

*Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Российская академия наук
Российский фонд фундаментальных исследований
Министерство образования и науки Пермского края
Пермский национальный исследовательский
политехнический университет
Институт механики сплошных сред УрО РАН*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ

*Материалы
XXVII Всероссийской школы-конференции
молодых ученых и студентов*

Издательство
Пермского национального исследовательского
политехнического университета
2018

XXVII Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках», организованная Пермским национальным исследовательским политехническим университетом, посвящена актуальным проблемам математического моделирования в механике, физике, экологии, биомеханике, технике и технологии по следующим направлениям: процессы получения новых материалов и прогнозирование их свойств, многоуровневые математические модели для описания физико-механических процессов при больших деформациях твердых тел, деформирование и разрушение неоднородных материалов, расширенная механика сплошных сред, модели пластичности и сверхпластичности, процессы и системы авиаракетной техники и высоких технологий, модели биомеханических процессов.

Оргкомитет конференции

Председатель оргкомитета: профессор П.В. Трусов (ПНИПУ)

Ученый секретарь: доцент А.Ю. Янц (ПНИПУ)

Члены оргкомитета: профессор А.Н. Аношкин, профессор Р.В. Бульбович, профессор В.Э. Вильдеман, доцент А.Ю. Янц, доцент А.И. Швейкин, доцент В.Н. Ашихмин, доцент Ю.В. Баяндин, доцент П.С. Волегов, доцент А.В. Зайцев, доцент И.Ю. Зубко, доцент Е.С. Макаревич, доцент Н.Д. Няшина, доцент Т.В. Останина.

Научный программный комитет школы-конференции:

Академик РАН В.П. Матвеевко, профессор О.Б. Наймарк, профессор Р.А. Степанов, профессор П.Г. Фрик, профессор И.Н. Шардаков (ИМСС УрО РАН), профессор В.И. Астафьев (СамГУ), профессор Р.А. Васин (ИМех МГУ), профессор А.В. Вахрушев (ИМех УрО РАН), профессор А.Е. Волков (СПбГУ), профессор М.П. Кащенко (УГЛТУ, Екатеринбург), профессор А.Г. Князева (ИФПМ СО РАН), профессор С.А. Лурье (ВЦ РАН), профессор Е.А. Митюшов (УПИ–УГТУ), профессор С.В. Смирнов, профессор В.В. Стружанов (ИМашУрО РАН), профессор А.Б. Фрейдин (ИПМаш РАН, Санкт-Петербург), доцент К.Б. Устинов (ИПМех РАН).

Оргкомитет конференции считает своим долгом поблагодарить руководителей и коллективы следующих организаций, оказавших финансовую поддержку конференции:

Министерство образования и науки Российской Федерации,

Министерство образования и науки Пермского края,

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,

Институт механики сплошных сред УрО РАН.

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. А.А. Роговой (ИМСС УрО РАН); кафедра механики композиционных материалов и конструкций ПНИПУ.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСХОДА ОХЛАДИТЕЛЯ НА ОСНОВАНИИ УСЛОВИЯ МАКСИМИЗАЦИИ ТЕРМОПРОЧНОСТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОБОЛОЧКОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТУРБОМАШИН

И.К. Андрианов

Комсомольский-на-Амуре государственный университет,
Комсомольск-на-Амуре, Россия, ivan_andrianov_90@mail.ru

Рассматривается процесс оптимального теплоотвода оболочковых элементов турбомашин. Предложена модель минимизации расхода охладителя, учитывающая напряженное состояние элемента, временной режим работы, условия подведения и отведения теплоты. Модель позволяет реализовать максимальный тепловой и прочностной потенциал элемента для снижения расхода хладагента.

Ключевые слова: оболочка, массовый расход, термopрочность, теплообмен, моделирование.

Оболочечные элементы турбомашин представляют собой тонкостенные криволинейные оболочки, находящиеся в условиях напряженного состояния, а также с внешней стороны подвергаемые воздействию нагревающего газа, а с внутренней стороны – омываемые охлаждающим потоком. Наиболее актуальной проблемой сегодня является оптимизация расхода охладителя. Нагрузки от действия газовых и центробежных сил принимаются известными. Особенностью элементов являются постоянные по времени механические напряжения и повышенная температура воздействия окружающей среды. В результате чего в процессе нагружения оболочечного элемента может развиваться деформация ползучести. Вопросы, связанные с теплонапряженным состоянием оболочечных элементов и интенсификацией теплообмена, рассматривались в работах [1, 2].

Цель данной работы заключалась в оптимизации теплоотвода с помощью минимизации расхода охладителя. Массовый расход зависит от условий, характеризующих подведение и отведение теплоты: температуры и теплоотдачи нагревающего

T_h , α_h и охлаждающего T_r , α_r потоков. Основным параметром, связывающим напряженное состояние и теплоотвод, является температура оболочки. Соответственно управление данным параметром является определяющим в вопросе оптимизации целевой функции. На основании условия теплового баланса при подводе и отводе теплоты согласно [3] функция массового расхода G представляется в виде:

$$G = \frac{\int \alpha_h (T_h - T) \Delta z ds}{c \Delta T_r},$$

где c – удельная теплоемкость, T – температура оболочки, s – длина канала, Δz – ширина канала.

Согласно данной функции при постоянных условиях теплоподвода минимальный расход будет достигаться при максимально допустимом тепловом состоянии оболочки:

$$\min_{T \in U} G(T) = G|_{T \rightarrow \max}.$$

Соответственно, задача минимизации расхода может быть переформулирована как задача максимизации теплового состояния:

$$T = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} \sigma^i \tau^k,$$

где a_{ik} – интерполяционные коэффициенты, σ – напряжения, τ – время.

При выборе максимальных температурных значений необходимо рассмотреть различные варианты в зависимости от условий работы теплообменной системы и напряженного состояния согласно рисунку, где $[n]$ – коэффициент запаса, $\bar{\sigma}$ – интенсивность напряжений, T^* , T_* – максимально и минимально допустимые температуры теплообменной системы.

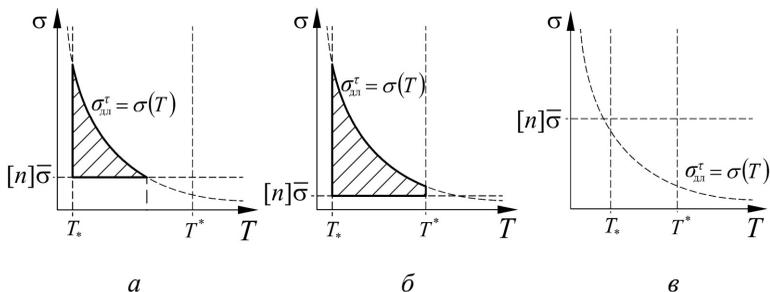


Рис. Области допустимых температурных значений элемента в условиях напряженного состояния

Согласно схеме на рисунке, *а* допускаемые напряжения при заданном коэффициенте запаса позволяют реализовать максимальную температуру, удовлетворяющую длительной прочности. За счет температурных значений, удовлетворяющих кривой длительной прочности $\sigma_{\text{дл}}^r = \sigma(T)$, реализуется максимальный ресурсный потенциал оболочкового элемента, не снижая его прочностных характеристик. Для схемы на рисунке, *б* теплофизические свойства системы теплоподвода не позволят задействовать максимальный прочностной ресурс элемента, подвергаемого механическому и тепловому воздействию. В результате максимальная температура элемента определяется в соответствии с предельно допустимой максимальной температурой T^* для конкретной теплообменной системы. Соответственно, реализация данных температурных значений приведет к повышению фактического коэффициента запаса. В соответствии со схемой на рисунке, *в* исключается возможность реализации температурных значений согласно требованиям длительной прочности. Это связано с тем, что параметры системы охлаждения не позволят обеспечить работу элемента при заданных условиях воздействия.

Области допустимых температурных значений элементов для различных вариантов на рисунке определяются следующими соотношениями:

$$U_1 = \left\{ T_* \leq T \leq T^*, T \leq \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} \sigma^i \tau^k, \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} ([n]\bar{\sigma})^i \tau^k \leq T^*, [n]\bar{\sigma} \leq \sigma \right\},$$

$$U_2 = \left\{ T_* \leq T \leq T^*, T \leq \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} \sigma^i \tau^k, T^* \leq \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} ([n]\bar{\sigma})^i \tau^k, [n]\bar{\sigma} \leq \sigma \right\},$$

$$U_3 = \left\{ T_* \leq T \leq T^*, T \leq \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} \sigma^i \tau^k, \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} ([n]\bar{\sigma})^i \tau^k \leq T_*, [n]\bar{\sigma} \leq \sigma \right\}.$$

В результате максимизации термостойкостного потенциала температурное поле определяется согласно следующей системе:

$$\max_{T \in U} T = \begin{cases} \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} ([n]\bar{\sigma})^i \tau^k, & T \in U_1 \\ T^*, & T \in U_2 \\ \emptyset, & T \in U_3 \end{cases}$$

Минимальный массовый расход охлаждающего газа при полученных температурных значениях элемента будет определяться согласно системе:

$$G_{\min} = \begin{cases} \frac{\int \alpha_h \left(T_h - \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} ([n]\bar{\sigma})^i \tau^k \right) \Delta z ds}{c \Delta T_r}, & T \in U_1 \\ \frac{\int \alpha_h (T_h - T^*) \Delta z ds}{c \Delta T_r}, & T \in U_2 \end{cases}.$$

Соответственно, полученная модель минимального массового расхода позволит реализовать оптимальный теплоотвод в результате охлаждения оболочкового элементов турбомашин.

Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта «Численное моделирование оптимального теплоотвода в многослойных оболочковых элементах турбомашин» № 18-38-00055\18.

Список литературы

1. Викулин А.В., Ярославцев Н.Л., Земляная В.А. Исследование теплообмена в системах охлаждения теплонапряженных конструкций // Теплоэнергетика. – 2017. – № 1. – С. 39–44.
2. Земляная В.А. Разработка банка данных систем интенсификации теплообмена для автоматизированного проектирования высокотемпературных турбин ГТД И ГТУ // Гагаринские чтения 2017: тез. докладов. – 2017. – С. 457–458.
3. Андрианов И.К., Гринкруг М.С. Математическая модель оптимального массового расхода охладителя в каналах теплоотвода оболочковых элементов турбомашин // Вестник Уфим. гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 21. – № 2 (76). – С. 42–46.

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ТЕПЛОВОГО КОНТРОЛЯ ИЗДЕЛИЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

А.Н. Аношкин¹, Д.В. Головин², К.А. Пеленев³, В.М. Осокин⁴

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹anoshkin@pstu.ru, ²gdv@pstu.ru, ³kpelenev@yandex.ru,
⁴osokin.ndt@yandex.ru

Работа посвящена численному моделированию процесса теплового контроля (метод синхронной инфракрасной термографии) изделий из углепластика. В качестве инструмента расчета использовался программный продукт Ansys 14.5. Рассмотрены различные формы теплового воздействия на плоский углепластиковый образец, в структуру которого внедрен имитатор дефекта из фторопласта. По результатам проведенных расчетов проанализированы основные параметры процесса теплового контроля и выбрана предпочтительная форма теплового воздействия.

Ключевые слова: неразрушающий контроль, композиционный материал, углепластик, синхронная инфракрасная термография.

Одним из перспективных высокопроизводительных методов неразрушающего контроля (НК) изделий из полимерным композиционных материалов (ПКМ) является синхронная инфракрасная (ИК) термография, более известная в зарубежных источниках как lock-in IR-thermography. Метод основан на регистрации температурных полей при воздействии теплового потока в виде функций гармонических колебаний на объект контроля [1]. К преимуществам данного метода можно отнести: быстрое получение результатов, возможность осуществления автоматизации процесса контроля и обработки данных, доступность базисных компонентов в виде ИК-камер и источников ИК-энергии (галогеновые лампы, вспышки и другие), наглядность результатов контроля.

Объектом исследования в настоящей работе является образец из углепластика в виде толстой пластины с закладным элементом из фторопластовой пленки. Данный закладной элемент имитирует дефект в виде межслойного расслоения. На начальном этапе проводилось численное моделирование с целью выбора наиболее подходящей функции (формы) гармонических колебаний теплового потока, который будет модулироваться при контроле изделий из ПКМ. К функциям можно отнести колебания теплового поля по закону синуса, широкоимпульсную прямоугольную, пилообразную и треугольную модуляцию. В качестве критериев качественной и количественной оценки были выбраны значение максимального теплового контраста ΔT_{\max} в момент времени $t_{\Delta T_{\max}}$, время начала проявления дефекта t_{α} , фазовый сдвиг изменения температур в дефектных и бездефектных зонах относительно сигнала теплового воздействия.

В связи с тем, что в настоящее время не существует общепринятой методики аналитического расчета определения тепловых полей в конструкциях с дефектами [2, 3], было решено при-

бегнуть к методам численного моделирования. Решение данной задачи осуществлялось с помощью пакета конечно-элементного анализа Ansys 14.5 с применением модуля нестационарных термических процессов Transient thermal.

Для увеличения скорости расчетов и снижения вычислительных затрат расчет задачи производился в плоской двумерной осесимметричной постановке. Моделировалась плоскость поперечного сечения образца из углепластика с заложенным дефектом. Имитация дефекта осуществлялась в явном виде. В геометрической модели присутствовал твердотельный элемент со свойствами фторопласта. Таким способом имитируется дефект типа межслоевого расслоения. Размер дефекта 10 мм, толщина 0,2 мм, глубина залегания 2,5 мм. Эти размеры задают условия плохой выявляемости дефекта на реальных образцах [4]. Для создания конечно-элементной сетки использовались упорядоченные четырехгранные элементы. Повышение плотности стеки КЭ осуществлялось до достижения размерности ячейки в 0,20 мм, что соответствует средней толщине монослоя углепластика.

В математической модели для расчета учитывалась все механизмы теплопередачи. Процесс нестационарного распределения тепла в анизотропном материале описывается уравнением (1), тепловые потери с поверхности образца от конвективного и лучистого теплообмена с окружающей средой законами Ньютона (2) и Стефана – Больцмана соответственно (3).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (1)$$

$$Q_{cv} \approx a_{cv} (T_s - T_a), \quad (2)$$

$$Q_{rd} \approx \varepsilon_{red} (T_1^4 - T_2^4). \quad (3)$$

В качестве исходных данных были выбраны справочные значения плотности материалов, их теплоемкости и теплопроводности (табл. 1). Учет анизотропии теплофизических

характеристик углепластика производился за счет указания значений теплопроводности вдоль и перпендикулярно направлению волокон.

Т а б л и ц а 1

Теплофизические характеристики материалов

Материал	Плотность, кг/м ³	Теплоемкость, Дж/(Кг·К)	Теплопроводность Вт/(м·К)	
Углепластик	1500	1758	4,5 ()	0,61 (⊥)
Фторопласт	2140	1010	0,23	

Учет конвективного теплообмена с окружающей средой определялся условиями температуры окружающей среды 22 °С и коэффициентом теплопередачи на границе с воздушной средой 5 Вт/м²К. Учет лучистого обмена с окружающей средой определялся коэффициентом излучения углепластика 0,9 [5]. Условия конвективного и лучистого теплообмена с окружающей средой задавались на верхней грани расчетной области.

При численном расчете моделировались воздействия 10 циклов теплового потока с различной модулируемой функцией. В исследовании рассматривались синусоидальная, треугольная, прямоугольная, пилообразная формы теплового потока. Значение максимальной плотности теплового потока для всех форм воздействия было равно 10000 Вт/м², суммарная энергия 250 КДж, частота волн теплового воздействия 0,2 Гц.

В результате проведенных численных расчетов были получены основные параметры тепловых полей в дефектных и бездефектных областях образцов из углепластика. Обобщенные результаты расчета представлены в табл. 2.

Полученные результаты дали возможность произвести качественную и количественную оценку различным формам теплового воздействия при НК изделий из ПКМ методом синхронной ИК-термографии. Результаты свидетельствуют о незначительной зависимости между формой теплового воздействия

и значениями тепловых контрастов. Оценивая величину фазовых сдвигов для различных форм теплового воздействия на образец из углепластика, можно сделать вывод, что наиболее предпочтительной является синусоидальная форма теплового воздействия. При такой форме теплового воздействия наблюдается наибольший фазовый сдвиг колебаний температуры в дефектной области относительно тепловых волн. Максимальная величина фазового сдвига составила 0,66 с.

Таблица 2

Результаты расчетов

Тип сигнала	ΔT_{\max} , К при $t_{\Delta T_{\max}}$, с	Время начала проявления t_a , с
Синусоидальный	0,433 при 56	10,64
Прямоугольный	0,428 при 58	11,00
Пилообразный	0,447 при 57	11,44
Треугольный	0,432 при 54	9,74

В дальнейших исследованиях для оценки адекватности математической модели планируется провести валидацию результатов численного расчета с результатами экспериментальных исследований. Образцы для экспериментального исследования будут изготовлены на оборудовании уникальной научной установки «Исследовательский комплекс для проведения научно-технологических исследований в области создания изделий из полимерных композиционных материалов».

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (договор № 03.G25.31.0232) в рамках реализации Постановления Правительства РФ № 218 «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства».

Список литературы

1. Breitenstein O., Warta W., Langenkamp M. Lock-in Thermography: Basics and Use for Evaluating Electronic Devices and Materials. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
2. Вавилов В.П. Инфракрасная термография и тепловой контроль. – М.: Спектр, 2009. – 544 с.
3. Вавилов В.П. Тепловые методы неразрушающего контроля. – М.: Машиностроение, 1991. – 240 с.
4. Троицкий В.А., Карманов М.Н., Троицкая Н.В. Неразрушающий контроль качества композиционных материалов // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2014. – № 3. – С. 29–33.
5. Дегтярев А.В., Потапов А.М. Исследование свойств углепластиковых сотовых структур для легковесных конструкций ракетно-космического назначения // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2012. – № 3. – С. 20–26.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБРАЗЦОВ СОЛЯНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО НАНОИНДЕНТИРОВАНИЮ

В.Н. Аптуков, В.Ю. Митин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, victormitin@ya.ru

В статье получены инженерные оценки расчета механических характеристик кристаллов соляных пород на основе данных наноиндентирования. Для получения формул расчета механических параметров была решена задача индентирования жесткого кантилевера в упруго-идеально-пластический образец соляных пород в 2D-осесимметричной постановке.

Ключевые слова: наноиндентирование, моделирование, соляные породы, механические характеристики.

В настоящее время помимо чисто феноменологических подходов происходит развитие структурных моделей деформирования и разрушения соляных пород [1, 2]. Соляные породы являются минеральными агрегатами, поэтому при построении структурных моделей необходимо знать механические свойства отдельных кристаллов (твердость, модуль упругости, предел текучести) на различных масштабных уровнях, в частности на наноуровне. Зондовый силовой микроскоп Dimension Icon позволяет путем индентирования кантилевера в кристалл соляных пород получить зависимость между текущим усилием P и глубиной проникания индентора L .

Оценка механических характеристик может быть выполнена на основе зависимости $P(L)$, полученной при нагрузке и разгрузке кантилевера. Для получения инженерных формул расчета механических параметров в пакете ANSYS с применением контактных элементов была решена задача индентирования жесткого кантилевера в упруго идеально-пластический образец соляной породы с модулем упругости E , коэффициентом Пуассона ν и пределом текучести σ_s (рис. 1) в двумерной осесимметричной постановке.

Проникание (вертикальное перемещение кантилевера) осуществляли по шагам DU_y , на каждом шаге определяли напряжения σ_r , σ_z , σ_{rz} . Далее в каждом узле на контактной поверхности с помощью формул преобразования компонент тензора напряжений при повороте элемента на текущий угол α вычисляли нормальное к поверхности кантилевера напряжение p (см. рис. 1).

Усилие P кантилевера, необходимое для достижения глубины проникания L , определяли путем интегрирования проекций на ось Oz элементарных нормальных усилий по поверхности кантилевера CD , погруженной в образец на данном шаге проникания. Аналогичным образом решали задачу о разгрузке кантилевера. В результате получили численные зависимости «усилие – глубина проникания» на прямом и обратном ходе, аналогичные экспериментальным.

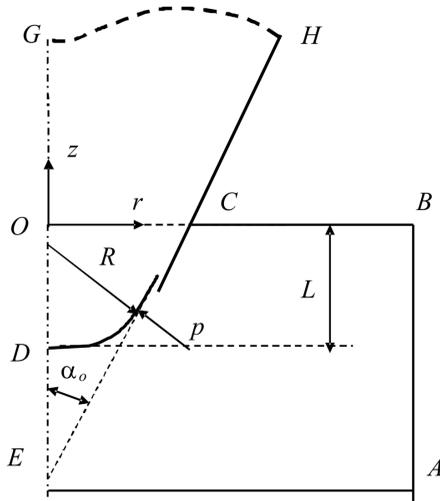


Рис. 1. Расчетная схема проникания кантилевера в образец

В качестве иллюстрации расчетов на рис. 2 показано поле радиальных перемещений в образце с модулем упругости $E = 25$ ГПа при глубине индентирования 180 нм для предела текучести $\sigma_s = 2,5$ ГПа (слева) и $\sigma_s = 0,1$ ГПа (справа).

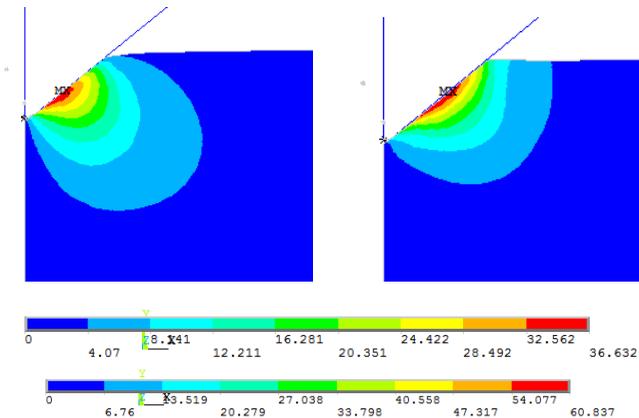


Рис. 2. Поле радиальных перемещений в образце при глубине индентирования 180 нм

Была проведена серия вычислительных экспериментов для различных механических характеристик кристалла соляной породы, расположенных в диапазоне 0,1–2,5 ГПа (предел текучести); 10–50 ГПа (модуль упругости); 50–250 нм (глубина индентирования). С помощью расчетных кривых выполнена оценка значений твердости как отношения усилия к площади миделя (площадь сечения кантилевера лицевой плоскостью испытываемого кристалла) $H = P/S$. Средние значения твердости при различных величинах модуля упругости приведены в табл. 1. Установлено, что влияние коэффициента Пуассона в диапазоне значений 0,2–0,4 на оценку значений твердости по полученным данным не превышает 5–7 %.

Таблица 1

Средние значения твердости

Значения H	$\sigma_s = 0,1$ ГПа	$\sigma_s = 0,5$ ГПа	$\sigma_s = 1,0$ ГПа	$\sigma_s = 2,5$ ГПа
$E = 10$ ГПа	1,38	1,43	1,44	1,55
$E = 25$ ГПа	2,14	2,22	2,30	2,55
$E = 50$ ГПа	2,73	2,86	3,01	3,38

На основании расчетов установлено наличие практически линейной связи между твердостью и пределом текучести (рис. 3). Здесь символами обозначено: «квадрат» – $E = 50$ ГПа, «ромб» – $E = 25$ ГПа, «треугольник» – $E = 10$ ГПа. Пунктиром показаны зависимости, полученные для небольших максимальных глубин индентирования, около 50 нм.

Примем следующий вид аппроксимации зависимости:

$$H = A(E) \sigma_s + B(E). \quad (1)$$

На основании выполненных расчетов установлено, что:

$$A(E) = -5 \cdot 10^{-5} E^2 + 0,0069 \cdot E + 0,0608,$$

$$B(E) = -0,0007 \cdot E^2 + 0,0771 \cdot E + 0,7181. \quad (2)$$

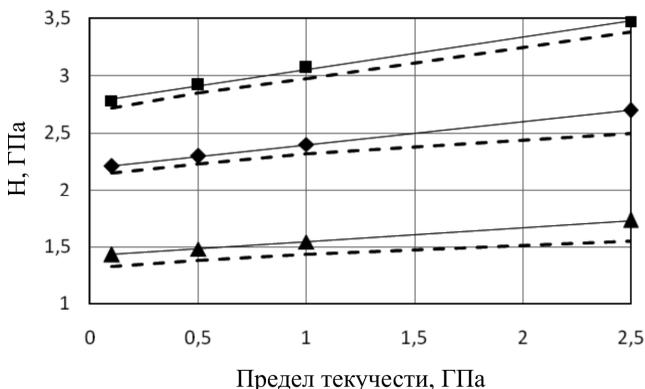


Рис. 3. Зависимость твердости от предела текучести и линии регрессии

Соотношения (1) и (2) позволяют получить зависимость предела текучести от твердости в исследуемом диапазоне механических параметров при условии предварительной оценки модуля упругости:

$$\sigma_s = [H - B(E)] / A(E). \quad (3)$$

Значения модуля упругости можно получить на основе теории размерностей, считая, что основными параметрами, определяющими кривые $P(L)$ при разгрузке, являются модуль упругости E , ΔP – величина падения усилия; ΔL – приращение перемещения при разгрузке; L – глубина индентирования; σ_s – предел текучести. Влиянием трения пренебрегаем. Форма кантилевера (индентора) считается заданной, поэтому угол полураствора конуса в число определяющих параметров не включается. Однако радиус закругления вершины кантилевера R должен войти в безразмерный параметр L/R .

Учитывая линейную связь между изменением усилия и перемещения при разгрузке, получим искомую зависимость в виде:

$$\Delta P/(EL^2) = f(\sigma_s/E, L/R),$$

$$\Delta L/L \text{ или } E = f(\sigma_s/E, L/R) \Delta P/(L\Delta L). \quad (4)$$

В табл. 2 приведены оценки функции f для различных вариантов расчета при полном усилии $\Delta P = 50000$ нН (f_c) и $\Delta P = 628000$ нН (f_m).

Таблица 2

Оценки функции f для различных вариантов расчета

σ_s , ГПа	E , ГПа	σ_s/E	f_c	f_m
0,5	10	0,05	0,417	0,435
0,1	10	0,01	0,413	0,464
0,1	25	0,004	0,322	0,405
0,5	25	0,02	0,324	0,393

Окончательно на основе вычислительного эксперимента получена следующая оценка функции f , позволяющая определять согласно (4) модуль упругости:

$$f = 0,40 - 2,23 \cdot 10^{-7} \Delta P + 0,012 (L/R). \quad (5)$$

Таким образом, получены инженерные зависимости для оценки модуля упругости и предела текучести при наноиндентировании образцов соляных пород, которые являются уточнением методик, изложенных в статье [3].

Список литературы

1. Зильбершмидт В.Г., Зильбершмидт В.В., Наймарк О.Б. Разрушение соляных пород. – М.: Наука, 1992. – 144 с.
2. Прочность и деформируемость горных пород / Ю.М. Карташов, Б.В. Матвеев, Г.В. Михеев, А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1979. – 269 с.
3. Аптуков В.Н., Митин В.Ю. Механические и фрактальные свойства поверхности кристаллов соляных пород в нанодиапазоне и их влияние на трещиностойкость и смачиваемость // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2016. – № 4. – С. 29–38.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ГПУ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ С УЧЕТОМ ОБРАТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

М.А. Баранов, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, maximbaranov.123@gmail.com

Рассматриваются процессы упрочнения при интенсивных неупругих деформациях материалов с гексагональной плотноупакованной (ГПУ) решёткой с учетом «обратных» (внутренних) напряжений, возникающих за счет формирования дефектных субструктур на границах двойниковых прослоек. Приведены основные определяющие соотношения двухуровневой математической модели неупругого деформирования поликристаллов на базе физической теории упруговязкопластичности, в том числе соотношения для описания упрочнения. Проведены численные эксперименты по нагружению представительного объема ГПУ поликристалла, получены и проанализированы зависимости интенсивности напряжений, критических напряжений сдвига и скоростей сдвига дислокаций от интенсивности накопленных деформаций.

Ключевые слова: физические теории пластичности, ГПУ, поликристалл, упрочнение, обратные напряжения.

При производстве деталей машин и элементов конструкций необходимо заранее знать прочностные характеристики материалов, из которых изготовлены эти детали; соответственно, улучшение физико-механических характеристик материалов является одной из наиболее актуальных задач механики деформируемого твердого тела. Процессы упрочнения, разупрочнения или разрушения поликристаллических материалов, с одной стороны, связаны с эволюцией поврежденности в материале, с другой стороны, на уровне кристаллической решетки обусловлены появлением и эволюцией полей внутренних напряжений, создаваемых барьерами различного типа, в том числе дислокационного.

Целью работы являются разработка, численная реализация и исследование математической модели процессов упрочнения в поликристаллах с гексагональной плотноупакованной (ГПУ) решёткой с учетом возникновения внутренних («обратных») напряжений.

Для достижения цели используется двухуровневая упруговязкопластическая модель неупругого деформирования ГПУ поликристалла. В качестве элемента макроуровня рассматривается представительный объём поликристалла, а элементом мезоуровня выступает отдельный кристаллит. Считается, что основной вклад в неупругое деформирование на мезоуровне осуществляется скольжением дислокаций по системам скольжения и двойникованием по системам двойникования соответственно. В качестве определяющего соотношения на каждом из масштабных уровней используется упругий закон. Напряжения на макроуровне определяются осреднением напряжений в элементах мезоуровня. Для связи уровней принята расширенная гипотеза Фойгта, согласно которой меры скорости деформации всех зерен совпадают с мерой скорости деформации представительного объема поликристалла [1].

Ниже приведена система уравнений, описывающих напряжённно-деформированное состояние элемента мезоуровня:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{n} : \boldsymbol{\zeta}^e = \mathbf{n} : (\boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\zeta}^{in}), \\ \boldsymbol{\zeta}^{in} = \sum_{k=1}^K \dot{\gamma}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} \mathbf{b}^{(k)} + \sum_{k=1}^S \dot{\gamma}_{tw}^{(s)} \mathbf{n}_{tw}^{(s)} \mathbf{b}_{tw}^{(s)}, \\ \boldsymbol{\tau}^{(k)} = \mathbf{n}^{(k)} \mathbf{b}^{(k)} : \boldsymbol{\sigma}, \\ \dot{\tau}_c^{(k)} = f(\dot{\gamma}^{(k)}, \gamma^{(k)}, \dots), \\ \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{Z}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши; \mathbf{n} – тензор модулей упругости; $\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\zeta}^{in}$ – мера скорости деформации и ее неупругая составляющая; $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$ – действующее касательное напряжение; $\mathbf{n}^{(k)}, \mathbf{b}^{(k)}$ – векторы нормали и Бюргерса k -й системы скольжения.

Для определения скорости сдвига по системе скольжения использовано соотношение [2]:

$$\dot{\gamma}^{(k)} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau_{eff}^{(k)}}{\tau_c^{(k)}} \right)^{1/m} \exp \left[-\frac{G_0}{kT} \left(1 - \frac{\tau_{eff}^{(k)}}{\tau_c^{(k)}} \right) \right] \text{sign} \left(\tau_{eff}^{(k)} \right), \quad (2)$$

где $\dot{\gamma}_0$ и m – параметры материала; G_0 – энергия активации движения дислокаций по системам скольжения; T и k – абсолютная температура и постоянная Больцмана соответственно.

Эволюционное уравнение для скорости изменения доли двойников принято в виде упруговязкопластического уравнения (см. работу [3]):

$$\dot{f}^{(s)} = \begin{cases} \text{H}(\tau_{tw}^{(s)} - \tau_{twc}^{(s)}) \frac{\dot{\gamma}_0}{\gamma_{tw}^{(s)}} \left| \frac{\tau_{tw}^{(k)}}{\tau_{twc}^{(k)}} \right|^m \exp \left(-\frac{G_{tw}}{kT} \right), \tau_{tw}^{(s)} > 0, \\ 0, \tau_{tw}^{(s)} < 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\gamma_{tw}^{(s)}$ – параметр материала (определяется для двойников сжатия и растяжения); $\tau_{tw}^{(s)}$ – действующие касательные напряжения на s -й системе двойникования; $\tau_{twc}^{(s)}$ – критические напряжения на s -й системе двойникования.

Для определения эффективного сдвигового напряжения $\tau_{eff}^{(k)}$ используется следующее соотношение:

$$\tau_{eff}^{(k)} = \tau^{(k)} - \tau_b^{(k)}, \quad (4)$$

где $\tau^{(k)}$ – действующее касательное напряжение; $\tau_b^{(k)}$ – обратное напряжение.

Обратные напряжения можно найти с помощью следующего соотношения:

$$\tau_b^{(k)} = \tau_{avf}^{(k)} \cdot \text{sign} \left(\mathbf{b}^{(k)} \cdot \mathbf{n}^{(k)} \right), \quad (5)$$

где σ^{int} – поле внутренних напряжений, создаваемое дислокациями ориентационного несоответствия (ДОН) в границах

двойниковых прослоек, $\text{sign}(\mathbf{b}^{(k)} \cdot \mathbf{n}^{(k)})$ позволяет учитывать направление движения дислокации, так как в одном случае поле обратных напряжений может способствовать движению дислокации, а в другом, наоборот, препятствовать такому движению.

Для определения средних сдвиговых напряжений $\tau_{avf}^{(k)}$ используется следующее соотношение:

$$\tau_{avf}^{(k)} = \left\langle \tau_{\text{ДОН}}^{(k)} \right\rangle \frac{N_{\text{ДОН}}}{La}, \quad (6)$$

где L – толщина двойниковой прослойки; a – период решётки.

Для определения критических напряжений на системах скольжения используется закон упрочнения [4]:

$$\dot{\tau}_c^{(k)} = \tau_{c0}^{(k)} \dot{\gamma}_0 \left(\sum_{i=1}^{24} a_i^{(k)} \left(\frac{\dot{\gamma}^{(i)}}{\sum_{j=1}^{24} \dot{\gamma}^{(j)}} \right)^\psi \left(\frac{\dot{\gamma}^{(i)}}{\dot{\gamma}_0} \right)^\delta \right), \quad k, j = \overline{1, K}, \quad \delta, \psi > 0, \quad (7)$$

где $\tau_{c0}^{(k)}$ – начальные критические касательные напряжения; $a_i^{(k)}$ – матрица модулей упрочнения.

В работе реализованы две серии численных экспериментов, в первой серии был учтён базовый механизм упрочнения, во второй – оба механизма упрочнения.

На рисунке сплошной линии соответствует численный эксперимент с учётом обоих механизмов упрочнения, а штрихованной линией обозначен результат эксперимента, в котором учитывался только базовый механизм упрочнения. Исходя из результатов, видно, что вклад обратных напряжений тем больше, чем больше деформации, что связано с ростом объёмной доли двойников и, как следствие, увеличением доли дефектной субструктуры вблизи двойниковых границ. Вклад обратных напряжений в зависимости от деформации варьируется от 15 до 20 МПа, что составляет 5–10 % от интенсивности напряжений.

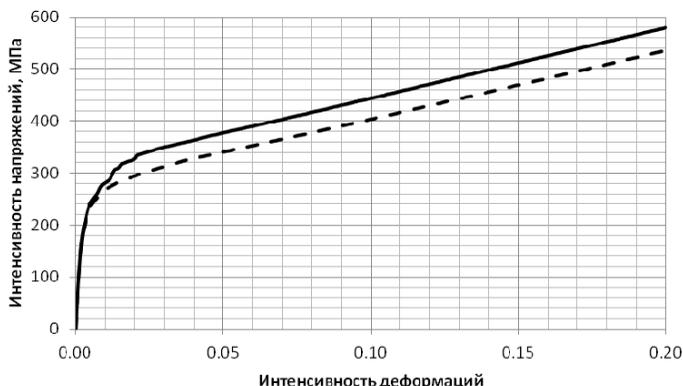


Рис. Кривые зависимостей интенсивности напряжений от интенсивности деформаций для поликристалла

В результате серии численных экспериментов по деформированию представительного объема поликристалла с учетом внутренних напряжений показано, что введение обратных напряжений позволяет учитывать взаимодействие дислокаций с ДОН, образованных на границах двойниковых прослоек. Получены зависимости, позволяющие качественно и количественно судить о влиянии обратных напряжений, создаваемых ДОН.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1298.2017.1.

