давления, которое означает, что изменение давления происходит за счет термического расширения жидкости и за счет образования слоя льда.

Задача решена численно методом конечных разностей с применением неявной четырехточечной разностной схемы [3]. Численные расчеты позволяют оценить время повышения давления жидкости в трубе при заданных граничных и начальных условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.*Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488с.

2. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с. Ч. 2. 360 с.
3. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.

ON GROUP CLASSIFICATION OF SYSTEMS OF THE DIFFERENTIAL EQUATIONS

Chirkunov Yu.A.
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

The new algorithm of group classification of system of the differential equations which unlike become classical the algorithm resulted in [1], first, allows to avoid the considerable analytical difficulties connected with the analysis of the classifying equations, arising at application of algorithm from [1] is offered, secondly, essentially reduces volume of calculations, thirdly, allows to find at once the widest group of equivalence of system of the differential equations for each concrete specialization of any element. On examples of the equations of gas dynamics and the equations of nonlinear longitudinal fluctuations of a viscoelastic core in Calvin's model efficiency and advantages of the given algorithm is shown.

This work was supportedby the grant of Russian Foundation for Basic Research No. 11-01-12075-ofi-m-2011 and by the grant № NSH 6706.2012.1 of President's Program of Supporting of Leading Scientific Schools.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ovsyannikov L. V.* Group Analysis of Differential Equations. New York, Academic press. (1982)

Содержание