Список литературы

1. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры / П.В. Трусков, А.И. Швейкин, Н.С. Нечаева, П.С. Волегов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 1. – С. 33–56.
2. Multiscale modeling of equal channel angular extruded aluminium with strain gradient crystal plasticity and phenomenological models / L. Duchêne, M.G.D. Geers [et al.] // Proceedings of

the 15th International Conference on the Texture of Materials (ICOTOM-15). – 2008. – Vol. 1. – P. 1–8.

3. Кондратьев Н.С. Упруговязкопластическая модель для описания деформирования многофазных поликристаллов в неизотермических условиях: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – 169 с.

4. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В ОКРЕСТНОСТИ ТРЕЩИНЫ ПРИ УСТАЛОСТНОМ НАГРУЖЕНИИ

С.Р. Баяндин¹, М.В. Банников²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия, krd2874@mail.ru,

²Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

С использованием упругопластической модели методом конечных элементов решена задача усталостного нагружения материала после образования в нём подповерхностной трещины. Рассматривалось поведение небольшого объёма, прилегающего к трещине, подверженного ста циклам нагружения с приложенными макроскопическими напряжениями ниже предела текучести. Показано, что накопленная пластическая деформация перестаёт расти после 40 циклов, что свидетельствует об ограниченности применимости использованной модели для решения данной задачи.

Ключевые слова: усталостное нагружение, численное моделирование.

Механические компоненты машин подвержены циклическому нагружению в процессе эксплуатации. Такие циклические нагрузки могут быть результатом ротаций, растяжений-сжатий материала или вибрации. При приложенных напряжениях намного ниже, чем предел статической прочности материала, он

может разрушиться после некоторого числа циклов. Это явление называют усталостью материалов. Теоретическому и экспериментальному исследованию усталостного разрушения металлов и сплавов посвящён ряд работ [1–7], в частности, для сплава АМгб [8–10] как перспективного материала авиамоторостроения. Выделяют мало-, много- и гигацикловую усталость. В первом случае амплитуды напряжений в ходе циклического нагружения выше предела текучести и материал разрушается за 10^1 – 10^4 циклов. При этом на поверхности разрушения образуется множество трещин. Во втором случае амплитуды напряжений ниже или близки к пределу текучести и материал выдерживает 10^4 – 10^7 циклов до разрушения. При этом разрушение инициируется образованием одной большой трещины на поверхности. В третьем случае амплитуды напряжений существенно ниже предела текучести и материал разрушается после 10^8 – 10^{10} циклов. При этом трещина образуется внутри материала (под поверхностью). Поэтому данный тип разрушения является наиболее опасным. Ему и посвящено настоящее исследование.

В связи с тем, что решение краевой задачи для реальной конструкции в режиме гигацикловой усталости требует огромных вычислительных ресурсов, рассматривается ситуация поведения небольшого объёма материала после образования в нём трещины под поверхностью. В осесимметричной постановке решается задача циклического нагружения цилиндрического объёма материала высотой и диаметром 1 мм со сферической трещиной в центре, диаметром 0,1 мм.

Для описания поведения сплава АМгб использовалась упругопластическая модель. Полная система полевых уравнений для описания деформационного поведения материала включает: уравнение движения (1), геометрическое уравнение (2), разделение тензора напряжений на шаровую и девиаторную части (3)–(4), гипотезу аддитивности деформаций (5), закон Гука (6), закон неупругого деформирования (7), условие пластичности (8) и уравнение теплопроводности (9).

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \nabla), \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{\sigma}_d, \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \frac{1}{3}(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{E})\mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{3}\lambda(\boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbf{E})\mathbf{E} + 2G\boldsymbol{\varepsilon}^e, \quad (6)$$

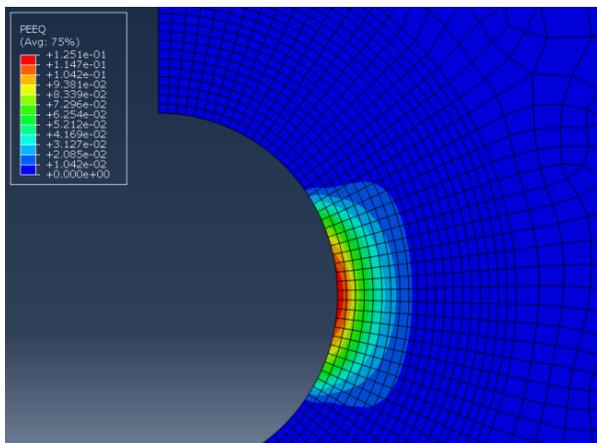
$$\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^p : \boldsymbol{\varepsilon}^p}}{\sqrt{\boldsymbol{\sigma}_d : \boldsymbol{\sigma}_d}} \boldsymbol{\sigma}_d, \quad (7)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}_d : \boldsymbol{\sigma}_d} = \sigma_T, \quad (8)$$

$$\rho c \dot{T} = \beta \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}^p + \alpha \Delta T. \quad (9)$$

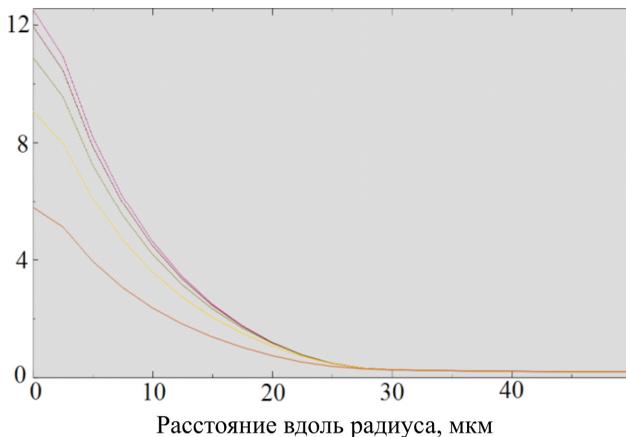
В (1)–(9) приняты следующие обозначения: ρ – плотность, \mathbf{v} – вектор скорости, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, $\boldsymbol{\sigma}_s$ и $\boldsymbol{\sigma}_d$ – его шаровая и девиаторная части, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор малых деформаций, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ и $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ – его упругая и пластическая составляющие, \mathbf{E} – единичный тензор, λ и G – упругие константы, σ_T – предел текучести, c – удельная теплоёмкость, T – температура, α – коэффициент теплопроводности, $\Delta(\cdot)$ – оператор Лапласа, $\nabla(\cdot)$ – оператор градиента в текущей конфигурации, β – коэффициент Тейлора – Квини.

Рассматриваемый объём закреплялся с одной стороны, а с другой были заданы перемещения по гармоническому закону: $U(t) = U_A \sin(2\pi\nu t)$, где U_A – амплитуда, $U_A = 2 \cdot 10^{-6}$ м; ν – частота нагружения, $\nu = 20$ кГц. Амплитуда перемещений соответствует



a

Накопленная пластическая деформация, %



б

Рис. Поле распределения накопленной пластической деформации в окрестности вершины трещины (*a*) и её распределение вдоль радиуса в центре исследуемого объёма (*б*) в различные моменты времени: после 8, 16, 24, 32 и 40 циклов

макроскопическому напряжению 155 МПа, что ниже предела текучести. Задача решалась численно методом конечных элементов. Результаты расчётов приведены на рисунке. Для расчёта использовались следующие значения констант материала АМгб: $\sigma_T = 165$ МПа, $\sigma_B = 350$ МПа, модуль Юнга $E = 71$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, $\rho = 2640$ кг/м³, $\epsilon_f = 0,2$, $d = 4,2$, $c = 922$ Дж/К, $\beta = 0,9$, $\alpha = 0$ (в работе [11] показано, что для скоростей деформации 300 с⁻¹ и выше теплопроводностью для сплава АМгб можно пренебречь).

Материал был подвержен ста циклам нагружения, однако накопленная пластическая деформация перестала расти после 40 циклов, что свидетельствует об ограниченности используемой модели.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 18-72-00142.

Список литературы

1. Bathias C. There is no infinite fatigue life in metallic materials // *Fatigue FractEng Mater Struct.* – 1999. – № 22. – P. 559–65.
2. Murakami Y., Nomoto T., Ueda T. Factors influencing the mechanism of superlong fatigue failure in Steels // *Fatigue FractEng Mater Struct.* – 1999. – № 22. – P. 581–90.
3. Mughrabi H. Specific features and mechanisms of fatigue in the ultrahigh-cycle regime // *Int J Fatigue.* – 2006. – № 28. – P. 1501–1508.
4. Ботвина Л.Р. Гигацикловая усталость – новая проблема физики и механики разрушения // *Зав. лаб. диагн. матер.* – 2004. – Т. 70, № 4. – С. 41–51.
5. Шанявский А.А. Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации. – Уфа: ООО «Монография», 2007. – 500 с.
6. Терентьев В.Ф. Усталостная прочность металлов и сплавов. – М.: Интермет Инжиниринг, 2002. – 288 с.

7. Банников М.В., Оборин В.А., Наймарк О.Б. Исследование стадийности разрушения титановых сплавов в режиме много- и гигацикловой усталости на основе морфологии поверхности разрушения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 3. – С. 15–24.

8. Фрактальный анализ поверхности разрушения сплава АМгб при усталостном и динамическом нагружении / В.А. Оборин, М.В. Банников, Ю.В. Баяндин, М.А. Сокоиков, Д.А. Билалов, О.Б. Наймарк // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 2. – С. 116–126.

9. Multiscale study of fracture in aluminum-magnesium alloy under fatigue and dynamic loading / V. Oborin, M. Bannikov, O. Naimark, M. Sokovikov, D. Bilalov // *FratturaedIntegritaStrutturale*. – 2015. – Vol. 9, No 34. – P. 422–426.

10. Structural and mechanical investigation of the estimating reliability of aluminum alloys with consecutive dynamic and gigacycle loading / V. Oborin, M. Sokovikov, D. Bilalov, O. Naimark, V. Bachurikhin // *AIP Conference Proceedings*. – 2016. – P. 030019.

11. Численное моделирование и экспериментальное исследование локализации пластической деформации при динамическом нагружении образцов в условиях близких к чистому сдвигу / Д.А. Билалов, М.А. Сокоиков, В.В. Чудинов, В.А. Оборин, Ю.В. Баяндин, А.И. Терёхина, О.Б. Наймарк // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 103–112.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ СПЛАВА АМГ2.5 В РЕЖИМЕ МНОГО- И ГИГАЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ

Д.А. Билалов, Ю.В. Баяндин, О.Б. Наймарк

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, ledon@icmm.ru

При помощи построенной математической модели численно получена кривая Вёллера (S-N диаграмма) для сплава АМг2.5 в диапазоне 10^2 – 10^{10} циклов нагружения. Описан эффект дуальности кривой усталостного разрушения. Смоделирован процесс предварительного динамического и последующего усталостного нагружения. Показано, что исследуемый материал слабо чувствителен к предварительному динамическому нагружению.

Ключевые слова: гигацикловая усталость, циклическое нагружение, кривая Вёллера, усталостное разрушение.

Работа посвящена теоретическому исследованию процесса разрушения материала АМг2.5 при усталостном нагружении. Широкодиапазонные определяющие соотношения, описывающие связь структурных переходов, обусловленных дефектами, с релаксационными свойствами материалов [1, 2], были использованы для построения математической модели, способной описывать деформационное поведение металлов и сплавов при циклическом нагружении. Моделирование процессов усталостного разрушения испытываемого образца при количестве циклов нагружения 10^7 – 10^9 требует огромных вычислительных мощностей, что делает решение краевой задачи затруднительным и возможным лишь в области малоциклового усталости [3]. Для экономии времени расчётов в настоящем исследовании рассматривалось поведение представительного объёма (нуль-мерная задача) при циклическом нагружении. Математическая постановка деформирования твёрдого тела с мезоскопическими дефектами в нуль-мерном одноосном случае имеет следующий вид:

$$\dot{p} = \dot{\epsilon}_0^{n_p} (\Gamma_{p\sigma} \sigma(t) - \Gamma_p \frac{\partial F}{\partial p}), \quad (1)$$

$$\dot{\delta} = -\dot{p}_0^{n_\delta} \Gamma_\delta \frac{\partial F}{\partial \delta}, \quad (2)$$

$$\frac{F}{F_m} = \frac{p^2}{2} - \frac{p^2}{2\delta} + c_1 p + c_2 \ln(c_3 + c_4 p + p^2) - \frac{\sigma(t)p}{2G}, \quad (3)$$

$$\sigma(t) = \sigma_A \sin(2\pi\nu t), \quad (4)$$

$$p|_{t=0} = 0, \delta|_{t=0} = \delta_0, \quad (5)$$

где p – деформация, обусловленная дефектами (микросдвиги и микротрещины); $\sigma(t)$ – напряжения; σ_A и ν – амплитуда и частота напряжений; δ – параметр структурного скейлинга, равный отношению расстояния между дефектами к размеру дефектов; $\Gamma_{p\sigma}$, Γ_p , Γ_δ – положительные кинетические коэффициенты; $\dot{\epsilon}_0 = \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_c$, $\dot{p}_0 = \dot{p} / \dot{\epsilon}_c$, $\dot{\epsilon}$ – скорость деформации, $\dot{\epsilon}_c = 1 \text{ с}^{-1}$ – обезразмеривающий параметр; n_σ и n_δ – параметры, характеризующие скоростночувствительность материала; G – модуль сдвига; c_1 , c_2 , c_3 , c_4 , F_m – константы потенциала неравновесной свободной энергии F ; $\delta_0 = 1,15$. Неизвестные параметры модели идентифицировались при помощи экспериментальных данных по нагружению сплава АМг2.5 при различных скоростях деформации [4]. Диаграммы деформирования представлены на рис. 1, а.

Результаты расчётов количества циклов до разрушения N_c в зависимости от амплитуды нагружения (кривая Вёллера) представлены на рис. 1, б. Моделирование в области многоциклового усталости (10^4 – 10^7 циклов) проводилось с частотой $\nu = 100$ Гц, подобно тому, как проводились испытания в соответствующем эксперименте [4]. Расчёт в диапазоне гигацикловой усталости (10^8 – 10^{10} циклов) проведён с частотой $\nu = 20\,000$ Гц, аналогично

тому, как проводят эксперименты на ультразвуковых испытательных машинах [5]. При высоких амплитудах напряжений (180–280 МПа) частота выбиралась таким образом, чтобы выполнялось условие $(N_c/\nu) \sim 10^3$. Теоретическая S–N диаграмма хорошо соответствует экспериментальным данным [4]. Эксперименты для сплава АМг2.5 в области мало- и гигацикловой усталости в литературе найдены не были, однако сходимость к пределу прочности при $N_c \rightarrow 0$ свидетельствует об адекватности участка 10^2 – 10^4 циклов.

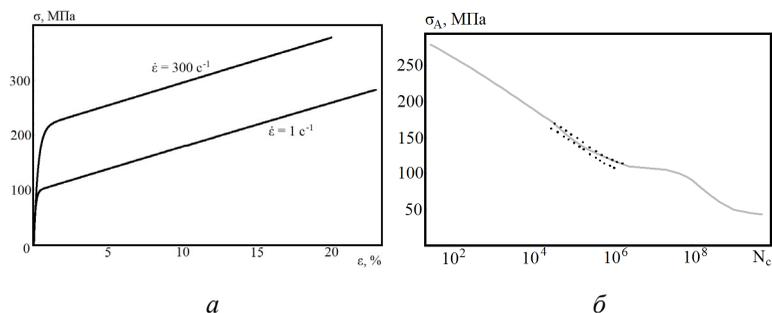


Рис. 1. Расчётные диаграммы деформирования при различных скоростях деформации (а). S–N-диаграмма: сплошная линия – расчёт, точки – статистический разброс экспериментальных данных [4]

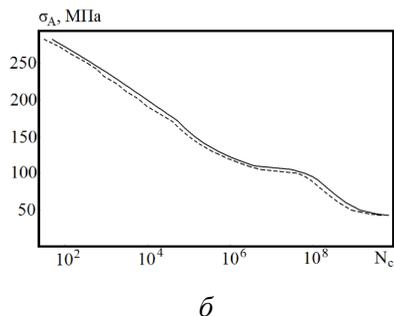


Рис. 2. Расчётная кривая Вёллера: сплошная линия – $\delta_0 = 1,15$, пунктирная – $\delta_0 = 1,05$

Описан эффект дуальности кривой Вёллера, который заключается в изменении поведения материала при переходе от много- к гигацикловой усталости. На S–N диаграмме это выражается в изменении угла наклона кривой в логарифмических координатах (рис. 1, б). Напряжение, при котором происходит качественная смена S–N кривой, близко к статическому пределу текучести. Однако в силу скоростночувствительности сплава АМг2.5 предел текучести при скоростях деформации, реализуемых в режиме гигацикловой усталости ($\sim 10^2 \text{ с}^{-1}$), выше, чем 95 Па. Поэтому смена поведения связывается скорее с преодолением амплитудой нагружения предела пропорциональности.

Был смоделирован вариант усталостного разрушения после предварительного динамического нагружения. Данный вид комбинированного воздействия имеет ряд приложений, в частности в авиамоторостроении, когда детали двигателя подвергаются динамическому нагружению, например, при ударе камешков, попавших в лопатку при взлёте, после чего лопатки авиадвигателя работают в режиме циклического нагружения во время полёта. Изменение структуры материала после предварительного пластического деформирования в задаче (1)–(5) учитывалось в терминах параметра δ в виде задания иного значения δ_0 . Для того чтобы определить δ_0 , была решена задача динамического нагружения. Рассмотрен вариант предварительного нагружения при скорости деформации $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ с}^{-1}$ до величины деформации, равной 10 %. При этом $\delta_0 = 1,05$. Сравнение S–N кривых с предварительным нагружением и без можно видеть на рис. 2. Численный расчёт показал, что сплав АМг2.5 слабо чувствителен к предварительному динамическому нагружению при умеренных пластических деформациях и скоростях деформации $\sim 10^3$, что подтверждается экспериментальными исследованиями [4].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 18-08-01186_a, 17-08-00905_a, 16-48-590534_p_a).

Список литературы

1. Исследование локализации пластического сдвига в алюминиевых сплавах при динамическом нагружении / Д.А. Билалов, М.А. Соковиков, В.В. Чудинов, В.А. Оборин, Ю.В. Баяндин, А.И. Терёхина, О.Б. Наймарк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2015. – Т. 8, № 3. – С. 319–328.

2. Численное моделирование и экспериментальное исследование локализации пластической деформации при динамическом нагружении образцов в условиях близких к чистому сдвигу / Д.А. Билалов, М.А. Соковиков, В.В. Чудинов, В.А. Оборин, Ю.В. Баяндин, А.И. Терёхина, О.Б. Наймарк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 103–112.

3. Волков И.А., Игумнов Л.А., Тарасов И.С. Оценка усталостной долговечности материалов и конструкций при малоцикловом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 17–30.

4. Froustey C., Lataillade J.L. Influence of the microstructure of aluminium alloys on their residual impact properties after a fatigue loading program // Materials Science and Engineering A. – 2009. – Vol. 500. – P. 155–163.

5. Фрактальный анализ поверхности разрушения сплава АМгб при усталостном и динамическом нагружении / В.А. Оборин, М.В. Банников, Ю.В. Баяндин, М.А. Соковиков, Д.А. Билалов, О.Б. Наймарк // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 2. – С. 116–126.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОУПРУГОЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОАКСИАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ

С.А. Бочкарёв¹, А.Н. Сенин²

¹ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия, bochkarev@icmm.ru,

²ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия, senin.a@icmm.ru

Работа посвящена численному исследованию динамического поведения горизонтально ориентированных упругих коаксиальных оболочек, кольцевой зазор между которыми частично заполнен текущей сжимаемой жидкостью. Решение задачи осуществляется в трёхмерной постановке с использованием метода конечных элементов. Показано, что уменьшение уровня заполнения приводит к повышению границы гидроупругой устойчивости.

Ключевые слова: коаксиальные цилиндрические оболочки, потенциальная сжимаемая жидкость, теория оболочек, частичное заполнение, МКЭ, устойчивость.

Коаксиальные цилиндрические оболочки, содержащие неподвижную или текущую жидкость, являются частью многих промышленных приложений. Использование их в различных областях техники определяет многообразие экспериментальных и теоретических работ, где они выступают в качестве объекта исследований [1]. В случае полного заполнения или частичного заполнения вертикально ориентированных оболочек задача может быть рассмотрена в осесимметричной постановке. Частичное заполнение жидкостью горизонтально расположенных оболочек нарушает симметричность по окружной координате, что приводит к необходимости использования более сложных методов решения. Настоящая работа представляет обобщение на случай коаксиальных оболочек предложенного в работах [2–3] трёхмерного конечно-элементного алгоритма. Её целью является анализ влияния уровня заполнения кольцевого зазора между оболочками на границу гидроупругой устойчивости.

Рассматриваются упругие коаксиальные цилиндрические оболочки длиной L , толщиной h и радиусами $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$, в кольцевом зазоре между которыми содержится поток сжимаемой жидкости, текущей со скоростью U . Здесь и далее верхние индексы (1) и (2) характеризуют внутреннюю и внешнюю оболочки соответственно. Слой жидкости имеет высоту заполнения H , отсчитываемую от поверхности внешней оболочки. Жидкость считается идеальной, и её поведение рассматривается в рамках потенциальной теории. На свободной поверхности жидкости отсутствуют динамическое давление, поверхностное натяжение и перемещения жидкости, т.е. полагается, что объём жидкой среды ограничен сверху невесомой жёсткой мембраной [4]. Для описания поведения упругих тел используется теория тонких оболочек, основанная на гипотезах Кирхгофа – Лява [5]. Математическая постановка задачи динамики упругих конструкция осуществляется с помощью вариационного принципа возможных перемещений. Конечно-элементные соотношения для жидкой среды формулируются с использованием метода Бубнова – Галёркина. Для определения гидродинамического давления, действующего на смоченных поверхностях, применяется уравнение Бернулли. Разрешающая система уравнений в матричном виде может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_s^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} - \lambda^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_s^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} + i\lambda \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\mathbf{C}_{sf}^{(1)} \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{sf}^{(2)} \\ -\mathbf{C}_{fs}^{(1)} & \mathbf{C}_{fs}^{(2)} & \mathbf{C}_f \end{bmatrix} \right) + \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\mathbf{A}_{sf}^{(1)} \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{sf}^{(2)} \\ -\mathbf{A}_{fs}^{(1)} & \mathbf{A}_{fs}^{(2)} & \mathbf{A}_f \end{bmatrix} \left. \begin{matrix} \mathbf{d}^{(1)} \\ \mathbf{d}^{(2)} \\ \mathbf{f} \end{matrix} \right\} = 0, \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{где } \mathbf{M}_s^{(i)} &= \rho_s^{(i)} \sum_{m_s^{(i)}} \int_{V_s^{(i)}} (\mathbf{N}^{(i)})^T \mathbf{N}^{(i)} dV, \quad \mathbf{K}_s^{(i)} = \sum_{m_s^{(i)}} \int_{V_s^{(i)}} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^{(i)} \mathbf{B} dV, \\
\mathbf{K}_f &= \sum_{m_f} \int_{V_f} (\mathbf{F}_{,x}^T \mathbf{F}_{,x} + \mathbf{F}_{,y}^T \mathbf{F}_{,y} + \mathbf{F}_{,z}^T \mathbf{F}_{,z}) dV, \quad \mathbf{M}_f = \sum_{m_f} \int_{V_f} c^{-2} \mathbf{F}^T \mathbf{F} dV, \\
\mathbf{C}_f &= \sum_{m_f} \int_{V_f} 2Uc^{-2} \mathbf{F}_{,x}^T \mathbf{F} dV, \quad \mathbf{A}_f = -\sum_{m_f} \int_{V_f} U^2 c^{-2} \mathbf{F}_{,x}^T \mathbf{F}_{,x} dV, \\
\mathbf{C}_{fs}^{(i)} &= -\sum_{m_\sigma^{(i)}} \int_{S_\sigma^{(i)}} \mathbf{F}^T \bar{\mathbf{N}}^{(i)} dS, \quad \mathbf{A}_{fs}^{(i)} = -\sum_{m_\sigma^{(i)}} \int_{S_\sigma^{(i)}} U \mathbf{F}^T \bar{\mathbf{N}}_{,x}^{(i)} dS, \\
\mathbf{C}_{sf}^{(i)} &= \rho_f \sum_{m_\sigma^{(i)}} \int_{S_\sigma^{(i)}} (\bar{\mathbf{N}}^{(i)})^T \mathbf{F} dS, \quad \mathbf{A}_{sf}^{(i)} = \rho_f \sum_{m_\sigma^{(i)}} \int_{S_\sigma^{(i)}} U (\bar{\mathbf{N}}^{(i)})^T \mathbf{F}_{,x} dS,
\end{aligned}$$

Здесь (x, y, z) – декартова система координат; \mathbf{B} и \mathbf{D} – матрицы градиентов и упругих констант соответственно; ρ_s , ρ_f – плотности материала оболочек и жидкости соответственно; c – скорость звука в жидкости; m_f , $m_s^{(i)}$, $m_\sigma^{(i)}$ – числа конечных элементов, на которые разбиты области жидкости V_f , оболочек $V_s^{(i)}$ и смоченной поверхности $S_\sigma^{(i)} = S_f \cap S_s^{(i)}$; S_f , $S_s^{(i)}$ – поверхности, ограничивающие V_f и $V_s^{(i)}$; \mathbf{F} , $\mathbf{N}^{(i)}$, $\bar{\mathbf{N}}^{(i)}$ – функции формы для потенциала возмущенной скорости, перемещений и нормальной составляющей перемещения; \mathbf{f} , $\mathbf{d}^{(i)}$ – некоторые функции координат; $i = \sqrt{-1}$; $\lambda = \lambda_1 + i\lambda_2$ – характеристический показатель. Задача сводится к вычислению и анализу комплексных собственных значений λ системы (1).

Для описания жидкости используются трёхмерные конечные элементы с лагранжевыми функциями формы и линейной аппроксимацией, а для оболочки – двухмерный конечный элемент с линейной зависимостью мембранных перемещений и конформных функций формы Эрмита для изгибных [5]. Установлено, что для обеспечения приемлемой точности вычислений достаточно 46 000–50 000 узловых неизвестных в случае полного заполнения.

В численном примере рассматриваются жёстко закреплённые с обоих краёв оболочки ($R^{(2)} / h = 75$, $L / R^{(2)} = 2$). На рисунке приведены зависимости безразмерных критических скоростей $\Lambda = U(E[\rho_s(1 - \nu^2)]^{-0,5} \times 10^2$ (ν – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга) от безразмерного уровня заполнения $\zeta = H(2R^{(2)})^{-1}$ при различных значениях отношения $\xi = R^{(2)} / R^{(1)}$ (радиус внешней оболочки фиксирован), характеризующего размер кольцевого зазора. Штрихпунктирной линией показано значение ζ , соответствующее оси симметрии оболочек. Сплошными символами отмечены случаи, когда уровень заполнения $H = R^{(1)} + R^{(2)}$, т.е. когда обе оболочки ещё остаются полностью смоченными. С другой стороны, минимальный уровень заполнения определяется такой величиной ξ , когда обе оболочки всё ещё остаются смоченными.

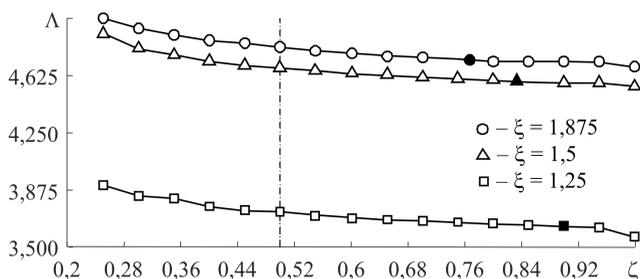


Рис. Зависимости критической скорости Λ от уровня заполнения жидкостью ζ , полученные при различных значениях кольцевого зазора ξ

Из представленных на рисунке данных следует, что снижение уровня заполнения жидкостью кольцевого зазора между оболочками приводит к повышению границ гидроупругой устойчивости системы в целом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-41-590646).

Список литературы

1. Païdoussis M.P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow. Vol. 2. – London: Elsevier Academic Press, 2004.
2. Бочкарёв С.А., Лекомцев С.В., Матвеев В.П. Численное моделирование пространственных колебаний цилиндрических оболочек, частично заполненных жидкостью // Вычислительные технологии. – 2013. – Т. 18, № 2. – С. 12–24.
3. Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V, Matveenko V.P. Natural vibrations and stability of elliptical cylindrical shells containing fluid // Int. J. Struct. Stab. Dyn. – 2016. – Vol. 16, No. 10. – 1550076.
4. Amabili M. Free vibration of partially filled, horizontal cylindrical shells // J. Sound Vib. – 1996. – Vol. 191, No. 5. – P. 757–780.
5. Зенкевич О.С. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 544 с.

ПРОБЛЕМА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛОС АДИАБАТИЧЕСКОГО СДВИГА

В.О. Буторин

Севастопольский государственный университет,
Севастополь, Россия, xXxVovchikxXx@bk.ru

Обсуждаются вопросы выбора критерия разрушения при моделировании формирования полос адиабатического сдвига в пластичных материалах методом конечных элементов. Выявляется проблема зависимости численного решения от размера конечно-элементной сетки при наличии разупрочнения за счет эволюции поврежденности. Предлагается метод решения проблемы сеточной зависимости, который вызывает вычислительную неустойчивость. Ставится задача нахождения оптимального соотношения параметров для минимизации сеточной зависимости и максимизации вычислительной устойчивости. В итоге находятся такие значения параметров, при которых можно вести устойчивый счет, слабо зависимый от размера сетки.

Ключевые слова: полосы адиабатического сдвига, метод конечных элементов, вычислительная устойчивость.

Полосы адиабатического сдвига – явление, которое наблюдается в пластичных материалах при динамическом нагружении. Обусловлено оно неустойчивостью пластического течения, которая связана с резким разупрочнением в локализованных областях, которые становятся местами интенсивного роста деформации. Исследованию данного явления посвящено огромное количество экспериментальных и теоретических работ. Некоторые из них представлены [1–11]. При моделировании формирования полос адиабатического сдвига возникают два самых главных вопроса – это выбор критерия разрушения и вычислительная устойчивость. Им и посвящено настоящее исследование.

Типичная диаграмма деформирования для пластичного материала изображена на рисунке, где σ – это напряжения, ε – деформация, σ_T и σ_B – пределы текучести и прочности соответственно, ε_f – деформация разрушения, ε_B – деформация, соответствующая пределу прочности (критическая деформация).

Зеленым цветом обозначена критическая энергия $W_c = \int_0^{\varepsilon_B} \sigma d\varepsilon$.

Полная энергия разрушения при этом определяется как

$$W_f = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma d\varepsilon.$$

Для пластичных материалов, как правило, используют один из двух критериев разрушения: 1 – по критическому значению величины эквивалентной пластической деформации; 2 – по критическому значению энергии. Оба этих критерия определяют эволюцию параметра поврежденности D , который принимает значения от 0 (целый) до 1 (полностью разрушенный материал) и разупрочняет материал: $\sigma = \sigma^*(1 - D)$, где σ^* – напряжение без учета разупрочнения. В первом случае

$$D = \frac{\varepsilon - \varepsilon_B}{\varepsilon_f - \varepsilon_B}, \text{ если } \varepsilon \geq \varepsilon_B, \text{ и } D = 0, \text{ если } \varepsilon < \varepsilon_B. \text{ Во втором случае}$$

$$D = \frac{W - W_c}{W_f - W_c}, \text{ если } W \geq W_c, \text{ и } D = 0, \text{ если } W < W_c, \text{ где}$$

$$W = \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon - \text{полная механическая энергия.}$$

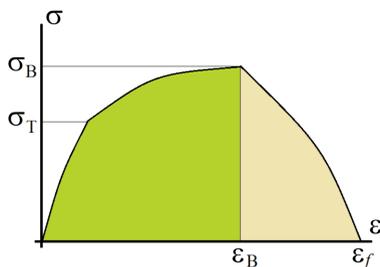


Рис. Диаграмма деформирования для пластичного материала

На данном примере видно, что в случае монотонности диаграммы деформирования оба критерия разрушения математически эквивалентны. Некоторые исследователи предпочитают энергетический лишь потому, что критическая энергия – более физически понятный термин, чем критическая деформация.

Частным случаем является ситуация, при которой $\varepsilon_f = \varepsilon_B$.

При этом разрушение наступает мгновенно без предшествующего разупрочнения. Такой вариант не подходит для моделирования формирования полос адиабатического сдвига потому, что для интенсивной локализации деформации необходимо, чтобы материал определенное время продолжал «существовать» после начала разупрочнения.

С вычислительной точки зрения при конечно-элементном моделировании смысл участка $[\varepsilon_B; \varepsilon_f]$ заключается в том, что после достижения эквивалентными деформациями значения ε_B в элементе должно произойти характерное перемещение $u_f = (\varepsilon_f - \varepsilon_B)L$, после которого данный элемент будет удален из

расчета, где L – характерный размер элемента. Аналогичная ситуация и в случае с энергией. Иными словами, при таком подходе наблюдается существенная зависимость численного решения от размера конечно-элементной сетки. Одним из способов выхода из данной ситуации является устремление разницы между деформациями ε_B и ε_f к минимуму. В таком случае u_f будет стремиться к нулю, и размер сетки будет все меньше сказываться. Но при этом возникает другая проблема – сильная вычислительная неустойчивость, потому что формирование полос адиабатического сдвига будет происходить лавинообразно в очень малые характерные времена. Однако такое развитие сценария вполне подтверждает реальную ситуацию формирования полос адиабатического сдвига в экспериментах.

Поэтому встает вопрос о выборе оптимального значения деформации разрушения по отношению к критической деформации, при котором зависимость от размера сетки будет минимальна, а вычислительная устойчивость – максимальна. Данная многокритериальная задача оптимизации была решена методом построения Парето-множества. В итоге было показано, что оптимальным является соотношение, когда $\varepsilon_f = 1,01\varepsilon_B$.

Список литературы

1. Применение эффекта адиабатического сдвига для поверхностного легирования конструкционных материалов / В.И. Кошкин, А.Н. Кравченко, И.Б. Руденко, А.Д. Шляпин // Заготовительные производства в машиностроении. – 2010. – № 3. – С. 40–43.

2. Кошкин В.И., Кудряшов Н.А., Рябов П.Н. Численное моделирование образования полос адиабатического сдвига при деформациях // Ядерная физика и инжиниринг. – 2010. – Т. 1, № 5. – С. 465–474.

3. Кошкин В.И., Кудряшов Н.А., Рябов П.Н. Моделирование квазипериодических процессов формирования полос адиабатического сдвига при деформациях // Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23, № 10. – С. 117–132.

4. Гуськов А.В., Поляков Ю.О., Милевский К.Е. Критические параметры нагружения для развития адиабатического сдвига в сталях // Гео-Сибирь. – 2005. – Т. 7. – С. 143–144.
5. Киселев А.Б., Нехаева О.В. Численное моделирование динамического деформирования и разрушения толстостенной цилиндрической оболочки // Вестник Москов. ун-та. Сер. 1: Математика. Механика. – 2005. – № 2. – С. 33–37.
6. Буравова С.Н., Гордополов Ю.А. Природа образования полос адиабатического сдвига // Доклады Академии наук. – 2007. – Т. 417, № 6. – С. 756–759.
7. Кукуджанов В.Н., Коломиец А.В. Исследование влияния неоднородности напряженного состояния на локализацию пластических деформаций при изгибе двухслойных пластин // Вестник Самар. гос. ун-та. – 2008. – № 3 (62). – С. 235–245.
8. Влияние предварительного нагружения на образование адиабатического локализованного сдвига в меди / В.А. Пушков, А.В. Юрлов, А.М. Подурец, А.Н. Цибилов, М.И. Ткаченко, А.Н. Баландина // Физика горения и взрыва. – 2013. – Т. 49, № 5. – С. 126–130.
9. Кудряшов Н.А., Рябов П.Н. Численное исследование процессов формирования полос адиабатического сдвига на примере латуни и алюминия // Вестник Нац. исслед. ядерного ун-та МИФИ. – 2013. – Т. 2, № 2. – С. 212.
10. Буравова С.Н., Петров Е.В., Щукин А.С. Особенности перехода откольных трещин в полосы локализованной деформации // Физика горения и взрыва. – 2016. – Т. 52, № 5. – С. 131–140.
11. Многомасштабные механизмы структурной релаксации и разрушения в условиях адиабатического сдвига / С. Froustey, О.Б. Наймарк, И.А. Пантелеев, Д.А. Билалов, А.Н. Петрова, Е.А. Ляпунова // Физическая мезомеханика. – 2017. – Т. 20, № 1. – С. 33–44.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ СКОРОСТИ НАКОПЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ

А.И. Ведерникова, А.Н. Вшивков, А.А. Костина, О.А. Плехов

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, terekhina.a@icmm.ru

Представлена экспериментальная методика, основанная на использовании величины накопленной энергии в процессе квазистатического растяжения для определения момента перехода материала в критическое состояние. Для измерения величины источников тепла в процессе эксперимента используется контактный датчик потока тепла, основанный на эффекте Зеебека. Показано, что скорость накопленной энергии может быть использована в качестве параметра разрушения.

Ключевые слова: критерии разрушения, диссипация энергии, накопленная энергия, контактный датчик потока тепла, квазистатическое растяжение.

В работе сделана попытка подтвердить возможность использования величины накопленной в материале энергии при его деформировании в качестве параметра разрушения. Рассматривается случай квазистатического растяжения плоских образцов из титанового сплава ОТ4-0 (геометрия образцов соответствовала ГОСТ 1497-84, ширина рабочей части 20 мм). Экспериментальная установка включала в себя испытательную электромеханическую машину Shimadzu AG-X Plus (300 кН), контактный датчик потока тепла и видеоэкстензометр Shimadzu. Фиксация величины мощности источника тепла с контактного датчика потока тепла велась непрерывно во время всего механического теста. Скорость движения захватов варьировалась в испытаниях и составляла 0,08 мм/с (sp1, sp3) и 0,16 мм/с (sp2, sp4).

Датчик потока тепла основан на использовании эффекта Зеебека. Для измерений используется элемент Пельтье, представляющий из себя последовательность чередующихся полупроводников p и n типа. Количество выделенного или погло-

щённого тепла на элементе прямо пропорционально силе тока и времени его протекания (рисунок, *a*):

$$Q'(t) = P_{AB} I t ,$$

где $Q'(t)$ – измеряемое тепло; I – электрический ток; t – время; P_{AB} – коэффициент для элемента Пельтье, который связан с коэффициентом термоЭДС.

Согласно [1, 2] часть работы пластической деформации переходит в тепловую энергию, оставшаяся часть запасается в материале в качестве энергии дефектов кристаллической решетки, сопровождающей пластическую деформацию (накопленная энергия). В случае плоского образца работа, вырабатываемая со стороны испытательной машины для деформирования образца при квазистатическом растяжении, рассчитывается из экспериментальных данных напряжений σ и деформации ε , определенной по данным с видеоэкстензометра:

$$W(t) = \int \sigma(t) \varepsilon(t) dt .$$

Диссипируемая энергия (рисунок, *b*) на единицу объема определяется согласно соотношению:

$$Q(t) = \frac{1}{V} \int \dot{Q}'(t) dt ,$$

где V – объем рабочей части образца.

Накопленная энергия равна разнице между значениями механической работы, вырабатываемой со стороны испытательной машины для деформирования образца, и диссипированной энергией (рисунок, *b*).

Скорость диссипации энергии можно записать в виде:

$$\beta = \frac{\dot{Q}}{\dot{W}} .$$

Параметр $1-\beta$ представляет собой скорость накопления энергии (рисунок, в).

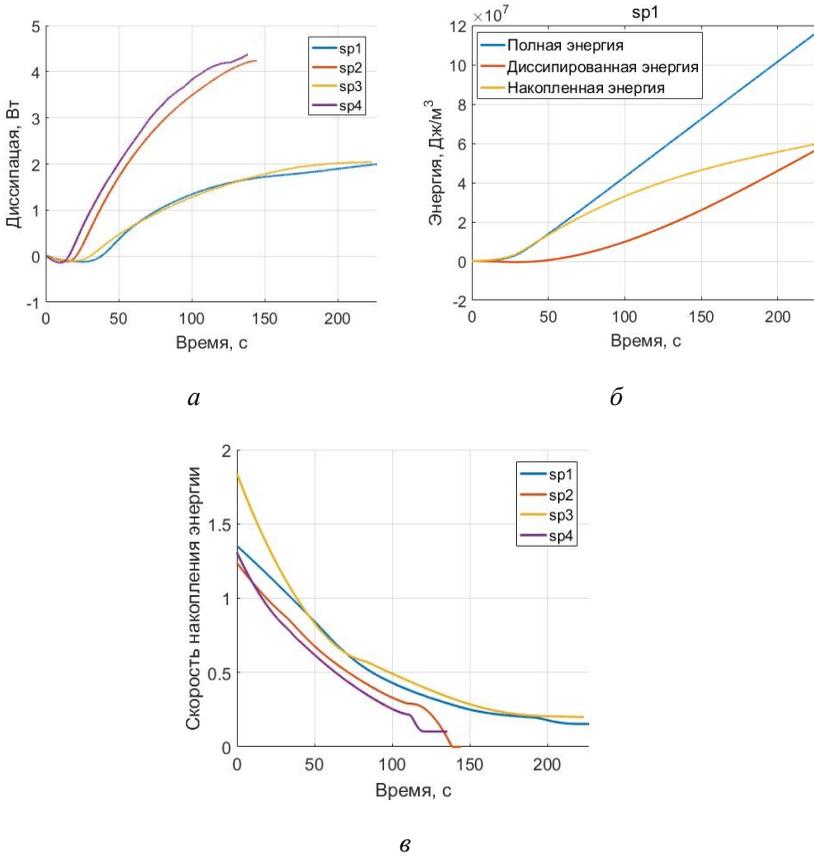


Рис. Зависимость диссипации, регистрируемой контактным датчиком потока тепла (а), механической работы, диссипированной и накопленной энергии (б), скорости накопления энергии от времени (в) в процессе квазистатического растяжения образца титанового сплава ОТ4-0

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что при приближении материала к моменту разрушения значение накопленной энергии достигает некоторого критического значения, а скорость накопления энергии стремится к нулю (см. рисунок, в). Полученный результат согласуется с результатами работ [3, 4].

Полученные результаты позволяют говорить о возможности использования контактных измерений датчика потока тепла в качестве экспресс методики оценки состояния материала на различных этапах нагружения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-31-00293 и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-1236.2017.1.

Список литературы

1. Partition of plastic work into heat and stored energy in metals / J. Hodowany, G. Ravichandran, A.J. Rosakis, P. Rosakis // *Experimental mechanics*. – 2000. – Vol. 40. – Iss. 2. – P. 113–123.
2. Plekhov O., Uvarov S., Naimark O. Theoretical and experimental investigation of dissipated and stored energy ratio in iron under quasi-static and cyclic loading // *Strength of materials*. – 2008. – Vol. 1. – Iss. 391. – P. 101–105.
3. Иванова В.С. Терентьев В.Ф. Природа усталости материалов. – М.: Металлургия, 1975. – С. 456.
4. Федоров В.В. Термодинамические аспекты прочности и разрушения твердых тел. – Ташкент: “Фан” УзССР, 1979. – 168 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ КОМБИНИРОВАННЫХ ЦИКЛИЧЕСКИХ И СТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В.Э. Вильдеман¹, О.А. Староверов²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹wildemann@pstu.ru, ²cem_staroverov@mail.ru

Работа посвящена вопросам экспериментальных исследований остаточных свойств слоисто-волоконистых стеклопластиковых композитов в условиях комбинированных циклических и статических воздействий. Результаты исследования представлены в виде диаграммы усталостной чувствительности. Введены функции, описывающие изменение жесткостных и прочностных свойств. Проанализированы температурные поля на поверхности образцов в процессе усталостных испытаний. Отмечена стадийность снижения остаточных прочностных свойств образцов стеклопластиковых композитов с различными схемами укладки армирующих слоев.

Ключевые слова: композиционные материалы, испытания, циклическое нагружение, квазистатическое растяжение, усталостная чувствительность, накопление повреждений.

Проектирование конструкций из композиционных материалов неотъемлемо связано с созданием моделей, описывающих изменения свойств в процессе эксплуатации. Получение новых экспериментальных данных в условиях внешних комбинированных воздействий является актуальной задачей для механики деформирования твердых тел.

В ходе исследования была реализована методика совместного использования испытательной электромеханической системы Instron E10000 и инфракрасной тепловизионной системы FLIR SC7700M на базе Центра экспериментальной механики ПНИПУ. Экспериментальная часть исследования состояла из реализации комбинированного циклического и квазистатического нагружения. В результате экспериментального исследования построены диаграммы относительного измене-

ния модуля упругости и снижения остаточного предела прочности композита с различными схемами укладки армирующих слоев (рисунок).

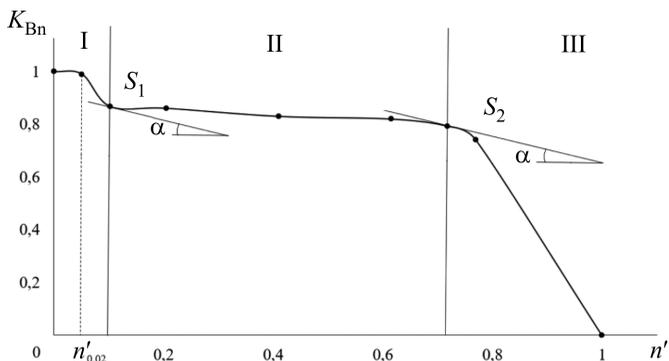


Рис. Диаграмма усталостной чувствительности стеклопластиковых образцов с укладкой армирующих слоев по схеме [0/30/0/60]

Отмечено, что введенные функции накопления повреждений и снижения предела прочности, описывающие изменение жесткостных и прочностных свойств композита с увеличением числа циклов предварительного усталостного воздействия, имеют близкие зависимости для данного материала. Проанализированы температурные поля в рабочей зоне образцов и выявлены характерные особенности распределения температур в зоне разрушения. Предложена новая форма оценки остаточной прочности исследуемого материала в виде диаграммы усталостной чувствительности. На диаграмме усталостной чувствительности отмечается стадийность изменения остаточной прочности в зависимости от степени предварительного циклирования. Для исследуемого материала выявлены участки начальной усталостной чувствительности, стабилизации и обострения усталостной чувствительности. При усталостном нагружении на стадии первых циклов происходят процессы разрушения самых непрочных связей, для описания поведения образцов на данной стадии введено понятие порога усталостной чувствительности.

Диаграмма усталостной чувствительности может быть использована для анализа остаточных прочностных ресурсов конструкций из композиционных материалов.

Работа выполнена в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при финансовой поддержке в рамках научного проекта РФФИ № 16-41-590360.

Список литературы

1. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов / под ред. Ю.В. Соколкина. – М.: Наука: Физматлит, 1997. – 288 с.

2. Вильдеман В.Э., Староверов О.А., Лобанов Д.С. Диаграмма и параметры усталостной чувствительности для оценки остаточной прочности слоисто-волоконистых стеклопластиков после предварительных циклических воздействий // Механика композитных материалов. – 2018. – Т. 54, № 3. – С. 463–472.

АНАЛИЗ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ В ВЕРШИНЕ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ

**А.Н. Вшивков¹, А.И. Ведерникова¹, А.А. Костина¹,
А.П. Захаров², В.Н. Шлянников², О.А. Плехов¹**

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН,

Пермь, Россия, vshivkov.a@icmm.ru,

²Казанский научный центр РАН

Работа посвящена моделированию диссипации энергии в процессе роста усталостной трещины в образце из титанового сплава ВТ1-0. Для описания упругопластического поведения материала использовались модель нелинейного изотропного упрочнения и модель кинематического упрочнения Chaboche. Результаты моделирования сопоставлялись с экспериментальными результатами по измерению диссипации энергии в вершине усталостной трещины при её распространении.

Ключевые слова: усталостная трещина, диссипация энергии, модель кинематического упрочнения Chaboche.

В работе проводится численный расчёт диссипации энергии в вершине усталостной трещины при её распространении. Расчёт выполняется для титанового сплава ВТ1-0. Уругопластическое состояние материала описывается моделью нелинейного изотропного упрочнения и моделью кинематического упрочнения Chaboche [1]. В модели рассматривалась половина образца с условием симметрии в центре. Расчёт проводился в плосконапряжённой постановке. Использовалась квадратичная сетка со сгущением в области вершины трещины и размером элемента $5e-4$ м. Моделировалось циклическое растяжение-сжатие образца с коэффициентом асимметрии цикла $R = 0$ и параметрическим заданием нагрузки. Диссипированная энергия рассчитывалась, как площадь петли гистерезиса при устоявшемся цикле нагружения. Расчёт проводился для различных значений длины усталостной трещины.

Верификация модели проводилась по результатам экспериментального измерения диссипации энергии в вершине усталостной трещины. Эксперименты были проведены в Казанском научном центре на сервогидравлической испытательной машине Vi-00-502. Для измерения диссипации энергии использовался контактный датчик теплового потока, разработанный в Институте механики сплошных сред УрО РАН [2]. Длина усталостной трещины измерялась при помощи оптического микроскопа. На рис. 1 представлена схема эксперимента.

По результатам экспериментов получена зависимость интегрального значения диссипированной энергии от длины трещины. На рис. 2 представлен характерный вид петли гистерезиса в процессе моделирования, по которой производился расчёт диссипации энергии. На рис. 3 представлено характерное поле диссипации энергии по результатам моделирования.

Сравнение экспериментальных и расчётных значений интегральной диссипации энергии в зависимости от длины трещины приведено на рис. 4.

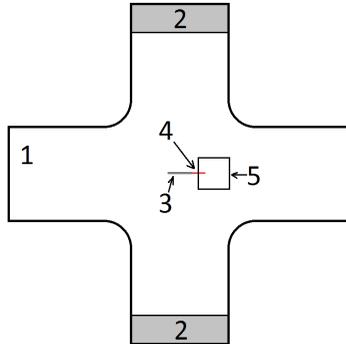


Рис. 1. Схема эксперимента: 1 – образец, 2 – захваты испытательной машины, 3 – концентратор напряжений в виде центрального выреза, 4 – усталостная трещина, 5 – контактный датчик теплового потока

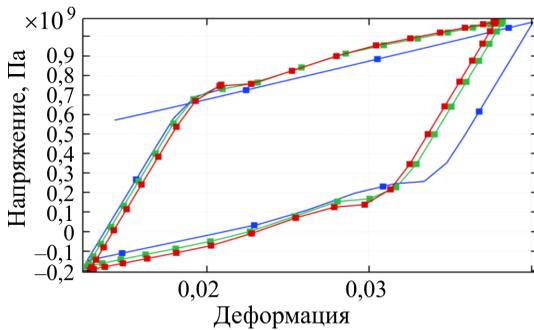


Рис. 2. Петля гистерезиса

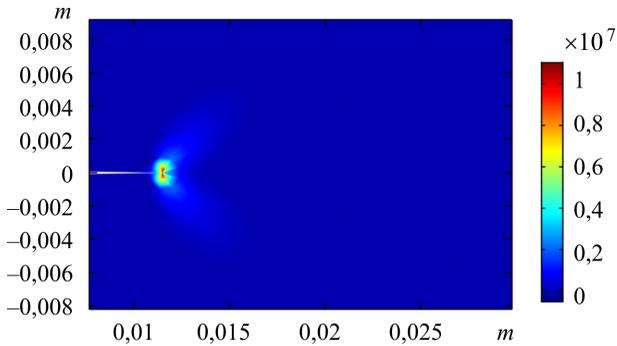


Рис. 3. Диссипация энергии в вершине трещины

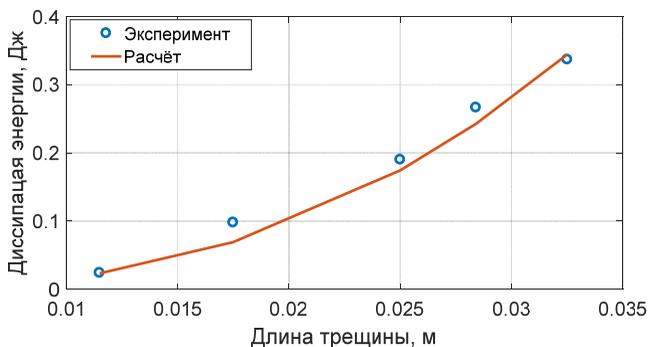


Рис. 4. Экспериментальная и расчётная диссипация энергии в вершине трещины

Результаты моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 18-31-00293 мол_а, гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-1236.2017.1 и программы президиума РАН 16 «Развитие физико-химической механики поверхностных явлений как фундаментальной основы для разработки современных конструкций и технологий».

Список литературы

1. Chabocrie J.L. On the Constitutive Equations of Materials under Monotonic or Cyclic Loadings, La Rech. A~rosp. – 1983. – 5.
2. Experimental study of heat dissipation at the crack tip during fatigue crack propagation / A. Vshivkov, A. Iziumova, U. Bar, O. Plekhov // Fracture and Structural Integrity. – 2016. – 35. – P. 131–137.

ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ ЭЛАСТОМЕР КАК РОТОРНЫЙ АКТУАТОР

В.А. Вяткин¹, И.В. Красняков¹, А.П. Захаров²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, vva063@bk.ru

²Технион – Израильский институт технологий,
Хайфа, Израиль, andreiz@technion.ac.il

Полимерные актуаторы способны менять форму, конфигурацию и размерность, а также производить макроскопическую механическую работу вследствие внутренних изменений на молекулярном уровне, вызванных различными внешними стимулами, например, светом, температурой или магнитным полем. В работе изучаются возможность создания, эффективность и конфигурации роторного мотора, приводимого в действие путем локального внешнего воздействия. Такое функциональное устройство имеет потенциальное приложение в микромеханических системах и робототехнике.

Ключевые слова: эластомеры, нематики, актуаторы.

Одна из новых стратегий в робототехнике – это использование полимерных актуаторов, которые в отличие от жестких конструкций, выполненных, например, из металла, могут быть намного меньше в размере, более адаптивными, легкими и, самое важное, чувствительными к внешним стимулам. Подобные устройства зачастую комбинируют в себе некоторые принципы живых систем. Прогресс в данном направлении привел к созданию новых материалов и роботов: от прототипов искусственных мышц, активных текстилей [1] и до микророботов, способных плавать [2], ползать и ходить [3].

Одним из наиболее перспективных материалов для создания «мягких» актуаторов являются жидкокристаллические эластомеры, которые подвержены значительным механическим деформациям при изменении фазового состояния. Однако динамическим эффектам подобного поведения уделено до сих пор мало внимания. В работе изучается, как циклическая активация

структуры из активных и пассивных нитей приводит к выполнению механической работы.

Роторный мотор представляет собой конструкцию из двух кольцевых и n радиальных активных нитей, соединённых в форму диска, как показано на рисунке.

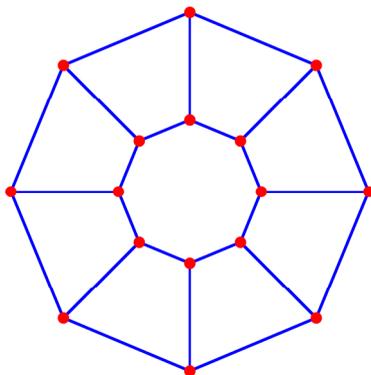


Рис. Схема роторного мотора

Предполагается, что соединения нитей подвижны и не приводят к изгибу или кручению. В начальном состоянии структура имеет симметричную конфигурацию с фиксированным углом θ между радиальными нитями. Внутреннее кольцо закреплено на вращающейся оси, при этом вся структура остается плоской до тех пор, пока не оказывают влияния какие-либо внешние силы или воздействия. Поскольку внутреннее кольцо жестко закреплено на поворотном стержне, оно остается недеформированным, однако имеет одну возможную степень свободы – вращательное движение вокруг центра стержня на некоторый угол φ без вертикального сдвига вдоль оси. Внешнее кольцо и радиальные нити ограничены в деформации только сохранением целостности структуры и актуацией.

Динамика роторного мотора возникает в результате последовательного внешнего воздействия на радиальные нити, которые представляют собой активный материал, способный

проявлять необходимое изменение формы, например, осевое сжатие или изгиб. Для простоты будем предполагать, что актуация однородна в поперечном и продольном направлении нитей. Остальные нити, которые не подвержены локальному воздействию, а также внешнее кольцо остаются пассивными и сохраняют постоянной оптимальную длину, но испытывают осевое напряжение (сжатие или растяжение) в результате деформации активных нитей. Следуя принципам теории деформации стержней, предполагается что нить при осевом сжатии изгибается, а не остается прямой, изменяя свою длину. Таким образом, расстояние между узлами структуры уменьшается, начальная длина нити l_0 становится l , тогда как сама нить принимает форму дуги кривизны κ , которая легко может быть найдена из соотношения $2l_0 \sin(\zeta / 2) = l\zeta$, где $\zeta = l_0 \kappa$. Осевое растяжение также возможно, однако оно может быть вызвано только соответствующим значительным изгибом остальных нитей структуры.

Активные нити, представляющие собой жидкокристаллический эластомер, способны менять свою длину на фактор λ , принимая оптимальную длину $\bar{l} = \lambda l_0$. Предполагается, что процесс актуации, когда нити становятся короче, быстрее, чем процесс дективации, необходимый для восстановления изначальной длины, поэтому нити, которые находятся после прохождения луча активации, имеют длины, зависящие от скорости вращения луча, тогда $\lambda_r = 1 - (1 - \lambda) \exp(-kt_r)$. Интервал времени t_r определяет запаздывание в восстановлении нитей до начальных длин и измеряется в единицах шага луча активации. Актуация производится с постоянной угловой скоростью ω .

Расчет формы структуры производится с учетом того, что на каждом шаге поворота луча активации структура приходит к равновесному состоянию, удовлетворяя условию $\delta F / \delta X \rightarrow 0$, где F – полная свободная энергия системы, а X – координаты системы.

Динамика деформации на каждом шаге вращения луча активации определена через энергию эластичности $F = \int L d^2x$, где $L = \frac{1}{2}EA \left[|u|^2 + \frac{1}{4}(r\kappa)^2 \right]$. Первое слагаемое определяет осевую деформацию, зависящую от текущего положения луча и внутренних деформаций, определяемых изменением λ_r . Второе слагаемое является стандартным выражением для энергии изгиба стержня радиуса r и кривизной κ . В дискретном виде функционал энергии может быть записан как $F = \frac{1}{2}EA \sum_{\text{fibers}} \left[\left| l_i / \bar{l}_i - 1 \right|^2 + \frac{1}{4}(r_i \kappa_i)^2 \right]$.

Поскольку характерное время релаксации намного меньше характерного времени вращения луча, задача минимизации общей энергии для поиска равновесных состояний решалась на каждом шаге поворота луча, следуя уравнению псевдоэволюции системы $\frac{\partial X}{\partial t} + \omega \frac{\partial X}{\partial \phi} = -\frac{\delta F}{\delta X}$, где позиция узлов $X(\theta, \rho, z)$ на внутреннем кольце варьируется только по θ , тогда как узлы на внешнем кольце имеют дополнительные радиальные (изменение по ρ) и нормальные (по z) составляющие движения. Процедура оптимизации энергии производится одновременно для всех узлов, используя метод градиентного спуска.

Результаты включают исследование эффективности работы мотора различных конфигураций и режимов актуации.

Список литературы

1. Zakharov A.P., Pismen L.M. Active textiles with Janus fibres // *Soft Matter*. – 2018. – Vol. 14. – P. 676–680.
2. Zakharov A.P., Leshansky A.M., Pismen L.M. Flexible helical yarn swimmers // *The European Physical Journal*. – 2016. – Vol. 39. – P. 87–95.
3. Zakharov A.P., Pismen L.M. Nematoclastic crawlers // *Physical Review*. – 2016. – Vol. 93. – P. 022703.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МИКРОПОР С ДЕФЕКТНЫМИ СТРУКТУРАМИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

Р.М. Герасимов, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, romagrizly@gmail.ru

Обсуждаются вопросы, касающиеся описания внутреннего строения металлов и сплавов с позиций возникновения и развития одного из характерных носителей микроповреждений – микропор. Предложена и численно реализована МД-модель, позволяющая найти минимальный размер устойчивых микропор при наложении внешних силовых и температурных воздействий. Для построения потенциала межатомного взаимодействия выбрана модель погруженного атома (EAM). С использованием модели найдены характерные минимальные размеры устойчивых микропор для бинарной атомной системы Fe-C, рассмотрено взаимодействие микропор с различными дефектами, найдено минимальное расстояние для их взаимодействия.

Ключевые слова: молекулярная динамика, микропоры, EAM, поврежденность.

Возникновение микропор в металлах и сплавах является достаточно частым явлением и оказывает существенное влияние на надежность и эксплуатационные характеристики большинства материалов. В течение последнего десятилетия совершенствование экспериментальной базы позволило описать большой ряд макромасштабных эффектов, а также дать множество количественных оценок, нацеленных на понимание механических процессов образования, зарастания и эволюции структуры микропор [1]. В свою очередь, рост вычислительных мощностей в последние годы способствовал формированию инструментов для исследований и анализа сплошных сред на мезо- и микромасштабах. На основе компьютерного моделирования предложено большое количество континуальных моделей, например, модель влияния геометрии микропор на

особенности поведения материалов [2], напряженного состояния на эволюцию микропор [3] и др.

Однако, несмотря на большое количество предложенных континуальных моделей, основной проблемой такого подхода является невозможность их использования для исследования фундаментальных физических механизмов развития и зарастания микропор на уровне атомарных масштабов. Альтернативным подходом к изучению эволюции микропор выступает метод молекулярной динамики (МД), зарекомендовавший себя как мощный вычислительный инструмент для исследования атомарной структуры материала и ее эволюции (в том числе роста и зарастания пустот).

Метод МД состоит в представлении исследуемого объекта в виде конечного числа взаимодействующих частиц (атомов) и численном решении уравнений движений Ньютона [4]:

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{f}_{ij}, \quad (1)$$

где m_i и $\ddot{\mathbf{r}}_i$ – масса и ускорение i -й частицы; \mathbf{f}_{ij} – сила, действующая на атом i со стороны атома j .

Для описания взаимодействия между частицами используются потенциалы межатомного взаимодействия. Выбор конкретного потенциала зависит не только от исследуемого материала, но и от различных особенностей его поведения, которые требуется описать в рамках проведения численных экспериментов. Для моделирования металлов и сплавов наиболее часто используется модель погруженного атома (*Embedded Atom Model, EAM*) [5], при использовании которой полная потенциальная энергия системы имеет вид:

$$U_{total} = \sum_i F(\rho_i) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \varphi(r_{ij}), \quad (2)$$

где $F(p_i)$ – энергия погружения, зависящая от электронной плотности ρ_i и действующая на атом i со стороны других атомов и электронного газа, $\phi_{ij}(r)$ – парный («классический») потенциал межатомного взаимодействия. Преимущество ЕАМ по сравнению с другими моделями для построения потенциалов межатомного взаимодействия обусловлено достаточно прозрачным построением и учетом взаимодействия отдельной частицы с электронными облаками, что является важным фактором при моделировании металлических соединений ввиду их высокой плотности [6, 7].

Отдельно в рамках работы решалась задача генерации начальной конфигурации системы с содержанием в системе различных дефектов и дефектных структур: вакансий, атомов внедрения, дислокаций, межзеренных границ, микропор. В качестве исследуемого материала в работе рассматривалась бинарная атомарная система Fe–C (содержание углерода в системе до 1 %). Потенциал межатомного взаимодействия для Fe–C предложен в работе [8]. С использованием построенной модели проведен ряд численных экспериментов, целью которых являлось определение характерных размеров микропор при различных внешних силовых и температурных воздействиях.

Поскольку шаг интегрирования в рамках моделей МД имеет масштабы около 1 фс (10^{-15} с), наиболее часто возникают вопросы об устойчивости системы и отдельных дефектов или дефектных структур. В работе этот момент был решен путем минимизации потенциальной энергии методом имитации отжига (Метрополиса) [9]. Подразумевается, что при постоянной температуре $T = 300$ К (NVT ансамбль), на больших временах релаксации система придет в состояние квазиравновесия, при котором атомы перестанут перестраиваться вблизи неоднородных областей (например, микропор, межзеренных границ, и др.); такому состоянию системы соответствует минимум потенциальной энергии.

Для анализа структуры в рамках МД зачастую используются методы структурного анализа [10], например, параметр центральной симметрии (*central symmetry parameter, CSP*); анализ общего соседства (*common neighbourhood parameter, CNP*):

$$Q_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \left| \sum_{k=1}^{n_j} (\mathbf{R}_{ik} + \mathbf{R}_{jk}) \right|^2, \quad (3)$$

где по индексу j происходит перебор всех ближайших соседей атома i , индекс k пробегает по всем общим ближайшим соседям атомов i и j , \mathbf{R}_{ik} – вектор, соединяющий атомы i и k , n_i – число ближайших соседей атома i ; алгоритм выделения дислокаций (*dislocation extraction algorithm, DXA*) [11] и др. Использование методов структурного анализа позволяет выделить дефекты и дефектные структуры, дать различные количественные оценки, например, плотность точечных дефектов, длины линий дислокаций и т.п.

С использованием предложенной модели был определен характерный размер сферической микропоры: минимальный радиус устойчивой микропоры в отсутствии внешних воздействий составляет 4.2 \AA (при $T = 300 \text{ K}$), а при наличии внешних силовых (относительные деформации до $0,7 \%$) и температурных (повышение температуры до $T = 1000 \text{ K}$) воздействий составляет 5.1 \AA . Кроме того, рассмотрено взаимодействие микропор с межзеренной границей (как источником дислокаций): в случае внесения микропоры дислокационная сетка вблизи межзеренной границы значительно искажается, что вносит существенный вклад в дефектную структуру образца. Найдено наименьшее расстояние, необходимое для начала взаимодействия микропоры и межзеренной границы; это расстояние равно $3,7 \text{ \AA}$, что свидетельствует о близкодействующей природе искомого взаимодействия.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1298.2017.1.

Список литературы

1. Void coalescence and fracture behavior of notched and un-notched tensile tested specimens in fine grain dual phase steel / N. Saeidi, F. Ashrafizadeh, B. Niroumand, M.R. Forouzan, S. Mohseni mofidi, F. Barlat // *Mater. Sci. Eng. A.* – 2015. – Vol. 644, Iss. 15. – P. 210–217.
2. Komori K. Improvement of an Ellipsoidal Void Model for Simulating Ductile Fracture Behavior // *Key Engineering Materials*, 2014. – Vols. 577–578. – P. 93–96.
3. Nielsen K.L., Tvergaard V. Failure by void coalescence in metallic materials containing primary and secondary voids subject to intense shearing // *Int. J. Solids Struct.* – 2011. – Vol. 48, Iss. 9. – P. 1255–1267.
4. Rapaport D.C. *The Art of Molecular Dynamics Simulation*, Second Edition. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004. – P. 11–44.
5. Daw M.S., Baskes M.I. Embedded-atom method: Derivation and application to impurities, surfaces, and other defects in metals // *Physical Review B.* – 1984. – Vol. 29, Iss. 12. – P. 6443–6453.
6. Волегов П.С., Герасимов Р.М., Давлятшин Р.П. Модели молекулярной динамики: обзор ЕАМ-потенциалов. Ч. 1: Потенциалы для однокомпонентных систем // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика.* – 2017. – № 4. – С. 214–237.
7. Волегов П.С., Герасимов Р.М., Давлятшин Р.П. Модели молекулярной динамики: обзор ЕАМ-потенциалов. Ч. 2: Потенциалы для многокомпонентных систем // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика.* – 2018. – № 2. – С. 114–132.
8. Hepburn D.J., Ackland G.J. Metallic-covalent interatomic potential for carbon in iron // *Physical Review B.* – 2008. – Vol., Iss. 16. – 165115.
9. Войтишек А.В. *Основы метода Монте-Карло: учеб. пособие.* – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. ун-та, 2010. – 108 с.

10. Tsuzuki H., Brancio P., Rino J.P. Structural characterization of deformed crystals by analysis of common atomic neighborhood // Computer Physics Communications. – 2007. – Vol. 177, Iss. 5. – P. 518–523.

11. Stukowski A., Albe K. Extracting dislocations and non-dislocation crystal defects from atomistic simulation data // Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering. – 2010. – Vol. 18, Iss. 8. – 085001.

ПРИМЕНЕНИЕ В-СПЛАЙНОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ ПРИ РАСЧЕТАХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

С.М. Герцик

Российский федеральный ядерный центр – ВНИИ
экспериментальной физики, Саров, Россия, GertsikSM@yandex.ru

В работе приведены краткие сведения о применении базисных функций В-сплайнов произвольного порядка в решении задачах прочности на примере расчета оболочечных конструкций. Представлены результаты расчета свободно опертой прямоугольной пластины под действием распределенной нагрузки, их сравнение с аналитическим решением. Анализируется сходимость при увеличении степени дискретизации (h-сходимость) и при увеличении степеней используемых базисных функций (p-сходимость).

Ключевые слова: изогометрический анализ, Isogeometric Analysis, оболочки, В-сплайн, NURBS, метод конечных элементов.

Как известно [1, 2], при расчетах оболочечных конструкций вариационными и проекционными численными методами большое значение имеет гладкость функций, выбранных в качестве базисных для поиска решений. При этом подбор или конструирование данных функций представляет довольно серьезные трудности. Не так давно был разработан и продолжает активно развиваться изогометрический анализ (Isogeometric Analysis) [3], в рамках которого для поиска приближенного решения предпола-

гаются использование тех же неравномерных рациональных В-сплайнов (Non-Uniform Rational B-Spline, NURBS), что используются для описания геометрии исследуемых конструкций в САД-пакетах. Одной из ключевых особенностей данных сплайнов является то, что они позволяют конструировать базисные функции неограниченной гладкости. В данной работе, в отличие от [3], для расчета полей перемещений срединной поверхности оболочки применяются базисные функции В-сплайнов, а для описания ее геометрии – NURBS.

В-сплайны и NURBS

В-сплайны строятся на основании полиномиальных базисных функций степени p . Для получения данных функций необходимо ввести *узловой вектор* (knot vector) $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_{n+p+1}\}$, состоящий из неубывающих значений координаты ξ параметрического пространства, n – количество требуемых базисных функций. Координата ξ_i может повторяться несколько раз, в таком случае говорят о кратном узле. Базисная функция $N_{i,p}$ для данного узлового вектора может быть получена через следующую рекурсивную формулу:

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{при } \xi_i \leq \xi < \xi_{i+1}, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$N_{i,p} = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi). \quad (1)$$

Данные базисные функции обладают рядом полезных характеристик [3, 4]: $\sum_{i=1}^{n+p+1} N_{i,p}(\xi) = 1$, они положительно определены, гладкость базисной функции для единичного узла составляет C^{p-1} , для кратного узла C^{p-t} , где t – показатель кратности узла.

Производные базисных функций В-сплайнов так же выводятся в рекурсивном виде:

$$\frac{d^k}{d^k \xi} N_{i,p}(\xi) = \frac{p!}{(p-k)!} \sum_{j=0}^k \alpha_{k,j} N_{i+j,p-k}(\xi), \quad (2)$$

где $\alpha_{0,0}=1$, $\alpha_{k,0} = \frac{\alpha_{k-1,0}}{\xi_{i+p-k+1} - \xi_i}$, $\alpha_{k,j} = \frac{\alpha_{k-1,j} - \alpha_{k-1,j-1}}{\xi_{i+p+j-k+1} - \xi_{i+j}}$, $\alpha_{k,k} = \frac{-\alpha_{k-1,k-1}}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+k}}$.

В-сплайновая линия и поверхность строятся соответственно по формулам:

$$C(\xi) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) \mathbf{B}_i, \quad (3)$$

$$S(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) \mathbf{B}_{ij}, \quad (4)$$

где $M_{j,q}(\eta)$ – j -я базисная функция степени q , определенная по координате η соответствующим узловым вектором, \mathbf{B}_i , \mathbf{B}_{ij} – точки *контрольного полигона* физического пространства. Для случая описания поверхности, поставив в соответствие каждой паре ij номер I , уравнение (4) можно записать в виде:

$$S(\xi, \eta) = \sum_{I=1}^{n+m} N_I(\xi, \eta) \mathbf{B}_I. \quad (5)$$

Базисные функции NURBS строятся на основании базисных функций В-сплайнов по формуле:

$$R_i(\xi) = \frac{N_{i,p}(\xi) \omega_i}{\sum_{j=1}^n N_{j,p}(\xi) \omega_j}, \quad (6)$$

где ω_i – весовые коэффициенты.

Кривые и поверхности на основе NURBS строятся по формулам, аналогичным (3)–(5).

Более подробную информацию о свойствах В-сплайнов и NURBS можно получить в [4, 3].

Расчет тонкостенных оболочек

При расчете полей перемещений срединной поверхности были приняты гипотезы Кирхгофа – Лява. Сами перемещения представляются в форме $\mathbf{u} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k}$ (7). Компоненты вектора перемещений аппроксимируются аналогично формуле (5):

$$\begin{aligned} u_x(\xi, \eta) &= \sum_{I=1}^n N_I(\xi, \eta) U_I^x, \\ u_y(\xi, \eta) &= \sum_{I=1}^n N_I(\xi, \eta) U_I^y, \\ u_z(\xi, \eta) &= \sum_{I=1}^n N_I(\xi, \eta) U_I^z. \end{aligned} \quad (8)$$

Решение задачи ищется как минимум функционала Лагранжа системы:

$$\mathcal{E} = V - R, \quad (9)$$

где V – потенциальная энергия деформации, $V = V(\varepsilon, \varepsilon)$; R – работа внешних сил, $R = R(\mathbf{u})$. Для случая изотропного материала данные слагаемые принимают вид:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \iint_S \left(\frac{Eh}{1-\mu^2} \left[e_j^i e_i^j + \mu (e_i^i e_j^j - e_j^i e_i^j) \right] + \right. \\ &\left. + \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \left[\chi_j^i \chi_i^j + \mu (\chi_i^i \chi_j^j - \chi_j^i \chi_i^j) \right] \right) \sqrt{ad} \xi d\eta, \\ R &= \iint_S (Q_x u_x + Q_y u_y + Q_z u_z) \sqrt{ad} \xi d\eta. \end{aligned} \quad (10)$$

Информацию о компонентах уравнений (10) можно получить в [1]. Примеры вывода разрешающих соотношений для поиска неизвестных $\{U_i^x, U_i^y, U_i^z\}$ содержатся в [3, 5].

Расчет свободно опертой прямоугольной пластины

В таблице содержатся результаты расчета максимального прогиба (таблица) для свободно опертой прямоугольной пластины под действием распределенной нагрузки. Толщина пластины $h = 0,01$ м, длина 5 м, ширина 1 м, модуль Юнга $E = 1 \cdot 10^7$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. На всю поверхность пластины приложена распределенная нагрузка $p = 1$ Па. В качестве отслеживаемой характеристики выбрано суммарное перемещение в центре пластины [6].

Результаты расчета максимального прогиба

Аналитическое решение, мм	$n = 300$ $p = 3$	$n = 1500$ $p = 3$	$n = 3000$ $p = 3$	$n = 6000$ $p = 3$	$n = 28800$ $p = 3$	$n = 64800$ $p = 3$
14,17	13,64	14,16	14,17	14,29	14,30	14,30
Различие, %	3,74	0,7	0,0	-0,84	-0,92	-0,92
	$n = 882$ $p = 3$	$n = 882$ $p = 4$	$n = 882$ $p = 5$	$n = 882$ $p = 6$	$n = 882$ $p = 7$	$n = 64800$ $p = 7$
	14,07	13,8	13,9	14,1	14,30	14,30
Различие, %	0,71	2,6	1,9	0,49	-0,92	-0,92

Примечание: n – количество неизвестных СЛАУ, p – степень базисных функций.

Список литературы

1. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
2. Зенкевич О., Чанг И. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. – М.: Недра, 1974.
3. Austin Cottrell J., Hughes Thomas J.R., Bazilevs Yuri. Iso-geometric analysis: toward integration of CAD and FEA. – UK, 2009.

4. Piegl L., Tiller W. The NURBS Book: Monographs in Visual Communication. – Second Edition. – Springer – Verlag, 1997.

5. Pavan G.S., Nanjunda Rao K.S. Analysis of laminated composite plates using isogeometric collocation method // Proceedings of VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. – Vol. II с. 2514.

6. Societe Francaise des Mecaniciens. Guide de validation des progiciels de calcul de structures. – Paris, Afnor Technique, 1990. – Test No. SSSL024/89.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМНЫХ ОРИЕНТАЦИЙ РЕШЕТОК АУСТЕНИТА И ПОЯВИВШЕГОСЯ МАРТЕНСИТА, РАЗОРИЕНТАЦИЙ МАРТЕНСИТНЫХ ВАРИАНТОВ ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ

Е.В. Гребеньщикова, Н.Д. Няшина, Н.С. Кондратьев

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, eliza.veta13@yandex.ru

В работе рассматриваются вопросы, связанные с кристаллогеометрической теорией мартенситного перехода, исследуются взаимные ориентации решеток аустенита и мартенсита. Приводятся методы для теоретического определения тензора поворота между аустенитом и мартенситом, мартенситными вариантами. Вычисляются соответствующие углы и оси поворота, полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: аустенит, мартенсит, фазовый переход, разориентации мартенситных вариантов, тензор поворота, углы разориентировки.

В современном мире широко используются изделия из металлов и их сплавов. При их производстве особое внимание уделяется свойствам металлов, так как они напрямую влияют на характеристики изделий. Мартенситное превращение – одно из наиболее широко изучаемых явлений физики металлов, позво-

ляющее менять их свойства. Широкая распространенность мартенситного превращения, своеобразный характер этого превращения и большое практическое значение обусловили интерес к этому явлению [1].

Целью работы является определение углов между аустенитом и образовавшимся мартенситом, мартенситными вариантами. Вычисление тензора поворота, сопровождающего мартенситное превращение, может быть использовано в многоуровневых моделях поликристаллических сплавов на основе физических теорий пластичности для определения разгруженной конфигурации. В работе рассматриваются два метода для нахождения тензора поворота.

Первый метод основан на кристаллогеометрической теории мартенситного перехода, согласно которой градиент деформации мезообъема, в котором произошел мартенситный переход, можно представить в виде:

$$\mathbf{f}^{\text{tr}} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}^{\text{LIS}},$$

где \mathbf{B} – деформация Бейна; \mathbf{f}^{LIS} – деформация с инвариантной решеткой; \mathbf{Q} – собственно ортогональный тензор, задающий жесткий поворот, обеспечивающий существование инвариантной плоскости [2].

Тензор поворота \mathbf{Q} описывает поворот между решетками аустенита и образовавшегося мартенсита. Для того чтобы найти тензор поворота между вариантами мартенсита, необходимо провести два последовательных поворота. Развернуть начальный вариант мартенсита обратным поворотом в исходное положение с помощью тензора \mathbf{Q}_1^T и привести к совпадению с конечным вариантом мартенсита тензором \mathbf{Q}_2 . Такой поворот иллюстрирует формула:

$$\mathbf{Q}_{1 \rightarrow 2} = \mathbf{Q}_1^T \cdot \mathbf{Q}_2.$$

Получив тензор поворота, можно выразить направляющие косинусы c_1, c_2, c_3 положительной оси вращения, вокруг которой происходит поворот, и косинус угла, на который был совершен поворот [3].

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{pmatrix}$$

$$\cos \vartheta = \frac{1}{2} [Sp(\mathbf{Q}) - 1] = \frac{1}{2} (Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} - 1)$$

$$c_1 = \frac{Q_{32} - Q_{23}}{2 \sin \vartheta}, c_2 = \frac{Q_{13} - Q_{31}}{2 \sin \vartheta}, c_3 = \frac{Q_{21} - Q_{12}}{2 \sin \vartheta}$$

При этом $\vartheta > 0$ соответствует вращению правого винта, вворачиваемого в направление положительной оси вращения. Направление положительной оси вращения – это направление собственного вектора $c_1 e_1 + c_2 e_2 + c_3 e_3$, соответствующее собственному значению +1 оператора \mathbf{Q} и находимого путем приведения матрицы \mathbf{Q} к диагональному виду.

Второй метод заключается в выражении тензора поворота из соотношения Курдюмова – Закса, определяющего ориентационные соотношения решеток исходной и мартенситной фаз[4]:

$$\{111\}_\gamma \parallel \{101\}_\alpha \langle 110 \rangle_\gamma \parallel \langle 111 \rangle_\alpha$$

Оно позволяет составить ортогональное преобразование, которое связывает кристаллографические направления аустенита с мартенситом.

В работе приводятся анализ и сравнение представленных методов. Полученные результаты углов разориентировок сопоставляются с экспериментальными данными, представ-

ленными в работах [5, 6]. Метод, основанный на кристалло-геометрической теории мартенситного перехода, не привел к желаемым результатам. В ходе расчетов искомым тензор поворота \mathbf{Q} получился неортогональным, что противоречит определению тензора поворота. Второй метод оказался результативнее – полученные углы согласуются с данными экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-31-60002-мол_а_дк).

Список литературы

1. Курдюмов Г.В. Явления закалки и отпуска стали. – М.: Металлургиздат, 1960. – 64 с.
2. Няшина Н.Д., Трусов П.В. Моделирование мартенситных превращений в сталях: кинематика мезоуровня // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. – 2014. – 27 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973. – С. 446–456.
4. Курдюмов Г.В., Утевский Л.М., Энтин Р.И. Превращения в железе и стали. – М.: Наука, 1977. – 236 с.
5. The morphology and crystallography of lath martensite in Fe – C alloys / S. Morito, H. Tanaka, R. Konishi, T. Furuohara // Acta Mat. – 2003. – № 6. – P. 1789–1799.
6. The morphology and crystallography of lath martensite in alloy steels / S. Morito, T. Furuohara, X. Huang, T. Maki, N. Hansen // Acta Mat. – 2006. – Vol. 51, № 6. – P. 5323–5331.

ОПИСАНИЕ УПРОЧНЕНИЯ В УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСЛОКАЦИОННО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПОДХОДА

Д.С. Грибов, П.В. Трусов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, gribowdmitrii@yandex.ru

Рассматривается предлагаемая модификация закона упрочнения в двухуровневой модели деформирования. Для рассмотрения упрочнения вводится дополнительный уровень – мезоуровень 2, на котором осуществляется описание эволюции основных носителей пластических деформаций – краевых дислокаций. Соотношения мезоуровня 2 позволяют описать текущие плотности дефектов на системах скольжения, а также образование и аннигиляцию дислокаций, барьеров скольжения на расщепленных дислокациях. Предложен вид закона упрочнения, устанавливающий зависимость критических напряжений на системах скольжения от накопленных плотностей дефектов.

Ключевые слова: физические теории пластичности, дислокационно-ориентированные модели, эволюция микроструктуры, закон упрочнения.

На данный момент актуальна задача разработки моделей, описывающих влияние эволюционирующей при термомеханических воздействиях микроструктуры материалов на изменение их свойств [1]. В ходе обработки механические и другие свойства металлических материалов могут претерпевать существенные изменения. Физико-механические свойства металлов и сплавов существенно зависят от размера и строения зёрен, типа кристаллической решетки; наиболее существенное влияние на механические характеристики оказывают количество и взаиморасположения дефектов, что обуславливает необходимость включения в конститутивную модель параметров, характеризующих дефектные структуры и их эволюцию [2–4].

Рассматриваются структура и результаты применения трёхуровневой математической модели упруговязкопластическо-

го деформирования, включающей в себя систему уравнений для описания эволюции дефектов кристаллической решетки [5]. Для построения модели описания неупругого деформирования представительного объема кристаллита предлагается подход, заключающийся в рассмотрении искажений решетки и сдвигов по системам скольжения (СС) на мезоуровне 1 и эволюции плотностей мезо- и микродефектов на мезоуровне 2. Основное внимание уделяется анализу поведения при термомеханических воздействиях ГЦК-материалов с разной энергией дефекта упаковки.

На макроуровне рассматривается представительный объем материала, состоящего из совокупности кристаллитов – элементов мезоуровня 1. С мезоуровня 1 на макроуровень передаются: неупругая часть градиента скорости перемещений, тензор напряжений, тензор спина, тензор упругих свойств и ориентационный тензор, происходит их осреднение по представительному объему макроуровня. С макроуровня на мезоуровень 1, согласно гипотезе Фойгта, передаются градиенты скорости перемещений. На мезоуровне 1 рассматривается задача о деформировании кристаллита: определяются компоненты тензора напряжений Коши, тензор спина, действующие касательные напряжения. Модель мезоуровня 1 описывается следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\pi} : (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{in}), \\ \mathbf{z} = \mathbf{z}^e + \mathbf{z}^{in}, \\ \mathbf{z} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{v}^T - \boldsymbol{\omega}, \\ \boldsymbol{\omega} = \dot{\mathbf{o}} \cdot \mathbf{o}^T, \\ \mathbf{z}^{in} = \sum_{k=1}^n \dot{\gamma}^{(k)} \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)}, \\ \boldsymbol{\tau}^{(k)} = \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} : \boldsymbol{\sigma}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где k – номер СС, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши, $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$ – действующие на k -й СС напряжения, $\mathbf{b}^{(k)}, \mathbf{n}^{(k)}$ – векторы Бюргерса и норма-

ли к k -й СС. Определяемые на мезоуровне 1 действующие касательные напряжения $\tau^{(k)}$ передаются на мезоуровень 2, где определяются и передаются на мезоуровень 1 плотности и скорости движения дислокаций, скорости сдвигов по системам скольжения.

На мезоуровне 2 введены дислокации двух знаков (с противоположно направленными векторами нормалей). На мезоуровне 2 устанавливаются критические напряжения и средние скорости скольжения дислокаций, для определения скоростей сдвигов с последующей передачей их на мезоуровень 1 используется уравнение Орована в скоростях. Модель мезоуровня 2 включает следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \rho^{(k)} &= \rho_+^{(k)} + \rho_-^{(k)}, \\ \dot{\gamma}^{(k)} &= (\rho_+^{(k)} \langle V_+^{(k)} \rangle - \rho_-^{(k)} \langle V_-^{(k)} \rangle) |\mathbf{b}|^{(k)}, \\ \tau_{c\pm}^{(k)} &= \tau_{\text{реш}}^{(k)} + \tau_{\text{дисл}}^{(k)}, \\ \langle V_{\pm}^{(k)} \rangle &= \pm V_0 \left| \frac{\tau^{(k)}}{\tau_{c\pm}^{(k)}} \right|^m \exp \left[-\frac{\Delta F}{k\theta} \right] \text{H}(\tau^{(k)} - \tau_{c\pm}^{(k)}) \text{sign}(\tau^{(k)}), \end{aligned} \quad (2)$$

где внутренними (явными) переменными мезоуровня 2 являются: $\rho^{(k)}, \rho_+^{(k)}, \rho_-^{(k)}$ – плотности дислокаций на СС, $\dot{\gamma}^{(k)}$ – скорости сдвигов, определяемые с использованием уравнения Орована, $\tau^{(k)}, \tau_{c\pm}^{(k)}$ – действующие и критические напряжения на k СС, $\langle V_{\pm}^{(k)} \rangle$ – средние скорости скольжения дислокаций, k – константа Больцмана, θ – абсолютная температура.

Эволюционные уравнения для плотностей дислокаций по системам скольжения описывают: зарождение дислокаций за счет источников Франка – Рида, аннигиляцию дислокаций, образование барьеров скольжению [6, 7]. Работа источников Франка – Рида реализуется генерацией замкнутых расширяющихся петель дислокаций, введена плотность источников $\rho_{\text{loops}}^{(k)}$. Аннигиляция дислокаций происходит в результате реакции двух

дислокаций разных знаков на одной СС. В ходе реакций на расщепленных дислокациях могут образовываться устойчивые структуры – барьеры скольжению. Плотности барьеров, образованных на дислокациях систем скольжения k, l , описываются с использованием переменной ρ_{bar}^{kl} . Была составлена таблица возможных реакций с образованием барьеров Ломера – Коттрелла и барьеров Хирта для ГЦК-решетки R_{bar}^{kl} . Эволюционные уравнения для описания эволюции плотностей дефектов на мезоуровне 2 включают следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\pm}^{(k)} &= \dot{\rho}_{nuc\pm}^{(k)} + \dot{\rho}_{ann}^{(k)}, \\ \dot{\rho}_{nuc}^{(k)} &= k\rho_{loops}^{(k)} f(\tau^{(k)}), \\ \dot{\rho}_{\pm}^{(k)ann} &= -h_{ann}\rho_{\pm}^{(k)}\rho_{\mp}^{(k)}\left|\langle V \rangle_{\pm}^{(k)} - \langle V \rangle_{\mp}^{(k)}\right|, \\ \dot{\rho}_{bar}^{kl} &= \alpha l_{расщ} R_{bar}^{kl} \rho^k \rho^l V_0 \left| \frac{\tau^{(k)}}{\tau_{c\pm}^{(k)}} \right|^m \exp\left[-\frac{\Delta F}{k\theta}\right] H(\tau^{(k)} - \tau_{c\pm}^{(k)}) \text{sign}(\tau^{(k)}). \end{aligned} \quad (3)$$

Для определения критических напряжений принимается гипотеза о возможности аддитивного разделения критических напряжений СС на два члена: сопротивление решетки скольжению дислокаций и влияние полей напряжений от накопленных дислокаций и барьеров всех типов:

$$\tau_c^{(i)} = \tau_{реш}^{(i)} + \tau_{дисл}^{(i)}. \quad (4)$$

Вклад в упрочнение накопленных дефектов производится оценкой междислокационных взаимодействий. Для оценки действия упругих полей одной дислокации на другую было использовано решение для идеальной краевой дислокации в изотропной упругой среде. Напряжения от взаимодействий могут быть выражены с использованием матрицы реакций с постоянными коэффициентами M^{ij} :

$$\tau_{\text{дисл}}^{(i)} = \alpha \sum_{j=1}^n \sqrt{M^{ij} \rho^j}, \quad (5)$$

где α – материальная константа, определяемая при идентификации модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 17-01-00379-а, № 17-41-590694-р_а).

Список литературы

1. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры / П.В. Трусов, А.И. Швейкин, Е.С. Нечаева, П.С. Волегов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 33–56.

2. A crystallographic dislocation model for describing hardening of polycrystals during strain path changes. Application to low carbon steels / K. Kitayama, C.N. Tomé, E.F. Rauch, J.J. Gracio, F. Barlat // International Journal of Plasticity. – 2013. – Vol. 46. – P. 54–69.

3. Beyerlein I.J., Tome C.N. A dislocation-based constitutive law for pure Zr including temperature effects // International Journal of Plasticity. – 2008. – № 24. – P. 867–895.

4. Strain rate and temperature sensitive multi-level crystal plasticity model for large plastic deformation behavior: Application to AZ31 magnesium alloy / M. Ardeljan, I.J. Beyerlein, B.A. McWilliams, M. Knezevic // International Journal of Plasticity. – 2016. – № 83. – P. 90–109.

5. Трусов П.В., Швейкин А.И. Теория пластичности. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 419 с.

6. Хирт Дж., Лотэ И. Теория дислокаций. – М.: Атомиздат, 1972. – 599 с.

7. Орлов А.Н. Введение в теорию дефектов в кристаллах. – М.: Высшая школа, 1983. – 144 с.

АНАЛИЗ ЭНЕРГИИ И ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ МЕЖЗЕРЕННЫХ ГРАНИЦ В МЕДИ

Р.П. Давлятшин, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, romadavly@gmail.com

В работе предложена прямая математическая модель атомной структуры бикристалла меди для исследования структуры межзеренных границ различного типа и разориентировок. Для получения устойчивой границы зерен использовались метод молекулярной динамики, метод сопряженного градиента и метод погруженного атома. Анализ дефектной структуры проводился с применением алгоритма выделения дислокаций.

Ключевые слова: метод молекулярной динамики, метод сопряженного градиента, ЕАМ, медь, дислокации, границы зерен, ДХА.

Современный мир невозможно представить без функциональных материалов, т.е. материалов с наперед заданными свойствами, так как такие материалы используются во многих отраслях промышленности, и от их разработки и внедрения напрямую зависит технологический прогресс. Зачастую функциональные материалы получают путем интенсивных пластических деформаций (ИПД), которые существенным образом изменяют внутреннюю, в том числе дефектную структуру материалов, вследствие чего изменяются и их свойства [1]. Большинство типов дефектов кристаллической решетки хорошо изучено, однако до сих пор до конца не ясны атомарная и дефектная структура границ зерен (ГЗ) и их роль в процессах неупругой деформации, в том числе характер и особенности их взаимодействия с другими дефектами кристаллической решетки [2]. Поэтому целью работы являются разработка, численная реализация и исследование математической модели бикристалла с использованием метода молекулярной динамики, а также анализ атомарной структуры ГЗ в зависимости от ее разориентировки и типа.

Различные экспериментальные методы определения энергии границ зерен, например, по профилю канавок травления или по измерениям углов в тройном стыке, дают лишь приближенные оценки, так как для определения энергии ГЗ методом тройного стыка необходимо знать энергию хотя бы одной из границ, образующих стык, а при использовании метода, основанного на канавках травления, необходимо тщательно измерять угол канавки. Более того, создание ГЗ с заданными параметрами для определения их энергии в натурном эксперименте является весьма сложной задачей. К основным теоретическим методам определения энергии ГЗ относят различные дислокационные модели и модель решетки совпадающих узлов (PCY), которые тоже имеют свои недостатки. Так, например, дислокационная модель не учитывает атомно-дискретный характер границ, поэтому не может воспроизвести резкий спад энергии ГЗ при специальных разориентировках. Модель PCY, напротив, применяется в основном для исследования энергии специальных границ и не дает возможности описать энергию устойчивых ГЗ общего вида [3].

В работе для определения энергии и атомарной структуры ГЗ используются метод молекулярной динамики (МД) и метод сопряженного градиента (для минимизации энергии системы и поиска ее устойчивой конфигурации). Основная идея МД заключается в представлении тела как совокупности взаимодействующих частиц (атомов), взаимодействие которых, т.е. зависимость силы (энергии) от расстояния между атомами, задается при помощи специальных потенциалов. В настоящее время разработаны межатомные потенциалы разных видов (парные, EAM-потенциалы, MEAM-потенциалы и др.) для многих веществ, однако для металлов наиболее эффективными представляется использование потенциалов, основанных на методе погруженного атома (EAM), так как эти потенциалы учитывают взаимодействие атомов металлов с электронным газом [4]. Подробно структура МД-моделей и EAM-потенциалов приведена в [5, 6].

Получение устойчивой межзеренной границы проходило следующим образом. На первом этапе была сформирована межзеренная граница путем поворота одного кристаллита относительно другого по заданной оси и углу поворота. При этом система состояла из ~500 тысяч атомов. По осям OZ и OY (рис. 1) были применены периодические граничные условия, а по оси OX – конечные. С помощью метода молекулярной динамики был реализован процесс имитации отжига. Начальная температура системы атомов, эквивалентная 1000 К, устанавливалась с использованием распределения Максвелла. Эта температура поддерживалась с помощью термостата Нозе – Гувера [7] до достижения термодинамического равновесия, после чего температура системы постепенно уменьшалась до 300 К. Затем энергия системы была минимизирована с помощью метода сопряженного градиента. У полученной в ходе указанных процессов межзеренной границы определялись энергия и дефектная структура.

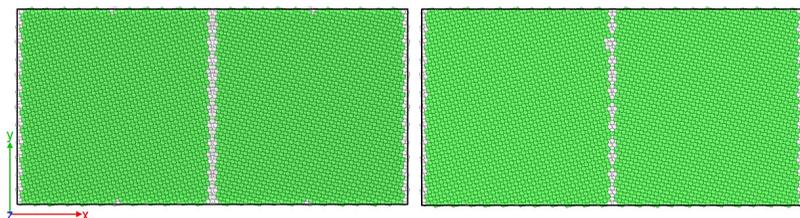


Рис. 1. Неотрелаксированный (слева) и отрелаксированный (справа) бикристалл (зеленые – атомы ГЦК ячеек, белые – атомы неопределенного типа)

Проведен ряд численных экспериментов для определения энергии различных ГЗ в меди: границ наклона с углами разориентировки от 0° до 90° с шагом 5° , границ кручения с углами разориентировки от 0° до 90° с шагом 5° и некоторых специальных границ (рис. 2). Дефектная структура ГЗ определена с помощью алгоритма выделения дислокаций (DXA) [8]. Выявлено, что энергия некоторых большеугловых границ

$\theta = \{45^\circ, 55^\circ\}$ сопоставима с энергией бездефектного кристаллита того же объема. Дислокационная структура границ также зависит от разориентировки зерен, при угле наклона границы $\theta < 45^\circ$ в ней преобладают дислокации неопределенного типа, а при $\theta \geq 45^\circ$ в границе преобладают идеальные дислокации типа $1/2 <110>$.

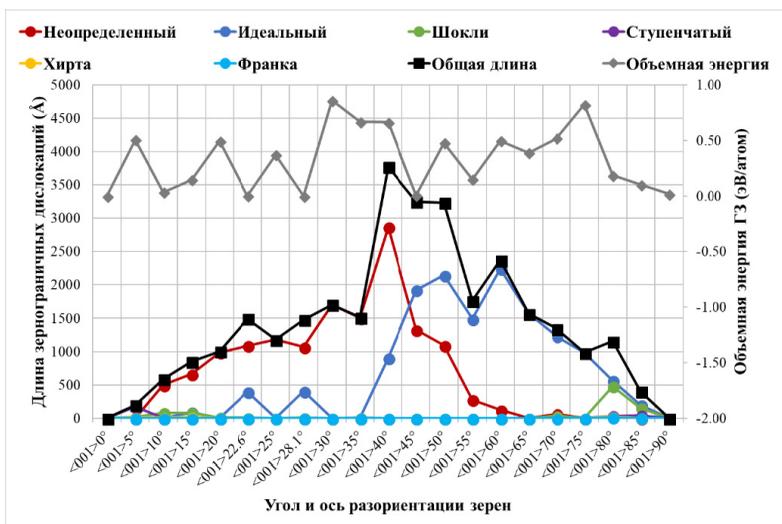


Рис. 2. График длин ЗГД, сгруппированных по типу дислокаций и объемной энергии ГЗ в зависимости от угла и оси разориентировки зерен

Таким образом, реализована математическая модель би-кристалла для определения дислокационной структуры и энергии различных ГЗ. Проведен ряд численных экспериментов для выявления характерной структуры и энергии ГЗ в зависимости от разориентировки зерен.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1298.2017.1.

Список литературы

1. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры / П.В. Трусов, И.С. Швейкин, Е.С. Нечаева, П.С. Волегов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 33–56.

2. Орлов А.Н., Перевезенцев В.Н., Рыбин В.В. Границы зерен в металлах. – М.: Металлургия, 1980. – 153 с.

3. Векман А.В. Энергия границ зерен наклона в металлах и сплавах с ГЦК решеткой // Известия Томск. политехн. ун-та. – 2008. – Т. 313, № 3. – С. 96–100.

4. Daw M.S., Baskes M.I. Embedded-atom method: Derivation and application to impurities, surfaces, and other defects in metals // Physical Review B. – 1984. – Vol. 29, No. 12. – P. 6443–6453.

5. Волегов П.С., Герасимов Р.М., Давлятшин Р.П. Модели молекулярной динамики: обзор ЕАМ-потенциалов. Ч. 1: Потенциалы для однокомпонентных систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 4. – С. 214–237. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.4.14

6. Волегов П.С., Герасимов Р.М., Давлятшин Р.П. Модели молекулярной динамики: обзор ЕАМ-потенциалов. Ч. 2: Потенциалы для многокомпонентных систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 2. – С. 114–132. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.2.11

7. Nose S. A unified formulation of the constant temperature molecular dynamics methods // J. Chem. Phys. – 1984. – Vol. 81, Iss. 1. – P. 511–520.

8. Stukowski A., Bulatov V.V., Arsenlis A. Automated identification and indexing of dislocations in crystal interfaces // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2012. – Vol. 20, No. 8. – 085007. DOI: <https://doi.org/10.1088/0965-0393/20/8/085007>

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТВОРЕНИЯ КАПСУЛИРОВАННЫХ ЛЕКАРСТВЕННЫХ СРЕДСТВ В БИОЛОГИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ

К.Е. Долгий, А.Г. Князева

Национально исследовательский Томский государственный университет,
Томск, Россия, asd514@yandex.ru.

Томский государственный политехнический университет,
Томск, Россия, anna-knyazeva@mail.ru

Работа направлена на исследования в области транспортировки лекарственных средств (Drug Delivery) и управление их дозированным поступлением к очагу инфекции [1, 2]. Контролируемый выход лекарственного средства достигается за счет сложного морфологического строения стенки капсулы [3]. Изучение математических моделей позволяет раскрыть более глубокое физическое понимание процессов распространения лекарственных средств из лекарственной формы [4]. Цель конкретной работы заключалась в установлении закономерностей высвобождения лекарственного средства к очагу инфекции.

Ключевые слова: транспортировки лекарственных средств, контролируемый выход, новые лекарственные формы.

Предполагается, что стенка капсулы пористая, находится в объеме биологической жидкости. Процесс растворения в первом приближении лимитируется диффузией. Математическая модель включает уравнения диффузии лекарственного средства в трех областях, а также коэффициент скорости, зависящий от пористости стенки. Будем использовать индексы (рис. 1):

A – для вещества внутри капсулы,

S – в стенке,

B – вне стенки капсулы.

Математическая модель включает три уравнения диффузии (для разных областей):

$$\rho_A \frac{\partial C_A}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_A \rho_A \frac{\partial C_A}{\partial r} \right),$$

$$\rho_S \frac{\partial C_S}{\partial t} + V \frac{\partial C_S}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_S \rho_S \frac{\partial C_S}{\partial r} \right),$$

$$\rho_B \frac{\partial C_B}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_B \rho_B \frac{\partial C_B}{\partial r} \right),$$

$$V = -k \nabla P,$$

$$P = \alpha_c (C - C_0) = \frac{\alpha_c}{\beta} C,$$

граничные условия:

$$r = 0: \quad \frac{\partial C_A}{\partial r} = 0,$$

$$r = R_1: \quad D_A \frac{\partial C_A}{\partial r} = D_S \frac{\partial C_S}{\partial r} + V, \quad C_A = \gamma_A C_S,$$

$$r = R_2: \quad D_S \frac{\partial C_S}{\partial r} + V = D_B \frac{\partial C_B}{\partial r}, \quad C_S = \gamma_S C_B,$$

и начальные условия:

$$t = 0: \quad C_A = 1, \quad C_S = 0, \quad C_B = 0.$$

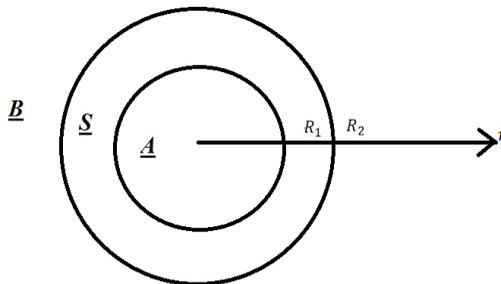


Рис. 1. Иллюстрация к постановке задачи

Алгоритм численного решения основан на использовании неявной разностной схемы второго порядка аппроксимации по пространственной переменной и метода прогонки. Все граничные условия также аппроксимированы со вторым порядком с использованием разложения функции концентрации лекарственного вещества в ряды Тейлора в окрестности границ.

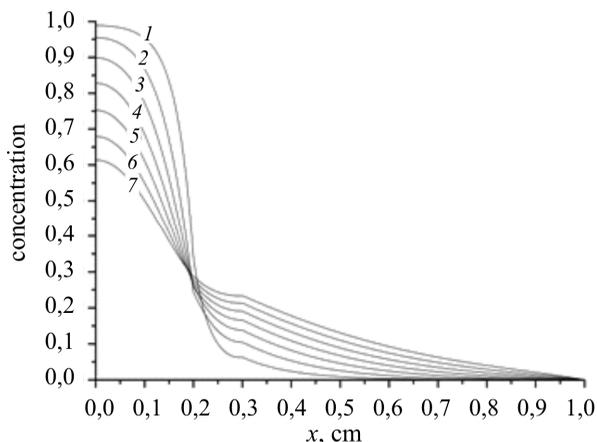


Рис. 2. Динамика растворения лекарственной формы с учетом фильтрации (1. $t = 100$ с; 2. $t = 200$ с; 3. $t = 300$ с; 4. $t = 400$ с; 5. $t = 500$ с; 6. $t = 600$ с.; 7. $t = 800$ с)

Список литературы

1. Jain K.K. Drug delivery systems-an overview // Drug delivery systems. – 2008. – С. 1–50.
2. Разработка систем доставки лекарственных средств с применением микро- и наночастиц / А.В. Соснов [и др.] // Качественная клиническая практика. – 2008. – №. 2
3. Леонова М.В. Новые лекарственные формы и системы доставки лекарственных средств: особенности пероральных лекарственных форм. Ч. 1 // Лечебное дело. – 2009. – №. 2.
4. Kinetic modeling on drug release from controlled drug delivery systems / S. Dash [et al.] // Acta Pol Pharm. – 2010. – Т. 67. – №. 3. – С. 217–23.

МНОГОМАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РАЗВИТИЯ ДЕФЕКТОВ В СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТАХ

Д.А. Ершова¹, М.А. Ташкинов²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹daria.yershova@yandex.ru, ²m.tashkinov@pstu.ru

Работа посвящена исследованию процессов накопления повреждений и разрушения слоистых композитов на основе моделей редуцирования жесткостных свойств, а также процессов развития внутренних дефектов в виде расслоения с использованием моделей когезионного слоя. Проведено сравнение нескольких моделей разрушения и деградации упругих свойств. При помощи метода среднего поля реализовано многомасштабное конечно-элементное моделирование, в ходе которого макроскопические параметры образца на каждом шаге зависят от характеристик и свойств компонентов на микроуровне. Рассмотрен процесс расслоения композиционного материала при нагружении.

Ключевые слова: слоистые композиционные материалы, многомасштабный подход, метод гомогенизации среднего поля, критерии разрушения, законы эволюции повреждения, модель прогрессирующего разрушения, модель когезионного слоя.

Слоистые композиционные материалы (ламинаты) – это класс композитов, обладающих широким спектром и уникальным сочетанием свойств. Однако для таких материалов всё ещё остаются актуальными проблемы, связанные с прогнозированием их поведения при различных видах нагружения, а также вопросы, касающиеся точного описания внутренней неоднородной структуры материала.

При создании численной модели слоистых композитов в данной работе применяется многомасштабный подход. На микроуровне композитный материал рассматривается наиболее подробно с различием отдельных волокон и матрицы. На мезоуровне каждый слой гомогенизируется до ортотропного материала, в котором направление волокна неявно присутствует в свойствах слоя. На макроуровне используется эквивалентный материал, свойства которого получены методом гомогенизации

по «среднему полю». Метод «среднего поля» основан на предположении о взаимосвязях средних полей напряжений и деформаций в каждой фазе представительского объёма.

Процедура гомогенизации разделяется на три этапа. На первом этапе задан макроскопический тензор деформации ϵ , который локализуется в каждой фазе композиционного материала. Второй шаг связан с применением конститутивных законов каждой фазы. В результате вычисляются фазовые тензоры напряжений. На последнем этапе фазовые тензоры напряжений усредняются в макроскопический тензор напряжений σ .

Для моделирования процессов структурного разрушения материала целесообразно применение модели прогрессивного разрушения, согласно которой происходит постепенное занижение механических свойств материала, до его полного разрушения, с использованием различных законов и критериев. Таким образом, модель состоит из нескольких частей: анализ поля напряжений, выбор критерия разрушения и закона эволюции повреждений, описывающий скорость, с которой жесткость материала ухудшается после достижения соответствующего критерия разрушения, а также последующая деградация свойств материала. Самыми простыми являются критерии максимального напряжения и максимальной деформации. Однако данные критерии игнорируют взаимодействие между компонентами напряжения и деформациями в различных направлениях. Поэтому чтобы получить более точный результат, следует применять более сложные критерии, например критерий Хашина.

Одним из специфических дефектов, который может развиться в ходе нагружения слоистых композитов, является разделение его слоев. Моделирование данного процесса возможно с применением метода когезионного (связующего) слоя. Это модель в механике разрушения, в которой разрушение рассматривается как постепенное явление, при котором разделение слоёв материала происходит в когезионной зоне и зависит от сопротивления сил сцепления [2–4].

Одним из основных параметров модели когезионного слоя является модуль сил сцепления δ , который выводится через следующее уравнение:

$$\delta = \frac{PL}{AE},$$

где L – длина зоны, в которой будет происходить разделение слоев, E – модуль упругости, A – площадь рассматриваемой области, P – осевая нагрузка.

Если обозначить через δ_n, δ_s и δ_t соответствующие модули сил сцепления, а за T_0 – исходную толщину связующего элемента, номинальные деформации можно определить как

$$\varepsilon_n = \frac{\delta_n}{T_0}, \quad \varepsilon_s = \frac{\delta_s}{T_0}, \quad \varepsilon_t = \frac{\delta_t}{T_0}$$

Тогда упругое поведение можно записать в виде:

$$t = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} = E\varepsilon,$$

где t_n, t_s и t_t – компоненты вектора сил сцепления; E – матрица упругости, которая обеспечивает полностью связанное поведение между всеми компонентами векторов сил сцепления и разделения.

С использованием метода когезионного слоя также можно смоделировать процесс прогрессирующего разрушения. Он состоит из трех основных этапов. На первом этапе задается критерий инициирования разрушения, на следующем этапе выбирается закон, по которому происходит эволюция повреждений, третий этап – это удаление поврежденных элементов, что позволяет визуализировать процесс разделения слоев.

Для исследования процессов накопления повреждений (рис. 1) при статическом нагружении были использованы два математических пакета: Digimat и Abaqus, которые позволяют

моделировать нелинейное анизотропное поведение композиционных материалов, рассматривать взаимосвязи особенностей их структуры на микро- и макромасштабных уровнях.

Для иллюстрации процесса накопления повреждений в слоистом композиционном материале с использованием различных критериев разрушения были исследованы стандартные образцы. Произведен расчет критериев разрушения с различными законами накопления повреждений и при разных схемах нагружения.

В ходе исследования процесса расслоения материала методом когезионного слоя одновременно был реализован процесс прогрессирующего разрушения на микроуровне (рис. 2).



Рис. 1. Накопление повреждений в материале

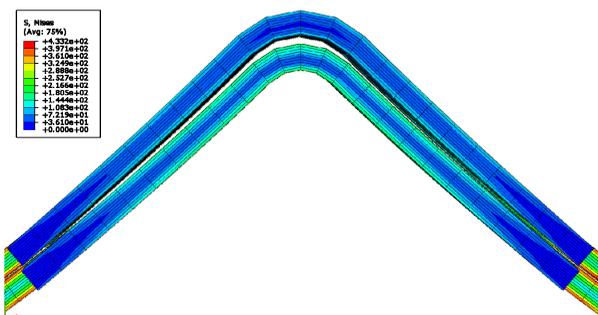


Рис. 2. Разделение слоев слоистого композиционного материала

Работа выполнена в рамках гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (МК-2395.2017.1), а также при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00327_a).

Список литературы

1. Puck A., Schürmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models // Compos Sci Technol. – 1998. – Vol. 58. – P. 1045–1067.
2. Barenblatt G.I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture // Advances in Applied Mechanics. – 1962. – Vol. 7. – P. 55–129. DOI: 10.1016/S0065-2156 (08) 70121-2
3. Park K., Paulino G.H. Cohesive zone models: a critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces // Applied Mechanics Reviews. – Vol. 64 (6). – P. 06802. DOI: 10.1115/1.4023110
4. Abaqus Analysis User's Guide // Simulia Abaqus. – 2016.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО КЕРАМИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ НА СТАЛЬНОЙ ПОДЛОЖКЕ МЕТОДОМ РЕГИСТРАЦИИ И АНАЛИЗА СИГНАЛОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ

Е.М. Зубова, Е.В. Феклистова

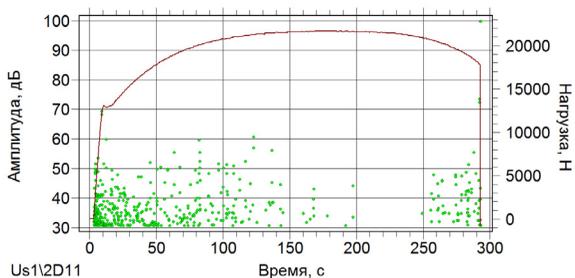
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sem.zubova@mail.ru

В данной работе проведено экспериментальное исследование стальных образцов с нанесенным функциональным керамическим покрытием с целью выделения и анализа сигналов акустической эмиссии, вызванных разрушением покрытия. Проводились механические испытания на одноосное растяжение и сжатие образцов с использованием непрерывной регистрации сигналов акустической эмиссии. Построены и проанализированы графики зависимостей параметров сигналов акустической эмиссии от времени. Определены диапазоны значений частот и амплитуд, характеризующих растрескивание покрытия.

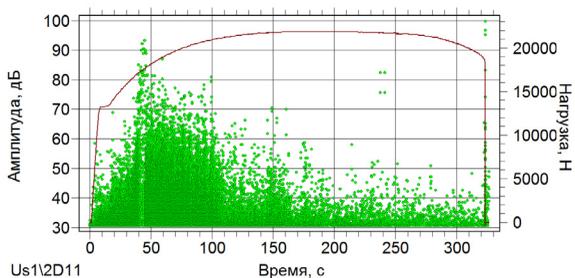
Ключевые слова: экспериментальная механика, механические испытания, акустическая эмиссия, керамическое покрытие, деформирование, разрушение.

В современной аэрокосмической отрасли существует необходимость применения систем теплозащитных покрытий (ТЗП) с целью обеспечения более длительного срока службы элементов ракетного двигателя, подверженных влиянию высоких температур. Несоответствие термических и механических свойств и коэффициентов линейного термического расширения материалов покрытия и подложки может привести к растрескиванию и разрушению ТЗП и, как следствие, к деградации защитных свойств. Исходя из этого, актуальным направлением является экспериментальное исследование процессов накопления повреждений и разрушения систем функциональных покрытий. В данной работе рассмотрено применение метода регистрации и анализа сигналов акустической эмиссии для изучения процессов разрушения керамического покрытия в ходе механических испытаний на одноосное растяжение и одноосное сжатие стальных образцов [1, 4]. Механические испытания проводились на универсальной электромеханической испытательной системе Instron 5989 при комнатной температуре. Регистрация сигналов акустической эмиссии осуществлялась на основе использования системы AMSY-6 (Vallen System GmbH).

На базе полученных данных построены диаграммы нагружения, совмещенные с графиками зависимостей параметров акустической эмиссии от времени для стальных образцов и стальных образцов с покрытием (рисунок). Отработана методика идентификации сигналов акустической эмиссии, вызванных растрескиванием покрытия из множества сигналов, зарегистрированных во время эксперимента, для оценки работоспособности функционального покрытия в процессе механического воздействия. Определены диапазоны значений пиковых амплитуд и частот спектрального максимума сигналов, вызванных разрушением покрытия.



a



б

Рис. Графики распределения пиковых значений амплитуд по времени, совмещенный с графиком нагружения для образца без покрытия (*a*) и образца с покрытием (*б*)

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18-31-00452 мол_a.

Список литературы

1. Экспериментальное исследование влияния высокотемпературной обработки тканого наполнителя на прочностные свойства углеродных композитов / А.И. Шилова, Д.С. Лобанов, В.Э. Вильдеман, Ю.Б. Лямин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 4. – С. 221–239.

2. Исследования механизмов разрушения углеродных композиционных материалов на основе механических испытаний с регистрацией сигналов акустической эмиссии / А.И. Шилова,

В.Э. Вильдеман, Д.С. Лобанов, Ю.Б. Лямин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2013. – № 4. – С. 169–179.

3. Wildemann V.E., Spaskova E.V., Shilova1 A.I. Research of the damage and failure processes of composite materials based on acoustic emission monitoring and method of digital image correlation // Solid State Phenomena. – 2016. – Vol. 243. – P. 163–170.

4. Шилова А.И. Метод регистрации сигналов акустической эмиссии применительно к исследованию процессов разрушения конструкционных материалов / под ред. В.Э. Вильдемана. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2015. – 56 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НАНОИНДЕНТОРА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ОБРАЗЦА ЭЛАСТОМЕРНОГО МАТЕРИАЛА С УЧЁТОМ ДИНАМИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ

Р.И. Изюмов, А.Ю. Беляев

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, izumov@icmm.ru

Работа посвящена исследованиям, результаты которых позволят получить глубокое понимание механизмов формирования специфических свойств наполненных эластомеров. В настоящее время для объяснения многих эффектов применяется гипотеза наличия некоторой зоны вокруг частиц наполнителя, в которой связующее изменяет свои механические характеристики по мере приближения к поверхности наполнителя. Эффективным инструментом изучения данного вопроса является атомно-силовая микроскопия, позволяющая в режиме наноиндентирования исследовать механические свойства материала с высоким пространственным разрешением. Авторами рассмотрены распространённые модели индентации, использующиеся в программном обеспечении микроскопов для интерпретации получаемых в ходе эксперимента данных, определены причины ограниченности их применения при исследовании эластомеров и проявления их недостатков (например, появление «отрицательных» деформаций). Предложена новая методика расшифровки данных. Для

реализации предложенной методики разработана динамическая модель наноиндентирования.

Ключевые слова: наполненный эластомер, атомно-силовая микроскопия, динамическая модель индентора.

В настоящее время для усиления эластомерных материалов широко используются такие современные наполнители, как наноалмазные частицы, графеновые, многослойные углеродные нанотрубки, белая сажа. Для них подробно изучены и описаны как само явление усиления, так и множество связанных с ним эффектов. Можно выделить такие специфические эффекты, как способность размягчаться под статической нагрузкой (эффект Патрикеева – Маллинза), зависимость вязкоупругих свойств от амплитуды приложенной деформации в условиях циклического нагружения (эффект Пейна). Существует ряд гипотез для объяснения причин формирования подобных особенностей поведения наполненных эластомеров: изменение связей молекул связующего либо связей наполнителя и связующего; взаимные перемещения, скольжения полимерных цепочек; перестройка, разрушение структуры наполнителя. Однако чёткого понимания механизма модификации свойств композита на сегодняшний день нет. Однозначно можно утверждать, что частицы наполнителя взаимодействуют со связующим, локально влияя на его параметры. Авторы придерживаются предположения, которое допускает наличие некоторой зоны вокруг частиц, в которой связующее изменяет свои механические характеристики по мере приближения к поверхности наполнителя.

Для исследования структуры и свойств наноуполннителей применяются различного рода микроскопии: электронная просвечивающая микроскопия [1], позволяющая увидеть лишь пространственную структуру технического углерода в резине на масштабе агрегатов частиц; сканирующая электронная микроскопия, условия проведения которой не позволяют добиться высокой разрешающей способности; другие виды экспериментов (рентге-

ноструктурный анализ, ядерный магнитный резонанс), лишь косвенно подтверждающие наличие области вокруг частиц с мало-подвижными цепочками связующего [2]. Более информативным инструментом для изучения микроструктуры и локальных свойств поверхности наполненных эластомеров является атомно-силовая микроскопия. Обширный обзор исследований по данной тематике можно найти в работе L.L. Johnson [3].

За прошедшее время было разработано множество моделей взаимодействия зонда и поверхности исследуемого материала (модели Герца и другие, учитывающие силы различной природы: адгезионные силы, нелинейные свойства исследуемого материала, вязкоупругое поведение, неровности поверхности, капиллярные явления) [4–6]. Авторы предлагают учесть в разрабатываемой модели ранее не принимавшиеся во внимание факторы, что связано с особенностями проводимых экспериментов и материала (силы Лапласа, Ван-дер-Ваальса, которые продолжают действовать после внедрения зонда в материал, инерционные силы; инерционные эффекты, связанные с большой скоростью индентации, нетривиальные вопросы о возможных отскоках зонда от поверхности, динамической реакции материала на удар).

Компоненты модели кантилевера

Модель формулируется в одномерной постановке и схематично представляет собой абсолютно жесткое тело (зонд), обладающее формой параболоида, эффективной массой m и способностью проявлять реакцию (в виде перемещений $z(t)$) на воздействие $F = \Sigma F_i$ внешних объектов (индентируемый образец, балка кантилевера, механизмы перемещения основания кантилевера и прочее) согласно закону $m \cdot d^2 z / dt^2 + F = 0$.

Первоисточником движения зонда является заданное контроллером АСМ перемещение основания кантилевера z_{base} , которое передает воздействие на зонд через балку кантилевера. Консольная балка кантилевера рассматривается как чисто упругий элемент с жесткостью k_{spr} (известная спринг-константа кан-

тилевера). Смещения d зонда относительно основания связаны с реакцией балки F_1 уравнением:

$$F_1 = k_{spr} d, \text{ где } d = z_b - z.$$

В процессе построения модели можно ориентироваться на данные производителем зондов характеристики стандартных зондов [7]: типичная резонансная частота 48 кГц, жесткость 0,6 Н/м, что даёт возможность оценить эффективную массу зонда из формулы $\omega_0 = \sqrt{k_{spr} / m}$.

Следующая компонента воздействия F_2 определяет реакцию образца на внедрение в него зонда. В зависимости от материала образца можно использовать различные модели поведения материала. В нашем случае представляет интерес рассмотреть нелинейно-упругую постановку, при этом механическое поведение материала будем описывать с помощью Неогуковского упругого потенциала. Часто используемое на практике решение задачи Герца об упругом контакте двух сфер не применимо в нашем случае ввиду невыполнения установленных в этой задаче допущений (плоский контакт), а также наличия под слоем связующего твердых частиц наполнителя.

Другие компоненты воздействия F можно выделить в группу, которая в процессе развития модели может пополняться дополнительными элементами. Может представлять интерес исследование вклада:

- поверхностных сил Лапласа;
- сил межмолекулярного взаимодействия (силы Ван-дер-Ваальса);
- адгезионных сил;
- капиллярных сил;
- сил электростатической и магнитной природы;
- силы гравитации.

В рамках текущей работы ограничимся рассмотрением влияния поверхностных сил Лапласа. Локально (в области контак-

та) данные силы проявляют себя в момент искривления поверхности образца при внедрении зонда, стремясь разгладить её, и таким образом сопротивляются внедрению. Кроме того, эти силы создают в приповерхностном слое материала преднапряжённое состояние (поверхность образца не бывает идеально плоской), и, в зависимости от направления кривизны, силы Лапласа могут как сопротивляться внедрению, так и способствовать ему. В соответствии с формулой Лапласа $P = \sigma (1/R_1 + 1/R_2)$, где $\sigma = 30$ мН/м – поверхностное натяжение эластомерного материала, $R_1 = R_2 = 10$ нм – радиус кривизны кончика зонда, благодаря силам Лапласа создаётся «выталкивающее» давление, оценочно равное $\sim 6 \cdot 10^5$ Па. В случае индентирования достаточно мягких материалов силами такой природы пренебрегать уже не следует.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00418 мол_а.

Список литературы

1. Nano-structural elucidation in carbon black loaded NR vulkanizate by 3D-TEM and in situ WAXD measurements / Y. Ikeda [et al.] // Rubber chemistry and technology. – 2007.
2. Meng-Jiao Wang. Effect of Polymer-Filler and Filler-Filler Interactions on Dynamic Properties of Filled Vulcanizates // Rubber Chem. Technol., Rubber Reviews. – 1998. – Vol. 71, № 3. – P. 520–589.
3. Johnson L.L. Atomic force microscopy (AFM) for rubber // Rubber chemistry and technology. – 2008.
4. Anthony C. Fischer-Cripps. Nanoindentation (Mechanical Engineering Series). – 3rd ed. – Springer, 2011. – 302 p.
5. Nanomechanical Analysis of High Performance Materials. Editors: Atul Tiwari. – Springer, 2013. – 300 p.
6. Головин Ю.И. Наноиндентирование и его возможности. – М.: Машиностроение, 2009. – 312 с.
7. Tipsnano. AFM Probes and Accessories [Электронный ресурс]. – URL: <http://tipsnano.ru/catalog/afm-standard/contact> (дата обращения: 02.09.2018).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФЕКТОВ ФОРМЫ ТОНКОСТЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ ИЗДЕЛИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОУРОВНЕВОГО ПОДХОДА

Г.В. Ильных¹, О.Ю. Сметанников²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹ilinykh.pnpu@yandex.ru, ²sou2009@mail.ru

Проведено численное моделирование деформирования образцов из тканых полимерных композиционных материалов в условиях появления в процессе формования остаточных «замороженных» деформаций. Произведен учёт дефектов неравномерной укладки нитей армирующего каркаса. Полный набор эффективных характеристик ортотропного композита получен из шести численных экспериментов (растяжение по трём осям, сдвиг в трёх плоскостях) при рассмотрении материала на мезоуровне. Аналогичный набор характеристик ортотропной нити тканого композита определен на микроуровне. Для построения численных моделей использован пакет ANSYS Mechanical APDL.

Ключевые слова: численное моделирование, композит, многоуровневый подход, дефект, эффективные характеристики, остаточные деформации.

Использование полимерных композиционных материалов (ПКМ) на основе тканых армирующих каркасов и эпоксидных связующих связано с вероятностью появления дефектов различного рода, возникающих, в частности, в процессе формования на этапе производства [1]. В работе исследованы дефекты формы, возникающие по следующим причинам: 1) неоднородное поле температур в процессе охлаждения композита после процесса полимеризации; 2) неравномерная укладка нитей отдельных слоёв армирующего каркаса композита. Вследствие указанных причин имеют место несовместные деформации соседних слоёв материала, что, в свою очередь, ведёт к образованию полей остаточных напряжений. Для описания данных дефектов в работе рассматривается модель композита на основе равнопрочной углеродной ткани фирмы Porcher арт. 3692, имеющего саржевое переплетение (2x2 Twill). В качестве связующего используется

высокотемпературная эпоксидная смола Araldite LY 8615 с отвердителем Aradur 8615, поведение которой описывается с помощью модели вязкоупругости [2]. Для построения численных аналогов использован конечно-элементный пакет ANSYS Mechanical APDL, выбранные типы конечных элементов – SOLID186, SOLID279.

При описании поведения материала использованы эффективные термомеханические свойства, полученные для ячейки периодичности на мезоуровне (рис. 1).

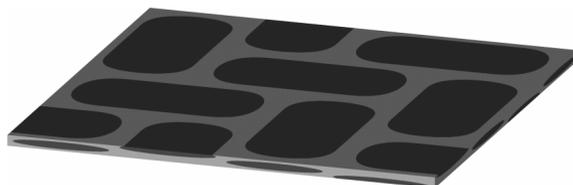


Рис. 1. Геометрия ячейки периодичности композита на мезоуровне

Определение эффективных характеристик осуществляется с помощью численных экспериментов на одноосное растяжение модели в трёх ортогональных направлениях и сдвиг в трёх плоскостях. Для определения свойств композита вычисляются средние напряжения и средние деформации в ячейке:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}(\mathbf{x}) dV, \quad \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) dV.$$

Входящие в модель свойства нитей основы и утка получены из аналогичных экспериментов на микроуровне для модели углеродной нити 3K HS со средним диаметром волокна 7 микрон. Зачастую нить рассматривается как трансверсально-изотропное твёрдое тело, однако в условиях прижатия нить представляет собой совокупность слоёв волокон, вертикальное расстояние между которыми близко к нулю, горизонтальное же может принимать различные значения в зависимости от объёмного содержания волокна. При этом допускается относи-

тельное горизонтальное смещение горизонтальных слоёв волокон. Таким образом, нить представляет собой ортотропное тело (рис. 2).

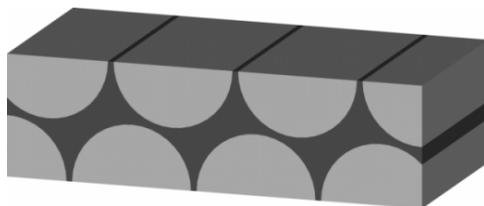


Рис. 2. Геометрия нити композита на микроуровне

Полученные с помощью двухуровневого подхода эффективные характеристики позволяют описать поведение композита как совокупность гомогенных анизотропных слоёв на макроуровне. Для исследования дефектов формы рассматривается образец – многослойная пластина из углепластика, размеры образца 140×90 мм, толщина 2 мм. С помощью полученных эффективных термомеханических характеристик построены модели образования дефектов формы образца в условиях процесса неравномерного охлаждения. Показано, что в таком случае переход в стеклообразное состояние для соседних слоёв пластины осуществляется при различном уровне напряжений. Таким образом, «замороженная» на интервале стеклования деформация в соседних слоях оказывается неодинаковой. Это приводит к возникновению поля остаточных изгибных напряжений после полного выравнивания температурного поля до комнатной температуры. После извлечения образца из формы появляется остаточный прогиб в центре пластины 0,3 мм, при этом пластина принимает форму чаши. Показано, что использованная в работе линейно вязкоупругая модель адекватно описывает появление данного дефекта. Далее рассмотрен случай относительного поворота нитей основы и утка части слоёв на заданный угол $18,2^\circ$. Для моделирования такого рода дефекта

проведена корректировка полученных эффективных свойств. После извлечения из формы пластина принимает седловидную форму. Прогиб в угловой точке составил 11,9 мм (рис. 3, 4). При этом при расчёте задачи в упругой постановке прогиб достигает 15,2 мм. Проведена верификация результатов по измеренным деформациям натурного образца из углепластика, погрешность расчёта составила 4,03 %.

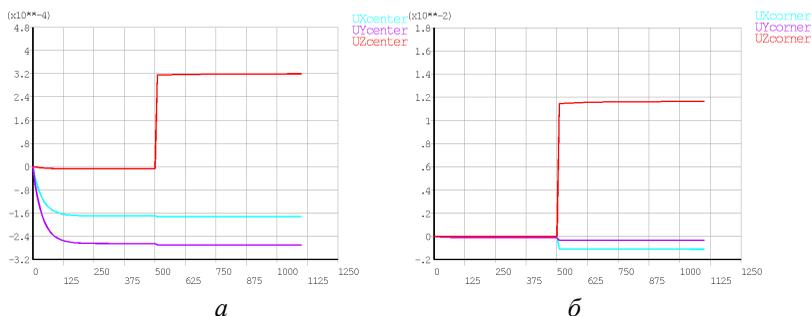


Рис. 3. Эволюция перемещений, м: a – центральной точки пластины; b – угловой точки пластины при дефекте укладки

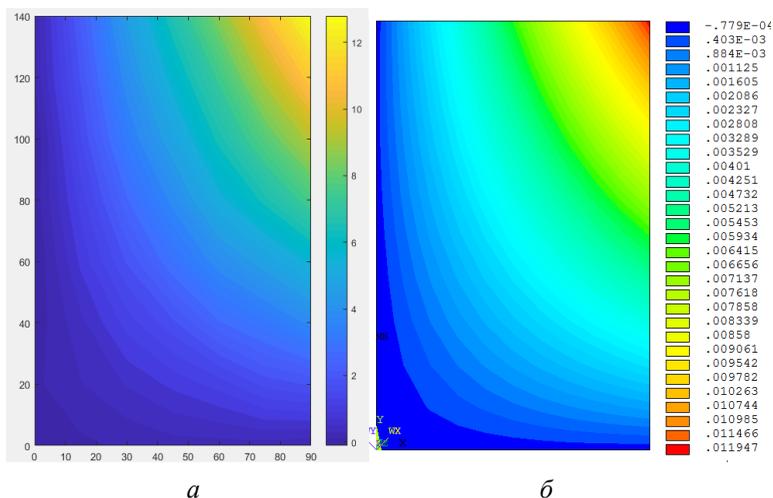


Рис. 4. Прогиб пластины, м:
 a – экспериментальные измерения; b – численный расчёт

Таким образом, выявлены механизмы появления в процессе формирования остаточных деформаций. Установлена степень влияния остаточных «замороженных» деформаций, возникающих при неравномерном охлаждении композита в процессе формирования. Показана необходимость использования модели линейной вязкоупругости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-48-590809).

Список литературы

1. Сапожников С.Б. Дефекты и прочность армированных пластиков. – Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1994. – 162 с.
2. Сметанников О.Ю., Ильиных Г.В. Модель вязкоупруго-термомеханического поведения волокнистого композита и ее экспериментальная идентификация // Прикладная математика и вопросы управления. – 2017. – № 4. – С. 51–72.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ В ПРОЦЕССЕ ПОЛУЧЕНИЯ МЕЛКОЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

А.В. Казанцева¹, Т.В. Останина²

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, belenkay96@mail.ru¹, tv-ostanina@yandex.ru²

В работе исследуется процесс деформации поликристаллических металлов. В качестве основного механизма неупругого деформирования поликристаллов принимается движение краевых дислокаций. Рассматривается эффект измельчения зерен при интенсивных пластических деформациях, проводится анализ физических механизмов изменения микроструктуры. Представлен подход к описанию процесса измельчения структуры материала в рамках трехуровневой статистической модели, позволяющей исследовать различные режимы деформирования, в том числе режим сверхпластичности.

Ключевые слова: краевые дислокации, границы ячеек, измельчение зерен.

В настоящее время существует большое количество экспериментальных данных и теоретических исследований, которые показывают, что процессы неупругого деформирования с различными видами нагружений и свойства поликристаллических материалов на макроуровне существенным образом определяются состоянием эволюционирующей мезо- и микроструктуры материала. В работе предлагается трехуровневая статистическая модель, основанная на физическом анализе эволюции дефектной структуры на уровне отдельных фрагментов и их границ. В качестве механизма неупругого деформирования кристаллитов рассматриваются движение краевых дислокаций, их возникновение, скольжение и аннигиляция. Подробно исследуется процесс измельчения кристаллитов, приводящий к формированию мелкозернистой структуры.

Согласно экспериментальным исследованиям причиной изменения структуры материала являются мощные упругие напряжения, источники которых возникают на межзеренных границах и стыках [1]. С целью описания процессов измельчения зерен в рассмотрение вводятся так называемые ячейки зерен с дислокациями, которые представляют собой некоторые разориентированные области этого зерна с линейными дефектами. Плотности дислокаций в ячейке делятся на два типа: содержащиеся внутри ячейки и на ее границе. Процесс измельчения обусловлен образованием границ ячеек, поэтому в качестве параметра измельчения рассматривается эволюция плотности дислокаций, составляющих границу, которые, в свою очередь, разделяют на геометрически необходимые дислокации и статистически накопленные дислокации. Процесс измельчения рассматривается как зарождение и аннигиляция скоплений дислокаций на границе ячейки [4].

В работе предложена и проанализирована модель формирования субструктуры поликристалла при пластической деформации. Для описания изменения микроструктуры материала в рамках трехуровневой статистической модели [2, 3] вводятся соответствующие параметры, характеризующие движение и аннигиляцию

дислокаций. Указанные параметры являются внутренними переменными и изменяются в процессе деформации. Для описания данного процесса в работе строятся эволюционные уравнения на основе физических представлений о дислокационном механизме измельчения кристаллитов. Интенсивная пластическая деформация (деформация сдвигом под высоким давлением) является эффективным способом измельчения структуры материала и получения субмикро- и нанокристаллических материалов с уникальным сочетанием прочностных и пластических свойств.

Представленная работа является частью более общей модели, используемой для постановки и решения физически и геометрически нелинейных краевых задач, возникающих при исследовании технологических процессов обработки металлов давлением (в том числе в режиме сверхпластичности) [2, 3].

Работа выполнена в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 17-01-00379 а).

Список литературы

1. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1986. – 224 с.
2. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры / П.В. Трусов, А.И. Швейкин, Е.С. Нечаева, П.С. Волгов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 33–56.
3. Трусов П.В., Швейкин А.И., Янц А.Ю. О разложении движения, независимых от выбора системы отсчета производных и определяющих соотношениях при больших градиентах перемещений: взгляд с позиций многоуровневого моделирования // Физическая мезомеханика. – 2016. – Т. 19, № 2. – С. 47–65.
4. Estrin Y., Kim H.S. Modelling microstructure evolution toward ultrafine crystallinity produced by severe plastic deformation // Journal of Materials Science. – 2007. – 42. – P. 1512–1516.

МАЛОМОДОВАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СПИРАЛЬНОГО КРУПНОМАСШТАБНОГО ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В.А. Калугин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, vasyakalugin@mail.ru

Предлагается динамическая маломодовая модель турбулентного течения линейно-вязкой несжимаемой жидкости. Для построения модели используется метод спирального разложения мод Фурье трехмерного решения уравнения Навье – Стокса. В рамках предложенной модели рассмотрена задача о линейной устойчивости крупномасштабного течения по отношению к спиральным возмущениям. Получена система линейных алгебраических уравнений относительно амплитуды малых спиральных возмущений. Вычислены собственные числа полученной системы, на основании которых делается вывод об условиях роста возмущений и возможности возбуждения турбулентного течения.

Ключевые слова: несжимаемая жидкость, турбулентность, пространство Фурье, спиральное разложение.

При описании течения линейно-вязкой несжимаемой жидкости остро встаёт вопрос о возможности начала турбулентного течения. В основном эта проблема решается использованием уравнения Навье – Стокса и числа Рейнольдса в качестве критерия начала турбулентности. Однако при этом возникает проблема перехода в пространство Фурье для дальнейшей оценки поведения нормальных возмущений [1]. Для упрощения этого процесса предлагается использовать метод спирального разложения.

Впервые механизм спирального разложения [2] для уравнения Навье – Стокса был применён в 1992 году. Позже он применялся для уравнения индукции [3], [4] и позволял изучать эффект динамо-неустойчивости. Спиральное разложение позволило прийти к системе линейных алгебраических уравнений в малых возмущениях и на её основе сделать вывод о начале турбулентного течения.

Цель предлагаемой работы – получить ограничения на начальные условия уравнения Навье – Стокса, по которым можно

судить об устойчивости или неустойчивости течения, используя спиральное разложение.

Уравнение Навье – Стокса запишем в следующем виде:

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla \mathbf{P} + \nu \Delta \mathbf{u},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0,$$

где \mathbf{u} – скорость, ρ – плотность, \mathbf{P} – давление, ν – коэффициент кинематической вязкости.

Пусть $\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q}$ – волновые векторы одной триады, такие что $\mathbf{k} + \mathbf{p} + \mathbf{q} = 0$.

Для перехода в пространство Фурье используется соотношение:

$$\mathbf{u}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{u}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}},$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{k})$ – комплексный коэффициент Фурье, k – волновое число, соответствующее волновому вектору \mathbf{k} .

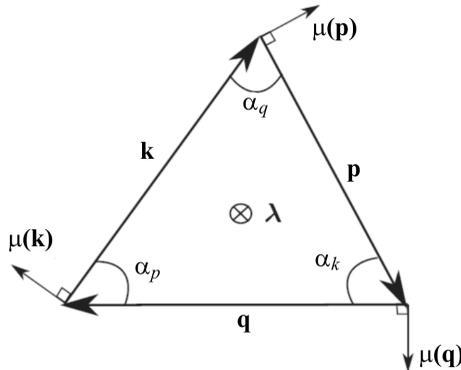


Рис. Триада, в которой рассматриваются решения

Таким образом, уравнение Навье – Стокса в пространстве Фурье будет иметь следующий вид:

$$(\partial_t + \nu k^2) \mathbf{u}(\mathbf{k}) = -i \mathbf{P}(\mathbf{k}) \cdot \sum_{\mathbf{k}+\mathbf{p}+\mathbf{q}=\mathbf{0}} ((\mathbf{u}^*(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{k}) \mathbf{u}^*(\mathbf{p})),$$

$$\mathbf{u}(-\mathbf{k}) = \mathbf{u}^*(\mathbf{k}),$$

где $\mathbf{P}(\mathbf{k})$ – это оператор, определяемый матрицей $P_{ij} = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}$ и соответствующий проекции \mathbf{x} на плоскость, перпендикулярную \mathbf{k} .

Используем разложение по положительным и отрицательным спиральным модам:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{u}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} = \sum_{\mathbf{k}} (u^+(\mathbf{k}) \mathbf{h}^+(\mathbf{k}) + u^-(\mathbf{k}) \mathbf{h}^-(\mathbf{k})) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}},$$

где

$$\partial_t (u'^{s_k}(\mathbf{k})) = \sum_{s_p, s_q} g_{s_k, s_p, s_q} (s_p p - s_q q) (u'^{s_p}_0(\mathbf{p}) u'^{s_q}(\mathbf{q}) + u'^{s_p}(\mathbf{p}) u'^{s_q}_0(\mathbf{q})),$$

$$\partial_t (u'^{s_p}(\mathbf{p})) = \sum_{s_k, s_q} g_{s_k, s_p, s_q} (s_q q - s_k k) (u'^{s_q}_0(\mathbf{q}) u'^{s_k}(\mathbf{k}) + u'^{s_q}(\mathbf{q}) u'^{s_k}_0(\mathbf{k})),$$

$$\partial_t (u'^{s_q}(\mathbf{q})) = \sum_{s_k, s_p} g_{s_k, s_p, s_q} (s_k k - s_p p) (u'^{s_k}_0(\mathbf{k}) u'^{s_p}(\mathbf{p}) + u'^{s_k}(\mathbf{k}) u'^{s_p}_0(\mathbf{p})),$$

$$g_{s_k, s_p, s_q} = -\frac{1}{2} \left[\mathbf{h}^*_{s_p} \times \mathbf{h}^*_{s_q} \cdot \mathbf{h}^*_{s_k} \right]$$

– положительные или отрицательные спиральные моды, $\mathbf{h}^\pm(\mathbf{k})$ – векторная форма спирального базиса в пространстве Фурье от волнового вектора \mathbf{k} .

Получим для вектора \mathbf{k} :

$$(\partial_t + \nu k^2) u_{s_k} = -\frac{1}{2} \sum_{s_k, s_p} (s_p p - s_q q) \left[\mathbf{h}^*_{s_p} \times \mathbf{h}^*_{s_q} \cdot \mathbf{h}^*_{s_k} \right] (u^*_{s_p} u^*_{s_q}),$$

$$s_k = \pm 1, s_p = \pm 1, s_q = \pm 1,$$

где k, p, q – волновые числа, соответствующие волновым векторам $\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q}$.

Проведём аналогичные преобразования относительно векторов \mathbf{p}, \mathbf{q} и получим систему уравнений для одной триады. Далее проведём линеаризацию относительно малых возмущений и получим следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд малых спиральных возмущений:

$$\begin{aligned}\partial_t(u'^{s_k}(\mathbf{k})) &= \sum_{s_p, s_q} g_{s_k, s_p, s_q} (s_p p - s_q q) \left(u^{s_p}_0(\mathbf{p}) u'^{s_q}(\mathbf{q}) + u'^{s_p}(\mathbf{p}) u^{s_q}_0(\mathbf{q}) \right)^*, \\ \partial_t(u'^{s_p}(\mathbf{p})) &= \sum_{s_q, s_k} g_{s_k, s_p, s_q} (s_q q - s_k k) \left(u^{s_q}_0(\mathbf{q}) u'^{s_k}(\mathbf{k}) + u'^{s_q}(\mathbf{q}) u^{s_k}_0(\mathbf{k}) \right)^*, \\ \partial_t(u'^{s_q}(\mathbf{q})) &= \sum_{s_k, s_p} g_{s_k, s_p, s_q} (s_k k - s_p p) \left(u^{s_k}_0(\mathbf{k}) u'^{s_p}(\mathbf{p}) + u'^{s_k}(\mathbf{k}) u^{s_p}_0(\mathbf{p}) \right)^*, \\ g_{s_k, s_p, s_q} &= -\frac{1}{2} \left[\mathbf{h}^*_{s_p} \times \mathbf{h}^*_{s_q} \cdot \mathbf{h}^*_{s_k} \right],\end{aligned}$$

где $u'^{s_k}, u'^{s_p}, u'^{s_q}$ – малые возмущения, $u^{s_k}_0, u^{s_p}_0, u^{s_q}_0$ – стационарные решения.

Далее будут найдены собственные значения этой СЛАУ и сделан вывод о возможности начала турбулентного течения.

Список литературы

1. Фрик П.Г. Турбулентность: подходы и модели. – Москва – Ижевск: Изд-во Ин-та компьютерных исследований, 2003. – С. 13–22, 26–31, 36–42.
2. Waleff F. The nature of triad interactions in homogeneous turbulence. – Stanford, California, 1992. – С. 350–353.
3. Stepanov R., Plunian F. Kinematic dynamo in a tetrahedron of Fourier. – Institute of Continuous Media Mechanics. – С. 1–6.
4. Kumar R., Wahi P. Dynamo transition in a five-mode helical model // Physics of Plasmas. – 2017. – 24. – С. 1–3.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ АНТИФРИКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧАХ

А.А. Каменских

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, anna_kamenskih@mail.ru

В работе, в рамках тестовых задач, исследовано деформационное поведение антифрикционных полимерных материалов. В рамках исследования получены поля распределения интенсивностей напряжения и пластической деформации, а также зависимости максимального уровня $\sigma_{и}$ и ε_p от силы индентирования. Установлено, что образцы из модифицированного фторопласта проявляют меньший уровень пластических деформаций при большем уровне напряжений. Уровень пластических деформаций в образцах из фторопласта наибольший и достигает 21,06 % при силе индентирования 450 кН. Также в рамках исследования получены поля распределения контактных параметров: контактного давления, контактного касательного напряжения, зон контактных состояний.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, метод конечных элементов, антифрикционные полимерные материалы, упругопластическое поведение, трение.

В работе рассмотрено деформационное поведение трех антифрикционных полимерных материалов (фторопласт; антифрикционный композиционный материал на основе фторопласта-4 со сферическими бронзовыми включениями и дисульфидом молибдена (МАК), модифицированный фторопласт) в рамках реализации ряда тестовых задач. На рис. 1 показана расчетная схема одной из тестовых задач: деформирование цилиндрических образцов диаметром $d_o = 0,097...0,103$ м и высотой $h_o = 0,01$ м стальными плитами пресса диаметром $d_p = 0,13$ м и высотой $h_p = 0,02$ м. На границе S_2 приложена постоянная сила индентирования $F = 10, 40, 125, 330, 450$ кН, граница S_1 закреплена по координате y .

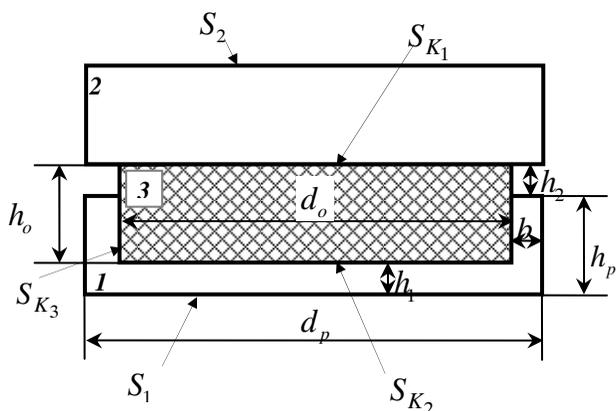


Рис. 1. Расчетная схема контакта цилиндрического образца из антифрикционного полимерного материала с плитами пресса

Задача реализуется в осесимметричной постановке в рамках деформационной теории упругопластичности. Математическая постановка включает в себя уравнения равновесия, физические и геометрические соотношения и дополняется контактными граничными условиями на поверхности сопряжения плит пресса с цилиндрическими образцами (проскальзывание с трением: для трения покоя и для трения скольжения, прилипание и отлипание), ранее приведенными*.

На рис. 2 показаны зависимости максимальной интенсивности напряжений и пластических деформаций от силы индентирования для трех исследуемых материалов.

Стоит отметить, что модифицированный фторопласт при большем уровне $\max \sigma_n$ проявляет наименьший уровень пластических деформаций. Пластические деформации образца из фторопласта максимальны и достигают 21,06 %.

* Kamenskih A.A., Trufanov N.A. Regularities Interaction of Elements Contact Spherical Unit with the Antifrictional Polymeric Interlayer // Friction and Wear. – 2015. – Т. 36, № 2. – P. 170–176.

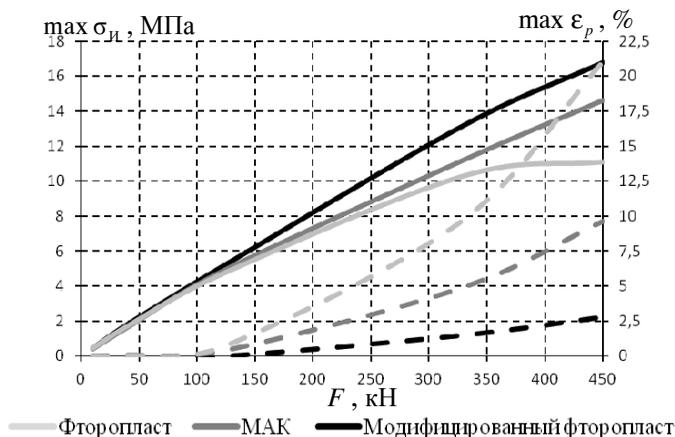


Рис. 2. Зависимость максимальных интенсивностей напряжения и пластической деформации от силы индентирования (сплошная линия – $\max \sigma_i$, пунктирная линия – $\max \epsilon_p$)

На рис. 3 показано распределение контактного давления для трех контактных поверхностей S_{K_1} – S_{K_3} для силы индентирования 450 кН.

Распределение контактного давления равномерное: S_{K_1} – характерен постепенный рост P_K от центра образца (зона контактного прилипания) с резким падением контактного давления

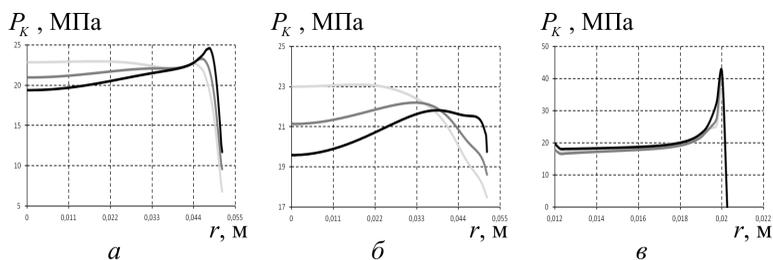


Рис. 3. Контактное давление на S_{K_1} (а), S_{K_2} (б) и S_{K_3} (в):
 — фторопласт; — МАК; — модифицированный фторопласт

к краю прослойки (зона проскальзывания) \sim в 2 раза; S_{K_2} – находится в состоянии полного сцепления по всей контактной поверхности, при этом уровень контактного давления меняется незначительно; S_{K_3} – наблюдаются небольшое понижение уровня P_K в зоне сцепления, в зоне проскальзывания наблюдается постепенный рост P_K с резким ростом контактного давления к зоне перехода контактных состояний с проскальзывания на отлипание. Максимальный уровень контактного давления наблюдается на S_{K_3} вблизи свободного края образца и достигает 41,9 МПа для образца из модифицированного фторопласта.

На рис. 4 показано распределение контактного касательного напряжения для трех контактных поверхностей S_{K_1} – S_{K_3} для силы индентирования 450 кН.

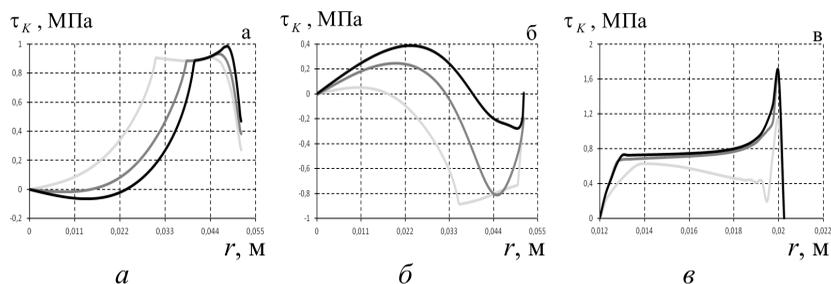


Рис. 4. Контактное касательное напряжение на S_{K_1} (а), S_{K_2} (б) и S_{K_3} (в):
 — фторопласт; — МАК; — модифицированный фторопласт

Уровень контактного касательного напряжения значительно меньше контактного давления. Аналогично контактному давлению максимальный уровень τ_K наблюдается у образца из модифицированного фторопласта вблизи свободного края образца.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-79-00147).

АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ ПАРЫ ЗУБОВ ПРИ КОНТАКТЕ ЧЕРЕЗ ПРОТЕТИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ

А.А. Каменских, Т.Н. Устюгова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, anna_kamenskih@mail.ru

В данной работе рассмотрено контактное взаимодействие зубов верхнего и нижнего зубного ряда через однослойную и трехслойную протетическую конструкции из этиленвинилацетата (Eva) с разной формой прослойки из винилполисилоксана (А-силикон). В рамках исследования выполнен сравнительный анализ деформационного поведения пары зубов и протетических конструкций при фрикционном контактом взаимодействии. Установлено, что использование трехслойных капп понижает уровень интенсивности напряжений в зубной эмали больше, чем при использовании однослойной каппы. При этом геометрия и размеры прослойки из А-силикона влияют на уровень и характер распределения интенсивностей напряжения. Пластические деформации в каппе при введении прослойки увеличиваются максимально в ~ 1,5 раза.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, Eva, винилполисилоксан, зуб-индентор, трение, протетическая конструкция.

В настоящее время в стоматологии и биомеханике большое внимание уделяется защите зубочелюстной системы [1], а также профилактике травматизма во время занятий тяжелыми видами спорта и труда с помощью использования различных протетических конструкций в виде зубных шин [2]. В связи с этим одним из актуальных направлений исследования данной области является анализ деформационного поведения биомеханического контактного узла (зубочелюстная система – протетическая конструкция), в том числе исследование контактного взаимодействия защитных протетических конструкций с зубочелюстной системой.

В рамках исследования рассмотрены расчетные схемы контактного взаимодействия пары зубов через однослойную и трехслойную протетическую конструкцию с разной геометрией прослойки (рис. 1).

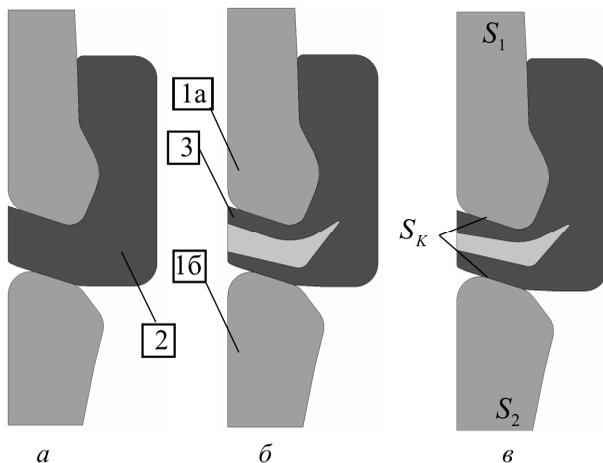


Рис. 1. Расчетные схемы: *a* – модель 1; *б* – модель 2; *в* – модель 3

В работе рассмотрена задача численного моделирования контактного взаимодействия зубов верхнего (1а) и нижнего (1б) зубного ряда через однослойную (2) и трехслойную (3) протетические конструкции. Сила индентирования варьируется в диапазоне 50–300 Н. Математическая постановка задачи включает в себя уравнения равновесия, геометрические и физические соотношения и дополняется граничными условиями: запрет вертикальных перемещений по нижней границе зуба из нижнего зубного ряда S_2 , постоянная сила индентирования, приложенная к верхней границе зуба из верхнего зубного ряда S_1 с запретом изгиба поверхности и контактные граничные условия на S_k с постоянным коэффициентом трения 0,3 и учетом всех типов контактных состояний [3].

Материал пары зубов и прослойки каппы проявляют упругие свойства: зубная эмаль $E = 80,4 \cdot 10^3$ МПа и $\nu = 0,3$, А-силикон $E = 0,3$ МПа и $\nu = 0,49$. Материал каппы Eva в упругой зоне обладает модулем Юнга $17,11 \pm 1,58$ МПа и коэффициентом Пуассона 0,46. Eva проявляет упругопластические свойства,

по результатам обработки экспериментальных данных [2] построена диаграмма $\sigma - \varepsilon$ [4].

На рис. 2 и 3 представлены распределения интенсивностей напряжений для зубов верхнего и нижнего зубного ряда при силе 300 Н. В зубе верхнего зубного ряда интенсивности напряжений значительно меньше, чем при контакте зубов без учета каппы: модель 1 на 61,95 %, модель 2 на 63,90 %, модель 3 на 62,46 %.

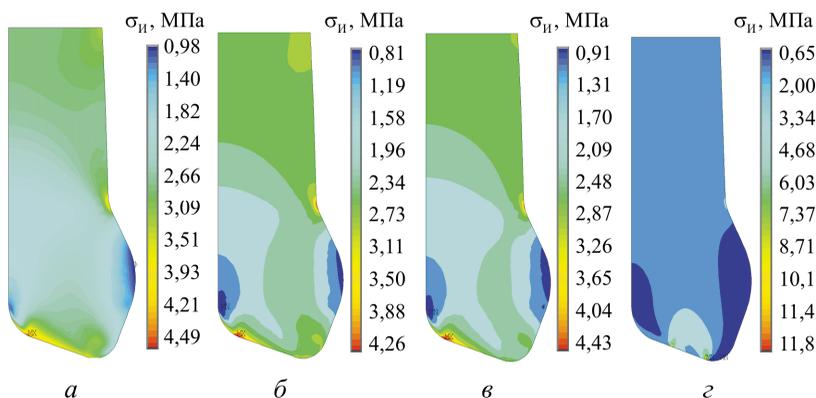


Рис. 2. Интенсивность напряжений зуба верхнего зубного ряда:
a – модель 1; *б* – модель 2; *в* – модель 3; *г* – контакт без учета каппы

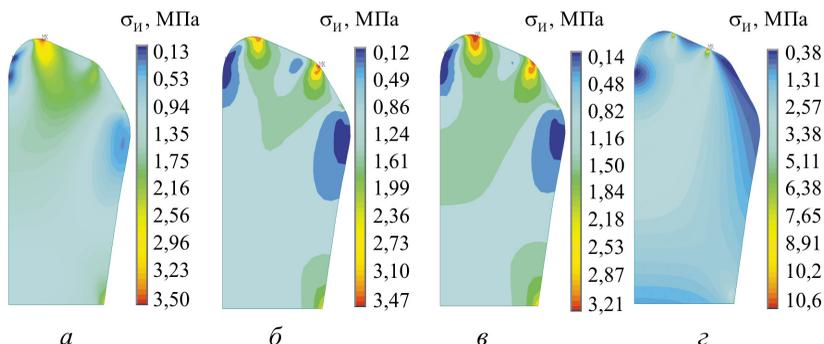


Рис. 3. Интенсивность напряжений зуба нижнего зубного ряда:
a – модель 1; *б* – модель 2; *в* – модель 3; *г* – контакт без учета каппы

Аналогично, в зубе нижнего зубного ряда наблюдается уменьшение уровня интенсивности напряжений при контакте через протетическую конструкцию: модель 1 на 66,98 %, модель 2 на 67,26 %, модель 3 на 69,72 %. Стоит отметить, что геометрия прослойки влияет на распределение интенсивности напряжений в зубной паре. Модели каппы с прослойкой обладают меньшими по величине интенсивностями напряжения (рис. 3–4, б, в).

На рис. 4 показано распределение пластических деформаций при силе индентирования 300 Н.

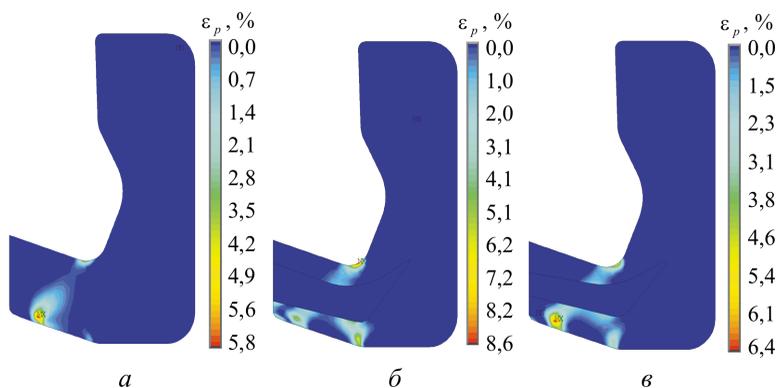


Рис. 3. Интенсивность пластических деформаций в каппе:
a – модель 1; *б* – модель 2; *в* – модель 3

Максимальное значение пластических деформаций достигается непосредственно в зоне контакта. При введении в модель прослойки максимальная интенсивность пластических деформаций увеличилась.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 17-48-590411 р_а.

Список литературы

1. Сравнительная оценка уровня функциональных нагрузжений, развивающихся в эмали зубов при использовании раз-

личных типов спортивных зубных шин / В.А. Лохов, Н.Б. Асташина, Е.С. Сергеева, А.Ф. Мерзляков, А.А. Байдаров // Российский журнал биомеханики. – 2017. – Т. 21. – № 2. – С. 211–218.

2. Экспериментальное исследование материалов новой конструкции спортивной зубной шины / В.А. Лохов, А.Г. Кучумов, А.Ф. Мерзляков, Н.Б. Асташина, Е.С. Ожгихина, В.А. Тропин // Российский журнал биомеханики. – 2015. – Т. 19. – № 4. – С. 409–420.

3. Kamenskih A.A., Trufanov N.A. Regularities Interaction of Elements Contact Spherical Unit with the Antifrictional Polymeric Interlayer // Friction and Wear. – 2015. – Т. 36. – № 2. – P. 170–176.

4. Каменских А.А., Лесникова Ю.И. Численное моделирование контакта полупространства из этиленвинилацетата с зубом-индентором // Математическое моделирование в естественных науках. – 2017. – Т. 1. – С. 22–26.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИН

А.О. Каменских¹, С.В. Лекомцев²

¹Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, sanyakamen96@mail.ru,

²Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, lekomtsev@icmm.ru

В работе представлены результаты исследования собственных частот и соответствующих им декрементов гармонических колебаний пластин в воздухе при разных вариантах закрепления. Возбуждение колебаний осуществлялось электромагнитным способом с помощью разработанной экспериментальной установки. Изменение скорости во времени фиксировалось цифровым лазерным виброметром.

Ключевые слова: прямоугольные пластины, собственные частоты колебаний, декремент гармонических колебаний, лазерная виброметрия.

В различных отраслях промышленности присутствуют технические решения, где колебания тонкостенных элементов конструкции, возникающие при их взаимодействии с жидкостью, вызывают опасения. Наиболее распространенными примерами здесь являются: хранилища технологических и химически агрессивных жидкостей, находящиеся в зонах с повышенной сейсмической активностью; пакеты пластин в охладителях АЭС и теплообменниках различных энергетических установок; трубы теплоносителя. Повышенные требования к безопасности объектов, где применяются перечисленные выше элементы, требуют не только предварительной оценки их поведения в штатном и нештатном режимах эксплуатации, но и наличия возможности контроля протекающих в них динамических процессов [1–3].

Одним из главных элементов лабораторной установки, позволяющей в дальнейшем исследовать возможные способы управления колебаниями элементов конструкций, взаимодействующих с жидкостью, является устройство возбуждения. Его изготовление и тестирование были основной целью данного исследования. На прямоугольных пластинах была отработана методика определения собственных частот и соответствующих им декрементов гармонических колебаний при разных режимах (изгибный, крутильный и мембранный). Эти динамические характеристики в дальнейшем позволят удобным образом оценивать эффективность системы подавления нежелательных колебаний. В зависимости от требуемой амплитуды скорости в процессе колебаний выбирался подходящий источник возбуждения (молоточек или электромагнит). Снятие показаний проводилось цифровым лазерным виброметром Polytec PDV-100 с частотой дискретизации 48 кГц. Положение точек на поверхности образца, в которых осуществлялось возбуждение и проводились измерения, было найдено на основе результатов численного решения соответствующей модальной задачи с помощью метода конечных эле-

ментов. Собственные частоты колебаний пластины определялись из Фурье-образа сигнала, полученного после возмущения образца с помощью молоточка.

Возбуждение гармонических колебаний осуществлялось электромагнитным полем следующим образом. На пластину приклеивался лёгкий неодимовый магнит, над которым с помощью П-образной рамы позиционировалась катушка. На неё с генератора через усилитель подавался переменный ток с частотой, равной собственной частоте колебаний пластины. Возникающая электромагнитная сила воздействовала на магнит и приводила пластину в движение. После выхода на установившийся режим электрическая цепь размыкалась и наблюдались затухающие гармонические колебания. Декремент δ находился по полученной в результате измерений виброграмме после аппроксимации её огибающей с помощью аналитической функции $Ae^{-\delta t}$.

В ходе эксперимента были определены динамические характеристики пластин, закреплённых с одного и двух краёв, а также оценено влияние на них присоединённой массы (неодимовый магнит). Огибающие затухающих гармонических колебаний консольно закреплённой пластины приведены на рисунке. В первом случае на протяжении эксперимента поддерживалось постоянное амплитудное значение возбуждающей гармонической силы (см. рисунок, *а*). Представленные данные демонстрируют, что разным формам колебаний соответствуют разная амплитуда скорости в начальный момент и разное время затухания. Учитывая, что декремент колебаний может зависеть от амплитуды, было проведено дополнительное исследование, в ходе которого начальная амплитуда скорости обеспечивалась постоянной для всех рассматриваемых мод за счёт увеличения или уменьшения возбуждающей силы. Полученные результаты приведены на рисунке, *б*. Видно, что и в этом случае время затухания гармонических колебаний на разных режимах существенно различается. Аппроксимация огибающих с помощью ана-

литической функции $Ae^{-\delta t}$ позволяет количественно оценить скорость затухания колебаний. Найденные декременты представлены в таблице. Здесь значение $\delta_i^{(50)}$ было получено при одинаковой начальной амплитуде скорости, равной 50 мм/с (см. рисунок, б). Анализ приведённых данных позволил выявить, что декремент, соответствующий одному типу колебаний (изгибные или крутильные), возрастает с увеличением числа узловых линий. Эта тенденция хорошо прослеживается, если выстроить в ряд изгибные формы И (0–0), (1–0), (2–0), (3–0). Соответствующие им декременты будут равны: $\delta_1=0,3021$, $\delta_2=1,9861$, $\delta_4=2,4875$, $\delta_6=4,5636$. Аналогичная закономерность сохраняется и для крутильных форм К (0–1), (1–1): $\delta_3=0,8155$, $\delta_7=1,4452$. Определить коэффициент затухания δ_5 , измеряя нормальную компоненту скорости, невозможно, потому что колебания происходят в плоскости пластины (мембранная форма). В этом случае необходимо расположить виброметр под углом, например 45° , и пересчитать измеренные значения, умножив их на $\cos 45^\circ$.

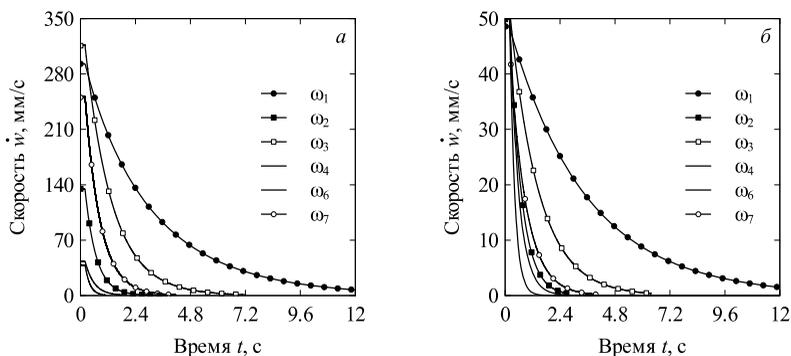


Рис. Огибающие затухающих гармонических колебаний, полученные при одинаковых амплитудах возбуждающей силы (а) и начальной скорости (б)

Собственные частоты и соответствующие им декременты
гармонических колебаний консольно закреплённой
пластины в воздухе

Номер в спектре i	Форма	ω_i , Гц	δ_i	$\delta_i^{(50)}$
1	И (0–0)	33,76 ±0,15	0,3021 ±0,0013	0,2902
2	И (1–0)	209,52 ±0,89	1,9861 ±0,0049	1,9322
3	К (0–1)	486,43 ±0,88	0,8155 ±0,0014	0,7886
4	И (2–0)	593,95 ±2,38	2,4872 ±0,0023	2,5065
5	М (0–0)	701,88 ±2,53	–	–
6	И (3–0)	1160,85 ±4,85	4,5636 ±0,0025	4,6145
7	К (1–1)	1456,92 ±2,39	1,4452 ±0,0033	1,4108

Разработанное устройство возбуждения и предложенная экспериментальная методика позволяют определить декремент гармонических колебаний на разных модах, получить его зависимость от времени и амплитуды.

Список литературы

1. Бочкарёв С.А., Лекомцев С.В., Матвеев В.П. Гидроупругая устойчивость прямоугольной пластины, взаимодействующей со слоем текущей идеальной жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2016. – № 6. – С. 108–120.
2. Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V., Matveenko V.P. Dynamic analysis of partially filled noncircular cylindrical shells with liquid sloshing // International Journal of Applied Mechanics. – 2016. – Vol. 8, No. 3. – 1650027 (17 pages).
3. Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V. Stability analysis of rectangular parallel plates interacting with internal fluid flow and external supersonic gas flow // Journal of Fluids and Structures. – 2018. – Vol. 78. – P. 331–342.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ RANS-ПОДХОДА

Т.О. Карасев, А.С. Теймуразов

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, karasev.t@icmm.ru

Исследуется турбулентная конвекция жидкого магния, возникающая в аппарате восстановления титановой губки вследствие значительных градиентов температуры, возникающих в результате экзотермической реакции. Рассмотрены различные варианты конфигурации нагрева и охлаждения цилиндрической реторты. Расчеты проводились в трехмерной нестационарной постановке с использованием трех различных RANS-моделей. Результаты согласуются с результатами, полученными на более подробные сетки, выполненные методом крупных вихрей (LES).

Ключевые слова: турбулентная конвекция, жидкие металлы, OpenFOAM.

В данной работе исследуется конвективное движение расплавленного металла, возникающее в металлотермическом реакторе в процессе восстановления титановой губки. Промышленное производство титана представляет собой сложный физико-химический многоступенчатый процесс, основанный на экзотермической реакции тетрахлорида титана с расплавленным магнием. Контроль процесса является одной из насущных проблем металлургии, поскольку конвективный поток оказывает влияние на структуру формирования титанового блока.

Процесс занимает более двух дней, в течение которого титановая губка постепенно занимает реторту. Моделирование всего процесса требует значительного количества вычислительных ресурсов по причине больших размеров аппарата, что делает невозможным использование подхода DNS (прямое численное моделирование) и LES [1, 2]. В данной работе рассматривается возможность моделирования конвекции в реакторе с помощью RANS-подхода (уравнения Навье – Стокса, осредненные по Рейнольдсу), поскольку он позволяет значительно снизить затраты на расчеты.

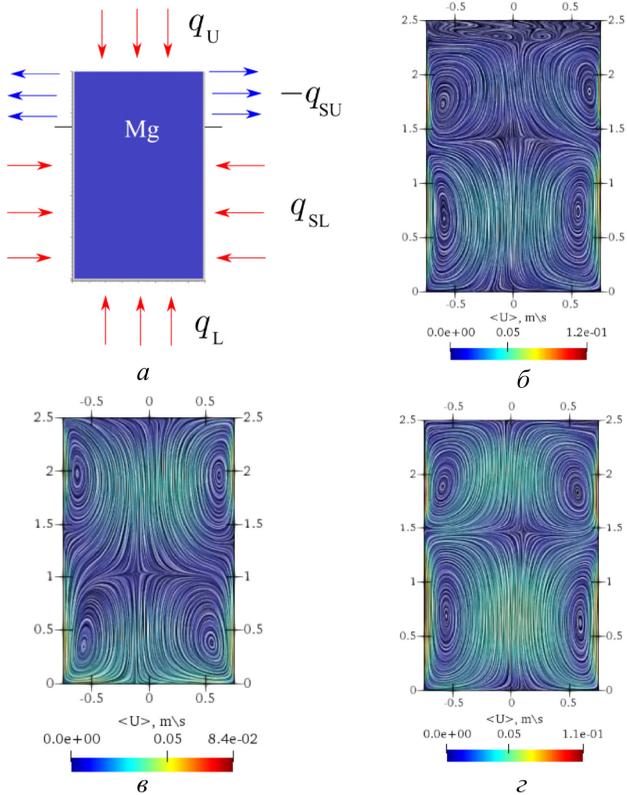


Рис. 1. Схематичное изображение граничных условий (а), где стрелки обозначают тепловые потоки; среднее поле скорости LES (б); среднее поле скорости k-epsilon модель (в); среднее поле скорости k-omegaSST модель (г)

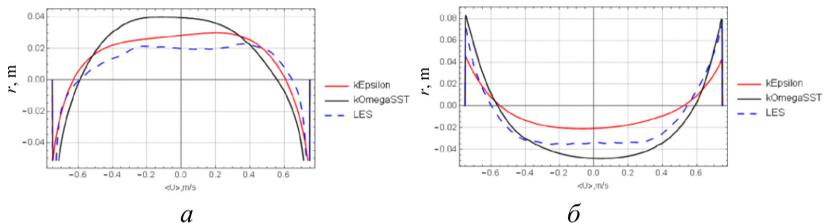


Рис. 2. Поле скорости на высоте 1,9 м (а) и поле скорости на высоте 0,6 м (б)

Математическая модель основана на уравнениях тепловой конвекции в приближении Буссинеска. Задача решалась в трехмерной нестационарной постановке. Рассматривались различные конфигурации, соответствующие разным этапам процесса, которые реализуются на разных стадиях процесса.

Расчеты проводились с использованием свободного пакета OpenFOAM 4.1, на суперкомпьютере «Тритон» ИМСС УрО РАН (Пермь). Задача решалась с использованием RANS-моделей k -epsilon, k -omega, k -omegaSST, так и LES с различными параметрами сетки. Параметры модели соответствовали параметрам реального объекта.

На рис. 1 приведены поля средней скорости магния при работе всех источников нагрева, что соответствует максимальному режиму работы реактора.

Ниже на рис. 2 представлены профили средней скорости на различных высотах.

Проанализированы поля температур, скорости, энергии турбулентных пульсаций и скорости рассеивания энергии для двухпараметрических моделей. Данные, полученные RANS-моделями, удовлетворяют результатам, полученным на более подробной сетке LES.

Данное исследование было поддержано правительством Пермского края, исследовательским проектом № С-26/060 11.03.2016.

Список литературы

1. Teimurazov A.S., Frick P.G. Numerical Study of Molten Magnesium Convection in a Titanium Reduction Apparatus // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2016. – Vol. 57, No. 7. – P. 1264–1275.
2. Teimurazov A., Frick P., Stefani F. Thermal convection of liquid metal in the titanium reduction reactor // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – Vol. 208. – 012041.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АНИЗОТРОПНО-УПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ КЕРАМИК ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

О.В. Каширина

Томский государственный архитектурно-строительный университет,
Томск, Россия, helgakash@list.ru

Построена математическая модель анизотропно-упругого поведения керамик при динамическом поведении с учетом разрушения по критерию Мизеса – Хилла. Предложена серия физических экспериментов для определения упругих модулей и пределов прочности вдоль всех направлений. Проведено качественное моделирование и построены диаграммы деформирования для различных компонент напряжений.

Ключевые слова: керамики, критерий Мизеса – Хилла, динамическое нагружение.

Поведение деформируемых тел под действием динамических нагрузок отличается от поведения в статике и имеет свои особенности [1–3]. Исследование прочностных свойств металлов [4, 5] и керамик [6, 7] при динамическом нагружении является актуальной задачей. С одной стороны, описать поведение керамики как квазихрупкого материала проще, чем поведение пластичного материала, например металлический сплав. Однако для вторых зачастую используют гипотезу изотропии механических свойств [3, 5], в то время как керамики проявляют анизотропию [6], что усложняет моделирование их механического поведения.

Новые перспективные материалы появляются достаточно часто. И возникает задача исследования их свойств для того, чтобы понять, стоит ли продолжать использовать тот или иной материал и какова может быть наиболее подходящая область его применения. Здесь речь пойдет об исследовании прочностных свойств керамик, а именно об упругом модуле и пределе прочности. Существуют два способа исследования механических характеристик, это физический эксперимент и математи-

ческое моделирование. Каждый из них имеет свои плюсы и минусы, поэтому наиболее продуктивно использование комбинированных исследований.

Задача состоит в том, чтобы идентифицировать параметры для упругоанизотропной модели с разрушением по критерию Мизеса – Хилла на основе данных физического эксперимента по динамическому нагружению материала.

Краевая задача для упругодеформируемого твердого тела включает в себя:

1. Уравнение баланса импульса: $\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$, в котором ρ – массовая плотность, \mathbf{v} – вектор скорости, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши.

2. Геометрическое уравнение: $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$, в котором $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор малых деформаций, $\mathbf{u} = \int_0^t \mathbf{v} d\tau$ – вектор перемещений.

3. Определяющее уравнение: $\boldsymbol{\sigma}^J = \mathbf{C} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}$, в котором $(\cdot)^J$ – производная Яуманна, \mathbf{C} – тензор упругих модулей.

4. Критерий разрушения Мизеса – Хилла:

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma_{B11}^2} + \frac{1}{\sigma_{B22}^2} - \frac{1}{\sigma_{B33}^2} \right) (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \left(-\frac{1}{\sigma_{B11}^2} + \frac{1}{\sigma_{B22}^2} + \frac{1}{\sigma_{B33}^2} \right) (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \left(\frac{1}{\sigma_{B11}^2} - \frac{1}{\sigma_{B22}^2} + \frac{1}{\sigma_{B33}^2} \right) (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 \right\} + \frac{1}{\tau_{B12}^2} \tau_{12}^2 + \frac{1}{\tau_{B23}^2} \tau_{23}^2 + \frac{1}{\tau_{B13}^2} \tau_{13}^2 = 1,$$

в котором σ_{ii} и τ_{ij} – осевые и сдвиговые компоненты тензора напряжений Коши, σ_{Bii} и τ_{Bij} – пределы прочности вдоль соответствующих направлений.

5. Начальные и граничные условия, которые зависят от конкретной постановки задачи.

Для определения упругих модулей и пределов прочности вдоль всех направлений необходимо провести испытания материала вдоль всех направлений. Для определения осевых пределов прочности и соответствующих им упругих модулей достаточно провести сжатие кубического образца вдоль трех различных направлений. С определением сдвиговых прочностей возникает больше проблем. С одной стороны, можно проводить эксперименты на сложное напряженно-деформированное состояние для экономии испытываемого материала [2], с другой стороны, использовать образцы более сложной геометрии [5]. Второй вариант предпочтительнее. Поэтому для испытаний на сдвиг был предложен образец специальной формы, который изображен на рис. 1.

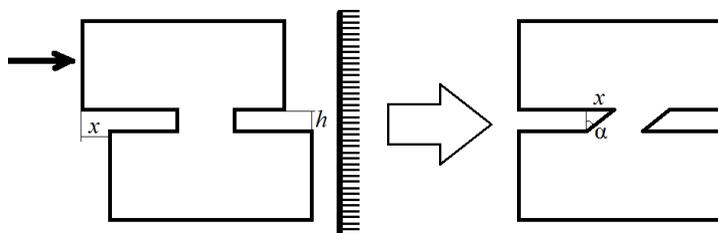


Рис. 1. Образец для испытания на сдвиг

Основная идея заключается в том, что при сжатии такого образца в небольшой области происходит сдвиг. С одной стороны, образец плотно прилегает к недеформируемой стенке, а с другой – на него давят. При таком испытании, варьируя размеры x и h , можно заранее задать конкретную предельную величину сдвиговой деформации, которая будет определяться как $\text{tg}(\alpha)$. Цель – довести образцы до разрушения, поэтому конечную сдвиговую деформацию нельзя будет определить как $\text{tg}(\alpha)$, однако перемещение, приложенное к торцу образца есть известная функция от времени $\Delta x(t)$. Тогда

сдвиговую деформацию можно определять как $\gamma = \frac{\Delta x(t)}{h}$.

Приложенная сила $F(t)$ также известна, поэтому сдвиговое

напряжение можно определять как $\tau = \frac{F(t)}{S}$, в котором S – это

площадь площадки, подверженной сдвигу. Проводя данные испытания вдоль трех различных направлений, можно получить зависимости для всех сдвиговых компонент τ_{ij} от γ_{ij} .

В будущем планируется провести всю серию экспериментов для некоторых материалов, а пока было проведено качественное моделирование и построены диаграммы деформирования для различных компонент, изображенные на рис. 2.

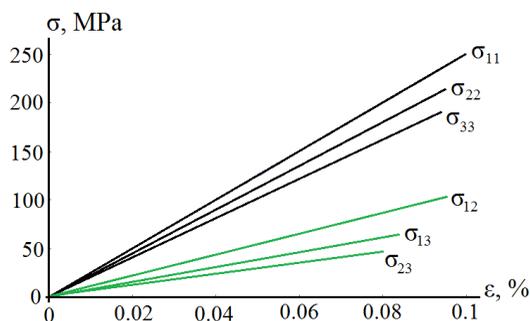


Рис. 2. Диаграммы деформирования

Список литературы

1. Морозов Н.Ф., Петров Ю.В., Смирнов В.И. Динамическое нагружение и проблемы прочности // Механика машин, механизмов и материалов. – 2010. – № 2 (11). – С. 16–21.

2. Пожидаева Е.Б., Чикишев Д.Н., Салганик В.М. Модельное представление участка трубы большого диаметра, испытывающего сложное динамическое нагружение // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования. – 2015. – Т. 1, № 1. – С. 140–143.

3. Котенева Н.В. Поведение тел при динамическом нагружении в упругопластической области контакта // Научный вестник Новосиб. гос. техн. ун-та. – 2008. – № 3. – С. 157–163.

4. Чудинов В.В., Плехов О.А. Исследование влияния условий проведения динамического эксперимента на величину диссипированной энергии в субмикрористаллическом титане // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2011. – № 2. – С. 132–144.

5. Численное моделирование и экспериментальное исследование локализации пластической деформации при динамическом нагружении образцов в условиях близких к чистому сдвигу / Д.А. Билалов, М.А. Соковиков, В.В. Чудинов, В.А. Оборин, Ю.В. Баяндин, А.И. Терехина, О.Б. Наймарк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 103–112.

6. Моделирование деформации и разрушения композиционных керамических материалов с трансформационно-упрочненной матрицей при динамическом нагружении / Е.Г. Скрипняк, В.А. Скрипняк, А.А. Козулин, В.В. Скрипняк // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2010. – Т. 53, № 12 (2). – С. 243–248.

7. Численная модель динамического механического поведения хрупких материалов, основанная на принципах кинетической теории прочности / А.С. Григорьев, Е.В. Шилько, В.А. Скрипняк, А.Г. Чернявский, С.Г. Псахье // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3. – С. 75–99.

МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТАТИЧЕСКОЙ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ ПЛОТНОУПАКОВАННЫХ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ

Г.М. Киладзе, Н.С. Кондратьев

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, georgkil@mail.ru

Разрабатывается модель для описания статической рекристаллизации по механизму Бейли – Хирша, основанному на сравнении разности запасаемой энергии в соседних зернах и поверхностной энергии границы между ними. Предлагается способ определения межзеренной энергии с использованием соотношения Шобера – Баллафи. Численно реализован алгоритм вычисления межзеренной энергии на основе модификации решетки совпадающих узлов, результаты работы программы сопоставлены с аналитическими значениями.

Ключевые слова: межзеренная энергия, критерий Бейли – Хирша, модификация решетки совпадающих узлов.

Получение металлов и их сплавов с улучшенными свойствами необходимо для развития многих отраслей промышленности. Существует множество технологических процессов обработки металлов давлением – осадка, протяжка, экструзия, штамповка, прокатка, прошивка, кручение, равноканальное угловое прессование и многие другие. При этом поликристаллическая заготовка может подвергаться температурному воздействию как на начальной и финальной стадии обработки, так и совместно с механическими воздействиями. К основным видам термической обработки металлов относятся отжиг, закалка, отпуск, нормализация. В материале, подвергнутом предварительной холодной механической обработке, могут существенно изменяться механические свойства, такие как пластичность, упругость, вязкость, прочность, твердость, сниматься остаточные напряжения, может меняться текстура материала. Изменение материальных свойств при температурных воздействиях связано с перестройкой и эволюцией дефектной и зеренной/субзеренной структуры, в основном – за счет реализации процессов возврата, полигониз-

зации и рекристаллизации [1]. Рекристаллизация устраняет структурные дефекты (в первую очередь уменьшает на несколько порядков плотность дислокаций), изменяет размеры зерен и может изменить их кристаллографическую ориентацию.

Целью работы является построение математической модели рекристаллизации по механизму Бейли – Хирша. Рассматриваются материалы с гексагональной плотно упакованной (ГПУ) решеткой. Для описания упругопластического поведения представительного объема поликристалла используется физическая модель, основанная на многоуровневом подходе. В рамках этой модели проводится расчет запасенной на дефектах энергии. Последующий после деформации нагрев до температур рекристаллизации приводит к активации миграции межзеренных границ. Движущей силой (в термодинамическом смысле) этого процесса является разность запасенных в соседних зернах энергий. Тормозящей силой – поверхностная энергия границ соседних зерен. В работе численно реализован алгоритм модификации решетки совпадающих узлов, основанный на соотношении Шобера – Баллафи [3] и позволяющий вычислять межзеренную энергию. В таблице представлены численные результаты для доли совпадающих узлов при специальных ориентировках. Можно наблюдать хорошее соответствие с аналитическими данными [4].

Разориентировки ГПУ-решеток, соответствующие специальным границами, и объемные доли совпадающих

Индексы Миллера – Браве оси поворота	Угол разориентации соседних зерен, град	$\Sigma-1$ (Σ) (указанное в работе [4])	$\Sigma-1$ (полученное в расчетах)
$(10\bar{1}0)$	90,00	0,5 (2)	0,507
$(10\bar{1}0)$	53,13	0,2 (5)	0,22
$(10\bar{1}0)$	88,53	0,026 (39)	0,044
$(2\bar{1}\bar{1}3)$	23,07	0,02 (50)	0,028

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 16-31-60002-мол-а-дк).

Список литературы

1. Трусов П.В., Кондратьев Н.С. Двухуровневая упруго-вязкопластическая модель: применение к анализу эволюции зеренной структуры при статической рекристаллизации // Физическая мезомеханика. – 2018. – Т. 21, № 2. – С. 21–32.
2. Трусов П.В., Кондратьев Н.С. Описание неупругого деформирования двухфазных поликристаллических материалов // Деформация и разрушение материалов. – 2013. – № 6. – С. 08–15.
3. Kondratev N.S., Trusov P.V. Calculation of the intergranular energy in two-level physical models for describing thermomechanical processing of polycrystals with account for discontinuous dynamic recrystallization // International Journal of Nanomechanics Science and Technology. – 2016. – Vol. 7, № 2. – P. 107–122.
4. Farooq M.U., Klement U. EBSD characterization of carbide–carbide boundaries in WC–Co composites // Journal of microscopy. – 2004. – Vol. 213, №. 3. – P. 306–312.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Н.С. Кондратьев¹, В.Г. Баженов²

¹Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия, kondratevns@gmail.com

В работе предложена модель, описывающая предварительное пластическое деформирование и последующий отжиг поликристаллических материалов. Для описания неупругой деформации и расчета запасенной на дефектах энергии используется двухуровневая статическая модель неупругого деформирования. При температурном воздействии моделируется процесс рекристаллизации, основанный на механизме движения участков исходных большеугловых границ зерен. Предложены способ выделения субзерен в исходном однородном зерне поликристалла, способ вычисления межзеренной энергии и способ

описания эволюции геометрии субзерен и зерен в результате миграции границ зерен.

Ключевые слова: физические теории пластичности, статическая рекристаллизация, зеренная и субзеренная структура.

В настоящий момент в различных отраслях промышленности актуальной является задача создания изделий из поликристаллических металлов и их сплавов с набором необходимых свойств и характеристик. Производство и обработка этих изделий, как правило, осуществляются интенсивным упругопластическим деформированием, которое нередко сопровождается температурными воздействиями. В этом случае материальная структура претерпевает глубокие перестройки, что приводит к заметному изменению свойств поликристалла. Для решения задачи создания материалов с требуемыми характеристиками эффективным инструментом является применение многоуровневых упруговязкопластических моделей, позволяющих исследовать в численных экспериментах структуру материала на более низких масштабных уровнях, чем макро [1, 2]. В рамках многоуровневого подхода для описания неупругого деформирования металлов при термомеханических воздействиях на макроуровне рассматривается материальная точка с набором однородных характеристик, в соответствие которой ставится совокупность однородных областей ниже лежащего масштабного уровня [3]. Характеристики верхнего уровня определяются осреднением «родственных» параметров ниже лежащего уровня. Число вовлекаемых в рассмотрение масштабных уровней определяется целями, задачами исследования и наиболее важными механизмами неупругого деформирования. На нижних масштабных уровнях существует принципиальная возможность корректного учета механизмов неупругого деформирования. Применяемый подход к построению определяющих соотношений, основанный на введении внутренних переменных, отражает структурные взаимодействия и перестройки мезо- и микроструктуры. Термомеханические воздействия передаются с макроуровня и приводят к изменению внутренней структуры, которая затем определяет эффективные характеристики материала.

В работе формулируется модель физической теории пластичности для описания деформирования поликристаллических материалов с учетом последующего отжига. Нагрев предварительно деформированного металла приводит к активации процессов релаксации упругих напряжений, основными из которых являются возврат и рекристаллизация. Первый из этих процессов происходит за счет перестройки дислокационной субструктуры, описание второго процесса требует рассмотрения изменения топологии и строения зерен, их границ. В работе разрабатывается модель статической рекристаллизации, в основу описания которой положен механизм движения исходных существующих границ поликристалла. Движение границ зерен происходит в глубь более дефектной области при выполнении критерия Бейли – Хирша [4]. Кинетика роста зерен определяется соотношением теории мобильности границ зерен [5]. Полагается, что рост зерен связан с зернограницными ступеньками – нормальной составляющей вектора Бюргерса дислокаций ориентационного несоответствия [6]. Предлагается способ описания движения границы на основе данного механизма в рамках двухуровневой модели.

В разрабатываемой двухуровневой статистической модели неупругого деформирования появляется задача выделения (формирования) разнородных элементов (субзерен) в исходном однородном зерне. Основным источником неоднородности является возникновение кристаллографической разориентации частей исходных зерен относительно друг друга. Предложен способ определения ориентаций субзерен на начальных стадиях неупругой деформации. Для этого рассмотрен механизм образования случайных границ ячеек в результате формирования дислокационных стенок. Предлагается способ моделирования границ такого типа. В начальный момент деформирования плоские участки границ ячеек задаются случайным образом по равномерному закону. Полагается, что часть мобильных дислокаций «оседает» на предписанных границах. Показано, что угол разориентации кристаллографической системы в результате появления такой границы пропорционален сдвигам в зерне. Приводятся расчеты для одно-

осного растяжения поликристалла меди. Показано удовлетворительное соответствие результатов расчета распределения углов ориентации субзерен относительно исходного зерна экспериментальным данным. Модель позволяет также учесть уменьшение числа активных систем скольжения в субзернах при разворотах.

Запасенная в зернах и субзернах энергия рассчитывается на основе модели физической теории пластичности. Способ определения межзеренной энергии основан на модели решетки совпадающих узлов [7]. Фасетки границ рекристаллизованных зерен определяются из условия минимальности межзеренной энергии. Предлагается математическое описание эволюции зеренной структуры поликристалла при механических нагрузках и термических воздействиях в процессе рекристаллизации. Разработанная модель позволяет характеризовать зеренную структуру после процесса рекристаллизации. Алгоритмы предлагаемой модели реализованы в виде комплекса проблемно-ориентированных программ, пригодных для встраивания в пакеты, применяемые для решения краевых задач.

Работа выполнена в научно-исследовательском институте механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского за счет гранта Российского научного фонда (проект № 15-19-10039).

Список литературы

1. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.
2. Multilevel models of inelastic deformation of materials and their application for description of internal structure evolution / P.V. Trusov, A.I. Shveykin, E.S. Nechaeva, P.S. Volegov // *Physical Mesomechanics*. – 2012. – Vol. 15, No. 3–4. – P. 155–175.
3. Trusov P.V., Shveykin A.I. Multilevel crystal plasticity models of single- and polycrystals. Statistical models // *Physical Mesomechanics*. – 2013. – Vol. 16, No. 1. – P. 23–33.

4. Bailey J.E., Hirsch P.B. The recrystallization process in some polycrystalline metals // Proc. Roy. Soc. – 1962. – Vol. A267. – P. 11–30.
5. Burke J.E., Turnbull D. Recrystallization and grain growth // Progress in metal physics. – 1952. – Vol. 3. – P. 220–292.
6. Rae C.M.F., Smith D.A. On the mechanisms of grain boundary migration // Philosophical Magazine A. – 1980. – Vol. 41, № 4. – P. 477–492.
7. Kondratev N.S., Trusov P.V. Calculation of the intergranular energy in two-level physical models for describing thermomechanical processing of polycrystals with account for discontinuous dynamic recrystallization//International Journal of Nanomechanics Science and Technology. – 2016. – Vol. 7, № 2. – P. 107–122.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ
ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ РАСТЯЖЕНИИ СВАРНОГО ОБРАЗЦА
«СТАЛЬ 08X16H11M3 – СТАЛЬ 10X9MФБ»**

**А.А. Костина¹, А.И. Ведерникова¹, А.Е. Прохоров¹,
О.А. Плехов¹, В. Venkatraman²**

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, kostina@icmm.ru,

²Центр атомных исследований им. Индиры Ганди,
Калпаккам, Индия, bvenkat@igcar.gov.in

В работе проведено численное моделирование диссипации энергии в образце, полученном с помощью лазерной сварки двух видов сталей (сталь 08X16H11M3 и сталь 10X9MФБ), при его квазистатическом деформировании. Для описания упругопластического поведения обоих материалов использовался критерий текучести Мизеса совместно с моделью нелинейного изотропного упрочнения. Расчет доли диссипированной энергии осуществлялся с помощью интегрального параметра Тейлора – Квинни. Для верификация результатов моделирования были использованы экспериментальные данные по определению поля температуры методом инфракрасной термографии.

Ключевые слова: диссипация энергии, метод инфракрасной термографии, лазерная сварка.

Работа посвящена численному моделированию диссипации энергии в образце, полученном с помощью лазерной сварки двух видов сталей (сталь 08X16H11M3 и сталь 10X9MФБ). Механические и физические параметры материалов приведены в таблице.

Физико-механические параметры материалов

Материал	Плотность, кг/м ³	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Модуль Юнга, Па	Предел текучести, Па
Сталь 08X16H11M3	7990	485	1.6E+11	2.49E+08
Сталь 10X9MФБ	7760	622	2E+11	4.77E+08

Численное моделирование проводилось в конечно-элементном пакете COMSOL Multiphysics[®] в плоско-напряженной постановке. При проведении расчета предполагалось, что сварной шов расположен в средней части образца. Расчетная область разбивалась квадратичными конечными элементами разной величины с вариацией размеров от 0.00136 до 2.72E-6 м. Для описания упругопластического поведения обоих материалов использовался критерий текучести Мизеса совместно с моделью нелинейного изотропного упрочнения. Система уравнений, используемая для расчета величины диссипации энергии и поля температуры при квазистатическом растяжении образца, имеет следующий вид [1, 2]:

$$\bar{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0},$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\bar{\nabla} \mathbf{u} + \bar{\nabla} \mathbf{u}^T + \bar{\nabla} \mathbf{u}^T \bar{\nabla} \mathbf{u}),$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda I_1 (\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{E} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^e,$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p,$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \Lambda \frac{\partial F_y}{\partial \boldsymbol{\sigma}},$$

$$F_y = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}_d : \boldsymbol{\sigma}_d} - \sigma_{ys}(\boldsymbol{\varepsilon}_{pe}),$$

$$\sigma_{ys}(\boldsymbol{\varepsilon}_{pe}) = \sigma_{ys0} + \sigma_h(\boldsymbol{\varepsilon}_{pe}),$$

$$T = T_0 + \beta_{int} \frac{W_p}{\rho c},$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор полных деформаций, \mathbf{u} – вектор перемещений, λ , μ – параметры Ламе, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ – тензор полных деформаций, $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ – тензор пластических деформаций, Λ – неопределенный множитель, F_y – пластический потенциал, $\boldsymbol{\sigma}_d$ – девиаторная часть тензора напряжений Коши, $\sigma_{ys}(\boldsymbol{\varepsilon}_{pe})$ – функция текучести, $\boldsymbol{\varepsilon}_{pe} = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\varepsilon}^p : \boldsymbol{\varepsilon}^p}$ – эффективные пластические деформации, σ_{ys0} – предел текучести, $\sigma_h(\boldsymbol{\varepsilon}_{pe})$ – функция, описывающая изотропное упрочнение материала, T_0 – начальное значение температуры, β_{int} – интегральное значение параметра Тейлора – Квинни, W_p – работа пластической деформации, $W_p = \int \boldsymbol{\sigma}_d : d\boldsymbol{\varepsilon}_p$, ρ – плотность, c – удельная теплоемкость.

На рис. 1, а приведено распределение поля температуры, полученное в результате решения задачи о квазистатическом растяжении сварного образца «сталь 08X16H11M3 – сталь 10X9МФБ» с помощью приведенной выше системы уравнений. Отличительной особенностью данного образца является то, что на начальном этапе процесса деформирования наблюдается нагрев нижней части образца (сталь 08X16H11M3). Однако на заключительном этапе процесса деформирования происходит локализация максимального значения температуры в верхней части образца (сталь 10X9МФБ), где и происходит его разрушение.

Полученные результаты подтверждаются экспериментальными данными, приведенными на рис. 2.

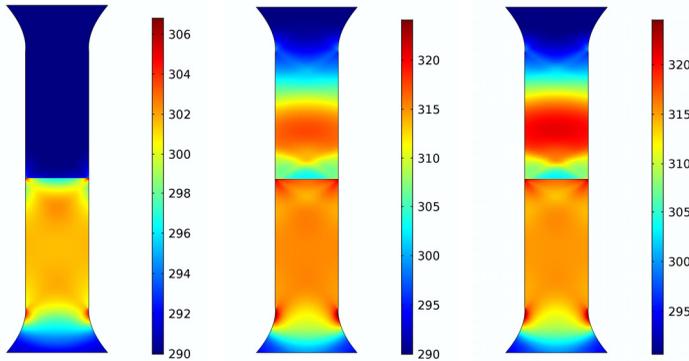


Рис. 1. Эволюция поля температуры (К) в процессе квазистатического растяжения сварного образца «сталь 08Х16Н11М3 – сталь 10Х9МФБ» (результаты численного моделирования)

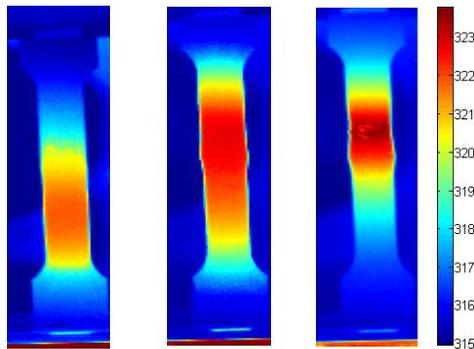


Рис. 2. Эволюция поля температуры (К) в процессе квазистатического растяжения сварного образца «сталь 08Х16Н11М3 – сталь 10Х9МФБ» (экспериментальные результаты)

На рис. 3 приведено распределение доли диссипированной энергии по вертикальной линии, расположенной в центре рабочей части образца. Представленные результаты показывают, что на заключительном этапе процесса деформирования наблюдается скачкообразный рост доли диссипированной энергии в стали 10Х9МФБ, в то время как для значений доли диссипированной энергии в стали 08Х16Н11М3 не наблюдается

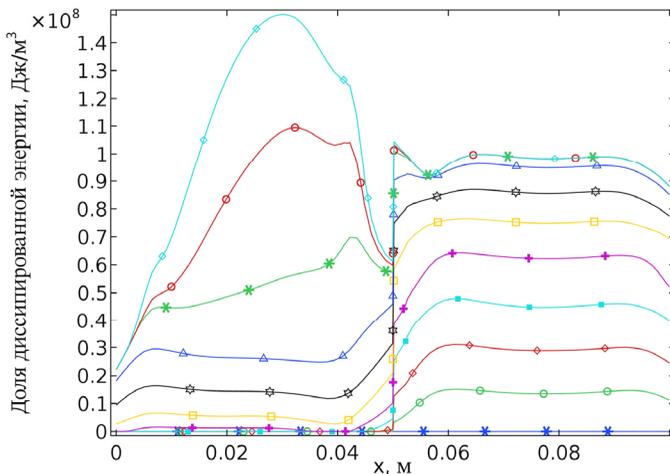


Рис. 3. Эволюция доли диссипированной энергии в процессе квазистатического растяжения сварного образца «сталь 08Х16Н11М3 – сталь 10Х9МФБ»

ярко выраженных максимумов в течение всего процесса деформирования. Этот эффект может быть рассмотрен в качестве предвестника разрушения образца.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 18-31-00293 мол_а, РФФИ № 16-51-48003 ИНД-оми и МК-4174.2018.1.

Список литературы

1. A thermodynamic internal variable model for partition of plastic work into heat and stored energy in metals / P. Rosakis, A.J. Rosakis, G. Ravichandran, J. Hodowany // Journal of the mechanics and physics of solids. – 2000. – Vol. 48. – P. 581–607.
2. The study of energy balance in metals under deformation and failure process / A. Iziumova, A. Vshivkov, A. Prokhorov, A. Kostina, O. Plokhov. – 2016. – Vol. 13. – P. 242–256.

УЧЁТ МЕХАНИЗМОВ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ В МНОГОУРОВНЕВЫХ МОДЕЛЯХ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ

Н.В. Котельникова, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, kotelnickova@gmail.ru

Для решения задачи увеличения срока эксплуатации различных конструкций и деталей, изготовленных из металлов и сплавов, необходимы тщательное изучение и прогнозирование поведения материалов в процессе изготовления и эксплуатации, вплоть до момента разрушения. Математические модели для описания упругого и неупругого деформирования металлов представляют собой эффективный инструмент для решения таких задач, при этом в последнее время одним из наиболее перспективных направлений является разработка многоуровневых моделей, основанных на прямом учете эволюции внутренней структуры материала. В предлагаемой работе рассмотрена структура трехуровневой математической модели для описания поведения поликристаллов, учитывающая накопление дефектов материала на разных масштабных уровнях.

Ключевые слова: физические теории пластичности, разрушение, накопление поврежденности, многоуровневые конститутивные модели.

В настоящее время требования, которые предъявляются к разрабатываемым деталям и конструкциям, в особенности в аэрокосмической промышленности, постоянно возрастают. Это обусловлено увеличением уровня рабочих напряжений и количества циклов работы деталей, созданием принципиально новых материалов и сплавов. К важным требованиям относятся прочность, работоспособность в широком диапазоне температур, жесткость и т.д. [1]. При производстве металлических деталей и конструкций перед инженерами ставится задача как увеличения срока службы деталей, так и повышения их надежности. Для решения этой задачи необходимы детальное исследование и прогнозирование поведения изделий вплоть до момента разрушения.

Экспериментальные исследования не всегда являются доступными и достаточными для получения полного описания процесса, поэтому большой интерес вызывает математическое моделирование упругого и неупругого деформирования металлов в широком диапазоне изменения параметров термомеханических воздействий. При этом перспективным представляется подход, основанный на физических теориях пластичности (ФТП) [2]. Такой подход позволяет рассматривать изменение структуры материала на различных масштабных уровнях, что необходимо при описании разрушения как многостадийного и многомасштабного процесса.

Под многостадийностью понимается последовательная смена стадий разрушения, каждая из которых имеет свой ведущий механизм. Многомасштабность означает необходимость учета явлений и процессов, протекающих на различных масштабных уровнях, от атомного до уровня конструкции. Таким образом, модели, описывающие разрушение, должны представлять собой совокупность подмоделей, соотнесенных с разными иерархическими уровнями материала и содержащих различные по своей структуре и набору входных данных соотношения.

В разрабатываемой модели предлагается ввести три масштабных уровня: макроуровень (представительный объем поликристалла), мезоуровень-I (зерно) и мезоуровень-II (субзерно, фрагмент).

На макроуровне рассматривается совокупность элементов мезоуровня-I, на который передаются значения деформаций (согласно гипотезе Фойгта) [2]. В качестве возвращаемых параметров с мезоуровня-I передаются осредненные по всем элементам значения напряжений.

Мезоуровень-I описывает деформирование зерен, учитывая повороты. Система соотношений, принятых для мезоуровня-I, выглядит следующим образом (номера кристаллитов для упрощения записи опущены):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\pi} : (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{in}), \\ \mathbf{z} = \mathbf{z}^e + \mathbf{z}^{in}, \\ \mathbf{z} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{V}^T - \boldsymbol{\omega}, \\ \boldsymbol{\omega} = \dot{\mathbf{o}} \cdot \mathbf{o}^T, \\ \mathbf{z}^{in} = \sum_{k=1}^n \dot{\gamma}^{(k)} \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)}, \\ \boldsymbol{\tau}^{(k)} = \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} : \boldsymbol{\sigma}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где k – номер системы скольжения (СС), $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши, \mathbf{z}^e , \mathbf{z}^{in} – упругая и пластическая составляющие используемой меры скорости деформации \mathbf{z} , $\boldsymbol{\pi}$ – тензор упругих характеристик, \mathbf{V} – вектор скорости перемещений, $\boldsymbol{\omega}$ – тензор спина кристаллической решетки, \mathbf{o} – тензор поворота, $\dot{\gamma}^{(k)}$ – скорости сдвигов по СС, $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$ – касательные напряжения, действующие на k -й СС, $\mathbf{b}^{(k)}$, $\mathbf{n}^{(k)}$ – векторы Бюргерса и нормали к k -й СС. Параметры мезоуровня-I передаются на мезоуровень-II, на котором рассматриваются эволюция дислокационной структуры и формирование микротрещин и с которого возвращаются значения скоростей сдвигов, критических напряжений.

На мезоуровне-II определяются скорости движения и плотности дислокаций на СС. При этом для описания изменения плотностей дислокаций вводятся так называемые разноименные дислокации (отличающиеся знаком), а также мобильные и иммобильные дислокации. Рассматриваются такие механизмы взаимодействия дислокаций, как аннигиляция, реакции с образованием дислокационных барьеров, а также торможение дислокаций у таких барьеров. Помимо этого учитывается зарождение дислокаций в источниках Франка – Рида. Указанные виды взаимодействия дислокаций, а также найденные значения их плотностей определяют скорости сдвига в рассматриваемой СС, а также влияют на критические напряжения СС.

На мезоуровне-II вводится также описание зарождения микротрещин вследствие скопления дислокаций у дислокационных барьеров [3]. В предлагаемой работе рассмотрение ведется для поликристаллов, имеющих ГЦК-решетку (например, сплавы Al, которые широко используются в авиастроении) [4]. Представляется возможным описать накопление и взаимодействие образовавшихся микротрещин, ведущие к формированию на более высоких масштабных уровнях мезо- и макротрещин. В таком случае можно будет говорить об образовании трещин в изделиях и об их разрушении.

Таким образом, рассмотрена структура трехуровневой математической модели для описания упругого и неупругого деформирования металлов с учетом механизмов взаимодействий дислокаций, в том числе с учетом образования дислокационных барьеров различных типов. Предложен способ описания накопления поврежденности в металле.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01292).

Список литературы

1. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. – М.: Металлургия, 1984. – 280 с.
2. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – С. 244.
3. Иванова В.С., Гордиенко Л.К., Геминев В.Н. Роль дислокаций в упрочнении и разрушении металлов. – М.: Наука, 1965. – 180 с.
4. Лахтин Ю.М. Металловедение и термическая обработка металлов. – М.: Металлургия, 1983. – 359 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА КАРЦИНОМЫ С УЧЁТОМ ЭМ-ПЕРЕХОДА И ДИНАМИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ ФЕНОТИПА РАКОВЫХ КЛЕТОК

И.В. Красняков¹, Д.А. Брацун¹, Л.М. Письмен²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, krasnyakov_ivan@mail.ru,

²Израильский технологический институт – Технион,
Хайфа, Израиль, pismen@technion.ac.il

Предлагается математическая модель эволюции карциномы. Модель описывает пространственно-временные характеристики роста опухоли и деформации прилегающих тканей с учетом дифференциации клеток. Дифференциация раковых клеток происходит в результате прямого эпителиально-мезенхимального перехода (ЭМ-перехода) или обратного к нему мезенхимально-эпителиального перехода (МЭ-перехода). В работе даются классификация раковых клеток и описание их поведения в зависимости от этапа ЭМ-перехода, математическое моделирование ЭМ- и МЭ-переходов, а также динамика образования пространственно-распределенных структур злокачественной опухоли. Приводится сравнение с результатами экспериментальных наблюдений карциномы *in vivo*.

Ключевые слова: математическое моделирование, рост карциномы, дифференциация раковых клеток, сложные системы, эпителиально-мезенхимальный переход, самоорганизация, опухолевые структуры, амебодная миграция.

Как известно в литературе [1], злокачественность новообразований тесно связана с эпителиально-мезенхимальным переходом (ЭМ-переходом) клеток ткани. ЭМ-переход в тканях является стандартным процессом. Например, это происходит при заживлении ран, эволюционном росте органов или всего организма. В этом случае клетки эпителиальной ткани должны сменить фенотип с эпителиального на мезенхимальный, т.е. фенотип еще не дифференцировавшей клетки, не встроенной в определенную ткань. Такой переход позволяет ткани приобрести необходимую подвижность и гибкость.

После окончания процесса клетки совершают обратный МЭ-переход, и ткань восстанавливает своё равновесное состояние. В процессе ЭМ-перехода у злокачественных эпителиальных клеток, которые располагаются на инвазивном фронте опухоли, происходит разрушение десмосом. В результате злокачественно изменённые клетки более склонны к инвазивному росту, и проявляются инвазия злокачественного образования и последующее метастазирование.

Модель представляет собой набор эластичных многоугольных клеток, обменивающихся хемомеханическими сигналами. Модель была предложена в работе [2] и в дальнейшем была развита в работе [3] для исследования злокачественных новообразований. Главными элементами модели являются: механизмы деления и интеркаляции клеток; возможность деформации ткани за счёт механического воздействия; обмен химическим сигналом, осуществляемый между соседними клетками эпителия через общую границу. Также в модели разработана схема дифференциации клеток опухоли в общем социуме [4]. Механизмы деления и интеркаляции клеток, заложенные в модель, позволяют изучать процессы как коллективной миграции, так и миграции одиночными клетками. Всё перечисленное выше даёт возможность описывать развитие опухоли в ткани эпителия в целом.

В работе представлены результаты моделирования, описывающие различные структурообразования карциномы, наблюдаемые при клинических исследованиях. Проведено сравнение результатов моделирования с клиническими исследованиями [1].

Список литературы

1. Инвазия опухолевых эпителиальных клеток: механизмы и проявления / Н.В. Крахмаль, М.В. Завьялова, Е.В. Денисов, С.В. Вторушин, В.М. Перельмутер // Acta Naturae. – 2015. – Т. 7, № 2. – С. 18–31.

2. Salm M., Pismen L.M. Chemical and mechanical signaling in epithelial spreading // Phys. Biol. – 2012. – Vol. 9, No. 2. – P. 026009–026023.

3. Брацун Д.А., Захаров А.П., Письмен Л.М. Многоуровневое математическое моделирование возникновения и роста опухоли в ткани эпителия // Компьютерные исследования и моделирование. – 2014. – Т. 6, № 4. – С. 585–604.

4. Bratsun D.A., Krasnyakov I.V., Pismen L.M. Chemo–elastic modeling of invasive carcinoma development accompanied by oncogenic epithelial–mesenchymal transition // AIP Conference Proceedings. – 2017. – Vol. 1882. – 020008.

ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ LEVEL-SET-МЕТОДА В ЗАДАЧАХ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ АВИАЦИОННЫХ ДЕТАЛЕЙ

А.А. Кротких¹, П.В. Максимов²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹Andrei.krotkih@gmail.com, ²pvmperm@mail.ru

Рассматривается вопрос адекватности использования современного алгоритма топологической оптимизации на базе level-set-метода в задачах авиастроения и проектирования авиационных деталей. Алгоритм level-set-метода реализован в математическом пакете Wolfram Mathematica v.11.3, проведено сравнение с известными решениями, полученными другими методами топологической оптимизации. Проанализированы преимущества и недостатки level-set-метода в сравнении с гомогенизационными методами.

Ключевые слова: level-set-метод, топологическая оптимизация, аддитивные технологии.

Топологическая оптимизация – процесс нахождения оптимальной топологии исследуемого объекта для получения опеределённых свойств и качеств с учётом различных ограничений. В общем случае топологическая оптимизация совпадает с опти-

мизацией функций, т.е. с нахождением экстремумов исследуемых функций. Исследуемый объект можно характеризовать различными свойствами, которые описывают его топологию [5, 6]. Количество методов топологической оптимизации и примеров их успешного использования увеличивается с каждым годом, что связано с развитием аддитивных технологий производства авиационных изделий сложной топологии. Примером этому могут послужить *guide-weight*- и *level-set*-методы. Данные методы используют совершенно иные подходы, чем гомогенизационные методы, основанные на понятии виртуальной плотности [1, 5, 6]. Поиск новых методов обусловлен тем, что старые методы имеют недостатки, которые не позволяют эффективно их использовать при разработке авиационных деталей [4, 7]. Такими проблемами могут быть использование конечно-элементной сетки для построения геометрии объекта либо появление эффекта «шахматной» доски, когда область тела перестаёт быть связной и конечные элементы касаются друг друга только узлами, либо численная нестабильность, приводящая к появлению различных «артефактов», и вычислительная сложность. В рамках данной работы будет рассмотрен один из методов топологической оптимизации – *level-set*-метод.

Сформулируем математическую постановку задачи структурной оптимизации следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\partial D}{\text{Minimize}} J(u) = \int_D F(u) d\Omega, \\
 & \int_D E_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} d\Omega = \int_D p u d\Omega + \int_{\partial D_t} \tau u dS, \\
 & u|_{\partial D_u} = u_0 \forall u \in U, \\
 & \int_D d\Omega \leq V_{\max},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где D – область исследуемого тела, ∂D – граница тела, ∂D_u – граница тела с приложенными кинематическими условиями, ∂D_t – граница тела с приложенными силовыми условиями, u – переме-

щения, U – поле кинематически допустимых перемещений, E_{ijkl} – тензор упругости, ε_{ij} – тензор деформаций, p – массовые силы, τ – силы на границе тела, u_0 – кинематические граничные условия, V_{\max} – максимально допустимый объём, J – работа внешних сил.

Необходимо модифицировать постановку (1) с помощью level-set-метода. Пусть существует скалярная функция Φ , определённая в \mathbb{R}^n , тогда существует изоповерхность функции Φ : $S = \{x : \Phi(x) = k\}$, где x – координаты точки на изоповерхности, k – значение скалярной функции, равное константе для произвольной изоповерхности. Назовём эту поверхность level-set-моделью [2, 3, 8]. Процесс структурной оптимизации можно описать как эволюцию level-set-модели во времени: $S = \{x(t) : \Phi(x(t), t) = k\}$. В данном случае изоповерхность S представляет собой level-set-модель. Продифференцировав это выражение, мы получим уравнение Гамильтона – Якоби:

$$\frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial t} + \nabla \Phi(x, t) \frac{dx}{dt} = 0. \quad (2)$$

С помощью (2) процесс структурной оптимизации выглядит следующим образом: пусть $\frac{dx}{dt}$ – движение точки на изоповерхности, движимое целевой функцией оптимизации. Тогда оптимальным решением задачи структурной оптимизации будет решение дифференциального уравнения относительно Φ :

$$\frac{\partial \Phi(x)}{\partial t} = -\nabla \Phi(x) \Gamma(x, \Phi), \quad (3)$$

где $\Gamma(x, \Phi)$ – «вектор скорости» изоповерхности, определяемый из целевой функции.

Пусть level-set-функция Φ определена следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi(x) &> 0 \forall x \in D \setminus \partial D, \\ \Phi(x) &< 0 \forall x \in \bar{D} \setminus D. \end{aligned} \quad (4)$$

Функция $\Phi(x)$ может определяться по-разному [2, 3, 9, 15, 34], главное условие – равенство нулю на границе тела. Поскольку начальная топология тела считается известной, определить функцию Φ можно всегда. В итоге задача оптимизации формы сводится к нахождению такой изоповерхности скалярной функции Φ , где значение целевой функции достигает экстремума. С учётом (2–4) мы можем переформулировать постановку задачи структурной оптимизации (1) следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J(u, \Phi) &= \int_D F(u)H(\Phi)d\Omega, \\ \int_D E_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}H(\Phi)d\Omega &= \int_D p\nu H(\Phi)d\Omega + \int_{\partial D_i} \tau\nu\delta(\Phi)|\nabla\Phi|dS, \\ u|_{\partial D_n} &= u_0 \quad \forall u \in U, \\ \int_D H(\Phi) &\leq V_{\max}. \end{aligned}$$

Level-set-метод позволяет в ходе решения задачи получить решение в виде топологически гибкой модели [2, 3, 8]. Это является одним из самых важных преимуществ метода перед другими. Изоповерхность S способна самостоятельно образовывать новые границы внутри своей области и объединять их.

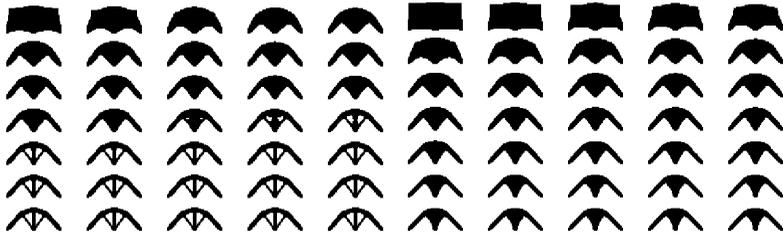


Рис. Пример изменения изоповерхности при решении двумерной задачи структурной оптимизации с различными вариантами реализации

На рисунке качественно показан процесс эволюции level-set-модели объекта при использовании различных алгоритмов level-set-

метода. Стоит отметить, что level-set-метод имеет ряд преимуществ при проектировании авиационных деталей. Практически не требуется дополнительная обработка модели, как, например, после методов, построенных на гомогенизации. Результат выдаётся в виде аналитической поверхности, которую без затруднений можно использовать в дальнейшей работе в инженерно-прикладных пакетах.

Заключение

1. Метод позволяет получить решение в виде гладкой функции.
2. Решение получается связным и физически обоснованным.
3. Метод позволяет решать широкий спектр задач структурной оптимизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (договор № 02.G25.31.0168 от 01.12.2015 г. в составе мероприятия по реализации Постановления Правительства РФ № 218).

Список литературы

1. Giga-voxel computational morphogenesis for structural design / N. Aage, E. Andreassen, B.S. Lazarov, O. Sigmund // *Nature*, 550 (7674). – 2017. – 84–86. – URL: <https://doi.org/10.1038/nature23911>
2. Structural optimization using topological and shape sensitivity via a level set method / G. Allaire, F. de Gournay, F. Jouve, A. Toader // *Umr 7641*. – 2005. – 1–21.
3. Allaire G., Jouve F., Toader A.M. Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method // *Journal of Computational Physics*. – 2004. – Vol. 194. – URL: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.09.032>
4. Bashin K., Torsunov R., Semenov S. Topology Optimization Methods in Aerospace Industry // *Perm National Research Polytechnic University Aerospace Engineering Bulletin*. – 2017. – 51. – 51–61. – URL: <https://doi.org/10.15593/2224-9982/2017.51.05>

5. Topology optimization-broadening the areas of application / M. Bendsoe, E. Lund, N. Olhoff, O. Sigmund // Control and Cybernetics. – 2005. – 34 (1). – 7–35. Retrieved from <http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/cc/cc34/cc3412.pdf>

6. Bendsøe M.P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods, and applications. – 2003. – Vasa. – URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05086-6>

7. Borovikov A., Tenenbaum S. Topology Optimization of Spacecraft Transfer Compartment // Aerospace Scientific Journal. – 2016. – 16 (05). – 16–30. – URL: <https://doi.org/10.7463/aersp.0516.0847780>

8. Wang M., Wang X., Guo D. A level set method for structural topology optimization // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. – 2003. – Vol. 192. – P. 227–246.

МНОГОУРОВНЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ И СПЛАВАХ

К.А. Курмоярцева

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, kurmoiartseva.k@mail.ru

Для прогнозирования безопасной эксплуатации деталей и конструкций, в том числе для учета зарождения и развития дефектов, наиболее эффективным подходом представляются создание и совершенствование математических моделей материалов, учитывающих эволюцию структуры материала. Для корректного моделирования процесса накопления повреждений требуются детальный анализ и описание поведение материала на разных масштабных уровнях. Одним из наиболее перспективных направлений представляется построение многоуровневых моделей, основанных на физических теориях упругопластичности. Целью настоящего исследования является разработка многоуровневой математической модели для анализа поведения металлов, позволяющей описывать процессы зарождения трещин и их развития.

Ключевые слова: многоуровневые модели, физические теории пластичности, накопление поврежденности, дислокационные модели зарождения трещин.

Исследование процессов накопления повреждений и разрушения в течение многих десятилетий является весьма актуальной задачей. Во многих отраслях промышленности выдвигаются строгие требования к механическим свойствам используемых материалов. Увеличение срока службы деталей и конструкций требует совершенствования надежных методов и моделей для прогнозирования поведения материала вплоть до момента разрушения. Большинство современных задач разрушения материалов рассматривается с позиций либо анализа распространения уже существующих трещин, либо эволюции осредненных мер поврежденности. В рамках данного исследования предлагается построение многоуровневой модели, основанной на физических теориях упругопластичности, которая будет учитывать физические причины эволюции внутренней структуры материала и дефектов различной природы. Целью данного исследования является разработка прямой многоуровневой математической модели для анализа поведения металлов и сплавов, позволяющая описывать процессы накопления поврежденности, зарождения трещин, их развития и перехода к разрушению.

В рамках данного исследования предполагается тесная взаимосвязь между пластической деформацией и зарождением трещин. Основным механизмом пластической деформации считается скольжение краевых дислокаций. Зарождение микротрещин является коллективным эффектом взаимодействия дислокаций с превращением энергии дислокаций в поверхностную энергию. К таким механизмам относят широко известные дислокационные модели зарождения трещин [1, 2]. Для описания процессов накопления повреждений в металлах предполагается использовать многоуровневую математическую модель. При этом деление на масштабные уровни производится с учетом необходимости описания различных физических процессов. Так, в структуре разрабатываемой модели выделены макроуровень, мезоуровень-I и мезоуровень-II.

На макроуровне решается краевая задача для поликристаллического агрегата, записываются уравнения баланса для этой совокупности зерен. Деформирование отдельных кристаллитов рассматривается на мезоуровне-I. При этом учитываются повороты кристаллитов как жесткого целого и их деформирование, а также увеличение размеров микротрещин. В качестве определяющего соотношения принимается гипопругий закон с использованием несимметричной индифферентной меры скорости деформации, которую можно разложить на упругую и пластическую составляющие: $\mathbf{z} = \mathbf{z}^e + \mathbf{z}^{in}$. Пластическая составляющая определяется суммированием скоростей сдвигов по всем системам скольжения кристаллита: $\mathbf{z}^{in} = \sum_{k=1}^n \dot{\gamma}^{(k)} \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)}$, где $\dot{\gamma}^{(k)}$ – скорость сдвига в k -й системе скольжения отдельного элемента мезоуровня-II, $\mathbf{b}^{(k)}$ и $\mathbf{n}^{(k)}$ – единичные векторы направления скольжения и нормали плоскости скольжения.

Эволюция носителей пластической деформации (дислокаций) рассматривается на мезоуровне-II. Элементом данного уровня являются части зерен и субзерен, при этом плотности дислокаций принимаются равномерно распределенными на каждой из систем скольжения. В данной работе учитывается разделение дислокаций на положительные и отрицательные в зависимости от расположения экстраплоскости. Под действием касательных напряжений на одной и той же системе скольжения движение положительных и отрицательных дислокаций осуществляется, в противоположные стороны, поэтому скорость сдвига определяется с использованием модифицированного уравнения Орована: $\dot{\gamma}^{(k)} = \dot{\gamma}_+^{(k)} + \dot{\gamma}_-^{(k)} = b^{(k)} \rho_+^{(k)} v_+^{(k)} - b^{(k)} \rho_-^{(k)} v_-^{(k)}$, где $b^{(k)}$ – модуль вектора Бюргерса, $\rho_{\pm}^{(k)}$, $v_{\pm}^{(k)}$ – плотности и скорости движения положительных или отрицательных дислокаций соответственно. Скорость движения дислокаций определяется с использованием следующего соотношения [3]:

$$v_{\pm}^{(k)} = \pm v_0^{(k)} \left| \frac{\tau^{(k)}}{\tau_{c\pm}^{(k)}} \right|^m \exp \left[-\frac{\Delta F}{k\theta} \right] H(|\tau^{(k)}| - \tau_{c\pm}^{(k)}) \text{sign}(\tau^{(k)}), \text{ где } \tau_{c\pm}^{(k)} - \text{кри-}$$

тическое напряжение сдвига на соответствующей системе скольжения, ΔF – энтальпия активации движения дислокации, k – константа Больцмана, θ – абсолютная температура, $H(\cdot)$ – функция Хэвисайда, $\tau^{(k)}$ – сдвиговое напряжение в k -й системе скольжения (определяется по приложенным напряжениям).

Изменение плотности дислокаций происходит за счет таких механизмов, как зарождение новых дислокаций, аннигиляция разноименных дислокаций на каждой из систем скольжения и приток (отток) дислокаций из соседних элементов мезоуровня-II:

$$\dot{\rho}_{\pm}^{(k)} = \dot{\rho}_{nuc\pm}^{(k)} + \dot{\rho}_{inflow\pm}^{(k)} - \dot{\rho}_{ann}^{(k)} - \dot{\rho}_{outflow\pm}^{(k)}.$$

Критические напряжения сдвига в общем случае зависят от плотностей дислокаций и барьеров на системах скольжения, учитывают взаимодействия дислокаций и сопротивление границ кристаллитов. Общий вид соотношения:

$$\tau_{c\pm}^{(k)} = \tau_{c\pm 0}^{(k)} \sqrt{\sum_{\beta} (g_{\pm}^{(k,\beta)} \rho_{+}^{(\beta)} + g_{2\pm}^{(k,\beta)} \rho_{-}^{(\beta)})} + \tau_{barrier}^{(k)} + \tau_{boundary}^{(k)}, \text{ где матрицы}$$

$g^{(k,\beta)}$ описывают взаимодействий дислокаций различных систем скольжения [4], $\tau_{barrier}^{(k)}$, $\tau_{boundary}^{(k)}$ – напряжения, вызванные барьерами различной природы и границами зерен.

Также на мезоуровне-II описывается зарождение микротрещин. Для того чтобы зарождение трещины стало энергетически выгодным, необходимо запасти часть работы внешних сил в виде латентной энергии или создать область больших перенапряжений. Для деталей из титановых сплавов, подвергаемых циклическим нагружениям, наиболее вероятным механизмом зарождения трещин можно принять возникновение скоплений дислокаций, приводящее к локальным перенапряжениям [5]. Кроме того, в рамках разрабатываемой модели можно учесть и другие механизмы зарождения трещин, например, связанные с аннигиляцией встречных скоплений дислокаций противоположных знаков.

Будем считать, что скопление дислокаций (достижение плотности дислокаций критического значения) переходит в супердислокацию с длиной вектора Бюргерса $B = nb$, где n – количество дислокаций в скоплении. Данную супердислокацию и будем считать зародышевой трещиной. В данной работе принимается гипотеза, что трещина, образованная за счет дислокационного механизма, будет иметь клиновидную форму. При этом ширина этой микротрещины совпадет с вектором Бюргерса супердислокации. Соотношение для длины трещины выводится минимизацией энергии дислокационной трещины [1] и равна $n^2b/2$. В качестве третьего параметра трещины принимается среднее расстояние между дислокациями на данной системе скольжения $(\rho^k)^{-1/2}$.

Таким образом, в работе предлагается построение многоуровневой математической модели, учитывающей многостадийность процессов деформирования и разрушения металлов, с явным описанием характерных механизмов этих процессов на разных масштабных и структурных уровнях. Данный подход позволяет вводить параметры внутренней структуры материала и отслеживать влияние отдельных механизмов накопления повреждений и деформирования на особенности поведения материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01292).

Список литературы

1. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. – М.: Металлургия, 1984. – 280 с.
2. Иванова В.С., Гордиенко Л.К., Геминев В.Н. Роль дислокаций в упрочнении и разрушений металлов. – М.: Наука, 1965. – 180 с.
3. Constitutive description of dynamic deformation: physically-based mechanisms / M.A. Meyers, D.J. Benson, O. Vohringer,

B.K. Kad, Q. Xue, H.-H. Fu // Mater. Sci. Engng. – 2002. – Vol. 322, № 1–2. – P. 194–216.

4. Latent hardening and plastic anisotropy evolution in AA6060 aluminium alloy / M. Khadyko, S. Dumoulin, G. Cailletaud, O.S. Hopperstad // Int. J. Plasticity. – 2016. – Vol. 76. – P. 51–74.

5. Bache M. A review of dwell sensitive fatigue in titanium alloys: the role of microstructure, texture and operating conditions // Int. J. Fatigue. – 2003. – Vol. 25. – P. 1079–1087.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ КАПЛИ РАСПЛАВА МЕТАЛЛА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ИЗДЕЛИЙ МЕТОДОМ ПОСЛОЙНОЙ НАПЛАВКИ

Д.А. Лоевец

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, loevetsda@gmail.com

Задача оптимизации производства является приоритетной задачей в металлургии, поэтому многие компании заинтересованы в разработке новых подходов для изготовления и обработки изделий из металлических материалов. В работе рассматривается интенсивно развивающийся подход к изготовлению новых металлических конструкций – послойная наплавка. В рамках работы решается задача описания зеренной структуры при затвердевании капли металлического раствора при взаимодействии с подложкой. Для построения зеренной структуры при имитации процесса кристаллизации используется алгоритм построения многогранников Вороного. Предложена модель, имитирующая процесс кристаллизации с учетом зависимости скорости кристаллизации от градиента температуры, а также рассчитаны геометрические характеристики образовавшихся в процессе кристаллизации зерен, такие как вытянутость (равносность), средний размер зерна, а также среднее количество граней, приходящееся на одно зерно, для различных начальных распределений центров кристаллизации и различных температур подложки.

Ключевые слова: математическая модель, многогранники Вороного, кристаллизация, аддитивные технологии.

Сегодня все большее число промышленных компаний заинтересовано в максимальной оптимизации производственного процесса, в том числе в минимизации затрат на изготовление продукции. Существенным фактором при этом являются временные затраты на создание и исследование прототипов и внедрение изделий в массовое производство. Одним из широко разрабатываемых направлений, позволяющих оптимизировать затраты на изготовление продукции, является использование аддитивных технологий (АТ, англ. AM). Основная идея АТ заключается в соединении материалов слой за слоем для создания объектов из данных компьютерной 3D-модели [1]. Именно этим АТ отличаются от обычных (объемных) технологий производства деталей и элементов конструкций, подразумевающих механическую обработку, связанную с удалением вещества из заготовки для получения требуемой формы изделия. При изготовлении металлических деталей и конструкций с использованием АТ неизбежным этапом технологического процесса является кристаллизация металла из расплава. Под кристаллизацией в рамках работы будем понимать процесс перехода из жидкого или газообразного состояния в твердое, в результате чего образуется моно- или поликристаллическая структура [2]. Одним из важнейших вопросов при использовании аддитивных технологий является скорость подачи материала на подложку. Управляя этим параметром, можно получать необходимую зеренную структуру и контролировать геометрические характеристики этой структуры, такие как вытянутость (равноосность) зерен, а также получать текстуру кристаллизации, которая приводит к появлению анизотропии свойств изделия, из-за чего приходится проводить дополнительные этапы термомеханической обработки. Зеренная структура поликристалла, в свою очередь, определяет его важнейшие физико-механические свойства.

В рамках работы рассмотрена задача построения зеренной структуры капли металлического раствора в зависимости от различного распределения центров кристаллизации и темпера-

турах подложки. Зеренная структура реализована с помощью алгоритма Вороного с использованием математического пакета Wolfram Mathematica 11.1.

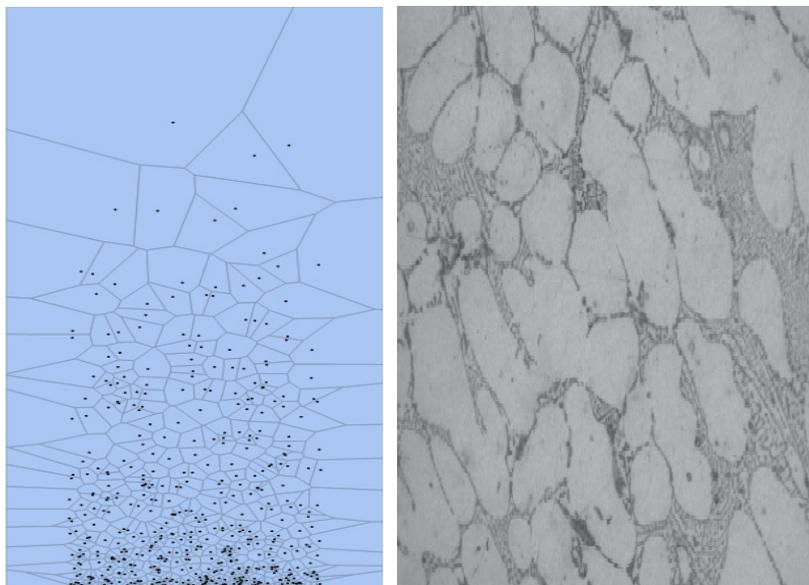
Для распределения центров кристаллизации в капле применяется закон распределения χ^2 . Считается, что скорость фронта кристаллизации зависит от градиента температуры. Основная идея алгоритма заключается в использовании заметающей прямой. Имеются N центров кристаллизации на плоскости и заметающая прямая, которая двигается параллельно сама себе «сверху вниз». Когда заметающая прямая попадает на очередную точку, создаётся парабола, фокусом которой является данная точка, а директрисой – заметающая прямая. Эта парабола делит плоскость на две части – «внутреннюю» область параболы и «внешнюю» область; точки, лежащие на параболе, равноудалены от ее фокуса и заметающей прямой. Парабола расширяется, у неё появляются две контрольные точки. Когда две контрольные точки – по одной из разных парабол – «встречаются», т.е. превращаются в одну, эта точка и становится вершиной ячейки Вороного. Далее происходит соединение этой точки с предыдущей, соответствующей ей, и получается новое ребро ячейки Вороного.

Используя алгоритм имитации зеренной структуры, можно определить средние характеристики получившихся многогранников: вытянутость или равноосность многогранников, средний размер многогранников, среднее число граней, приходящееся на один многогранник, среднее значение площади границы для многогранника.

На рисунке представлена характерная структура диаграммы Вороного, удовлетворяющая заданному закону распределения центров кристаллизации.

Большое влияние на физико-механические свойства поликристаллического материала оказывает не только средний размер зерна, но и его форма. Научившись управлять размером и формой кристаллитов при их росте, можно управлять физико-

механическими свойствами готовых изделий. Например, средний размер зерна определяет предел текучести (закон Холла – Петча), среднее число граней говорит о вероятности образования микрповреждений в приграничной области.



a

б

Рис. Структура диаграммы Вороного: *a* – с обозначенными центрами кристаллизации; *б* – срез металлического образца, полученного в процессе АТ [3]

Для определения формы кристаллита необходимо найти отношение максимальной длины ребра многогранника к минимальной, и если это отношение примерно равно 10, зерно будет считаться разносным, если же отношение больше 10, – вытянутым. В структуре, представленной на рисунке, *a*, в основном преобладают вытянутые зерна.

С помощью разработанной математической модели можно определить площадь многогранника. Средняя площадь много-

гранников составляет $S_{\text{ср}} = 0,013$. Также в задаче необходимо определить среднюю длину ребра многогранников. В структуре, представленной на рисунке, *a*, средняя длина ребра многогранника составляет $L = 0,062$. С помощью разработанной модели можно определить и среднее количество ребер, приходящееся на один многогранник. Например, для структуры, представленной на рисунке, *a*, в среднем у каждого многогранника 6 ребер.

Для определения размера зерна, входящих в структуру, показанной на рисунке, *a*, использовался следующий алгоритм: каждому многограннику в соответствии ставился равновеликий круг и далее рассчитывался радиус получившегося круга. Для структуры, изображенной на рисунке, *a*, средний размер зерна составляет $R = 0,044$.

Таким образом, в работе представлена модель, позволяющая получить геометрическое описание зеренной структуры, полученной в результате кристаллизации с учетом изменения температуры подложки.

Список литературы

1. Смирнов О.И., Скородумов С.В. Моделирование технологии послойного синтеза при разработке изделий сложной формы // Современные наукоемкие технологии. – 2010. – № 4. – С. 83–87; Горюшкин В.И. Основы гибкого производства деталей машин и приборов. – Минск: Наука и техника, 1984. – 222 с.

2. Кристаллизация металлов и сплавов [Электронный ресурс] / Сибирский гос. ун-т науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнева. – URL: <https://studfiles.net/preview/5759690/page/5/>. (Материаловедение. Лекции X и M).

3. Мохамед И.А., Чурюмов А.Ю. Исследование микроструктуры и свойств композиционных материалов AL-SI-MG/SiC, полученных кристаллизацией под давлением // Физика металлов и материаловедение. – 2016. – Т. 117. – № 10. – С. 1089–1095.

МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ДРЕЙФА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО КОНТУРА

Д.А. Лыков¹, О.Ю. Сметанников²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹lykovdaperm@gmail.com, ²sou2009@mail.ru

Найдены эффективные физико-механические свойства волоконного оптического контура с гексагональной укладкой волокон. Рассчитана задача нестационарной теплопроводности и квазистационарной термоупругости. Приведено сравнение с расчетными данными на модели с микроструктурой.

Ключевые слова: эффективные свойства, волоконно-оптический контур.

Работа посвящена проверке алгоритма замены микроструктурной модели волоконного оптического контура (ВОК) с гексагональной укладкой волокон [1] (рис. 1) на модель с эффективными физико-механическими свойствами.

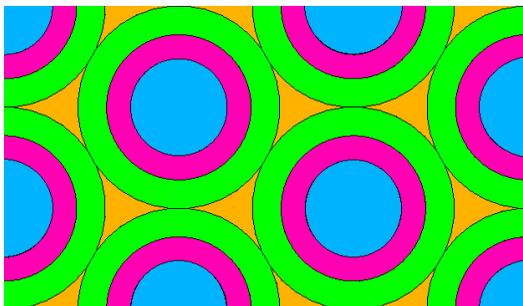
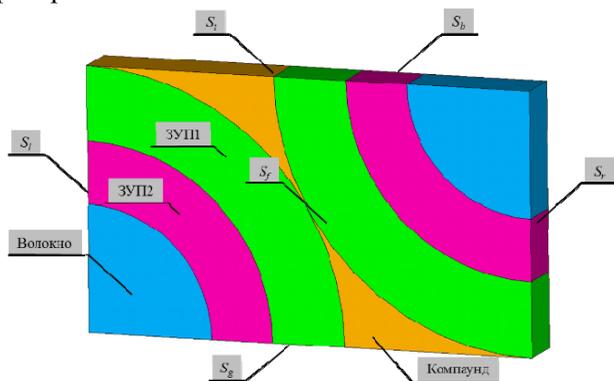


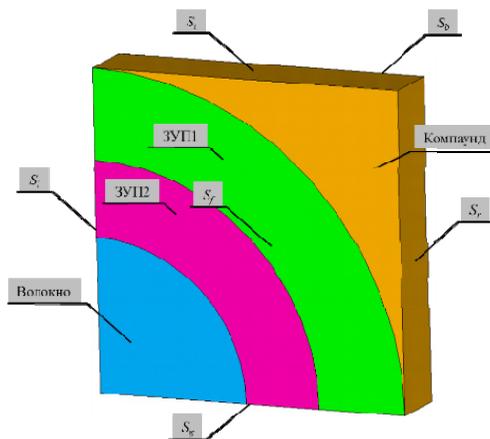
Рис. 1. Поперечное сечение волоконной катушки

Исходя из структуры однонаправленного композита с гексагональной укладкой волокон и согласно гипотезе континуума [2], материал можно считать однородной средой, которая имеет ось упругой симметрии, совпадающую с направлением волокон.

Выделим из объема ячейки периодичности внутренних слоев контура (рис. 2, *a*) и внешних слоев (рис. 2, *б*), в первом случае материал является трансверсально-изотропным, а во втором – ортотропным.



a



б

Рис. 2. Ячейки периодичности:
a – внутренние слои; *б* – внешние слои

Таким образом, упругое поведение композита характеризуется пятью независимыми константами: модулями упругости

E_1 и E_2 , соответствующими направлениям вдоль и поперек волокон, коэффициентами Пуассона ν_{12} и ν_{23} и операторным модулем сдвига G_{12} , которые требуется определить из задачи теории термоупругости, приложенной к оригинальным представительным объемам, изображенным на рис. 2, а, б.

Модуль упругости E_1 и коэффициенты Пуассона ν_{12} и ν_{13} находятся из оригинального численного эксперимента на продольную деформацию, где свободные границы остаются плоскими. Модуль упругости E_2 и коэффициенты Пуассона ν_{23} и ν_{21} находятся аналогично, из численного эксперимента на поперечную деформацию, где свободные границы так же остаются плоскими.

Модуль продольного сдвига G_{12} находится из решения классической упругой задачи на сдвиг. Решение проводится с учетом того, что перемещения на противоположных сторонах в соответствующих точках равны. В случае ортотропного материала так же необходимо высчитать модуль поперечного сдвига G_{23} .

Коэффициенты температурного расширения композита α_i находятся из упругой задачи на температурную деформацию.

Эффективные теплоемкость и плотность находятся по правилу смесей. Для определения эффективной теплопроводности проводился дополнительный численный эксперимент.

Функционал кажущейся угловой скорости, зависящий от скоростей температур [3] и упругих деформаций [4], в котором произведена замена полной деформации ε на сумму упругой и температурной $\varepsilon^e + \varepsilon^T$, принимает вид:

$$\Omega = \frac{1}{LD} \int_0^L \left[n \frac{\partial n}{\partial t} \dot{T} + n^2 (\dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^T) + \frac{n^4}{2} [v(p_{11} + p_{12}) - p_{12}] (\dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^T) \right] (L - 2l) dl,$$

где L – длина волокна, D – средний диаметр контура, n – показатель преломления, ν – коэффициент Пуассона, $\frac{\partial n}{\partial t}$, p_{11} , p_{12} – термооптическая и упругооптические константы, \dot{T} – скорость температуры, $\dot{\epsilon}$ – скорость диагональной компоненты тензора упругих деформаций, действующей вдоль волокна.

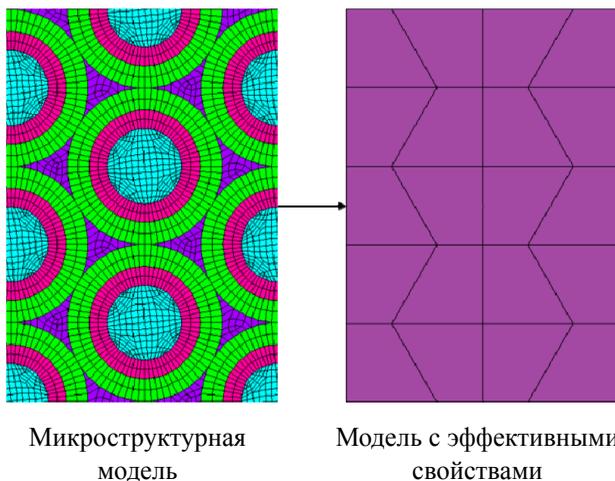


Рис. 3. Сравнение конечно-элементных сеток

Температуры и деформации получаются путем решения задач нестационарной теплопроводности и квазистационарной термоупругости на полной осесимметричной модели ВОК с квадрупольной намоткой в оснастке. В качестве воздействия рассмотрен термомеханический переход от 20 до 60 °С со скоростью изменения температуры 1 °С/мин с последующей выдержкой 1 ч при максимальной температуре [1].

Таким образом была произведена замена микроструктурной модели волоконного оптического контура на модель с эффективными физико-механическими свойствами. На рис. 4 видно, что модель с эффективными свойствами находится ближе

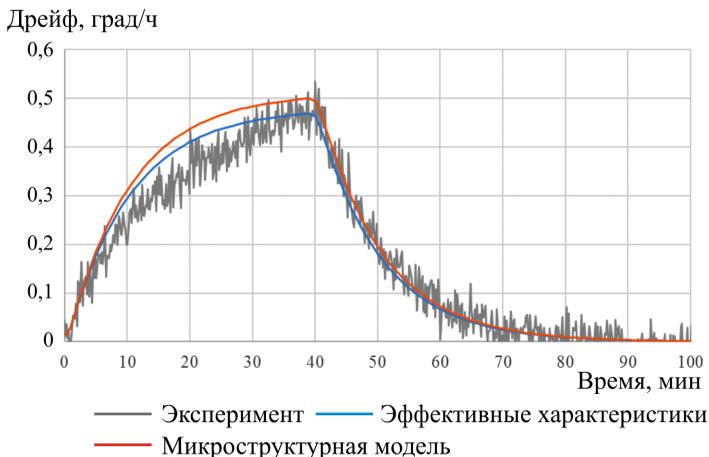


Рис. 4. Сравнение расчетных и экспериментальных данных

к экспериментальным данным. Также стоит отметить, что существенно уменьшилось время расчета: приблизительно в 200 раз, т.е. снизилось потребляемое количество вычислительных ресурсов.

Список литературы

1. Есипенко И.А., Лыков Д.А. Математическая модель теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа и ее экспериментальная верификация // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2017. – № 5. – С. 31–46.
2. Бугаков И.И. Об остаточных напряжениях в охлаждаемых полимерных телах // Теоретична и приложна механика: тр. III Болгарского нац. конгресса по теорет. и приклад. механике (Варна, 1977). Кн. 1. – София, 1977. – С. 326–331.
3. Shupe D.M. Thermally induced non-reciprocity in the fiber-optic interferometer // Appl.Opt. – 1980. – Vol. 19, no. 5. – P. 654–655.
4. Mohr F., Schadt F. Bias error in fiber optic gyroscopes due to elasto-optic interactions in the sensor fiber // SPIE. – 2004. – Vol. 5502. – P. 410–413.

ЦИКЛИЧЕСКАЯ ДОЛГОВЕЧНОСТЬ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ В УСЛОВИЯХ ДВУХОСНОГО МАЛОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

А.В. Лыкова, А.В. Ильиных

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, sem.lykova@gmail.ru, ilinih@yandex.ru

Рассматриваются вопросы прогнозирования долговечности конструкционных сплавов при малоцикловой усталости в условиях двухосного нагружения при помощи эквивалентных параметров. Построены диаграммы деформирования и определены механические характеристики материала, представлены рассчитанные зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформации при двухосном циклическом деформировании

Ключевые слова: малоцикловая усталость, сложное напряженное состояние, двухосное нагружение, прогнозирование циклической долговечности.

Работа посвящена исследованию закономерностей механического поведения и прогнозированию циклической долговечности материала при малоцикловой усталости в условиях двухосного нагружения. Проведены экспериментальные исследования на малоцикловую усталость в условиях двухосного нагружения при одновременном действии растяжения-сжатия и кручения тонкостенных трубчатых образцов при разных формах нагружения. Для проведения испытаний была задействована сервогидравлическая испытательная система Instron 8850 с использованием навесного двухосевого датчика деформаций Epsilon. Из построенных диаграмм деформирования определены основные механические свойства материала. Приводятся данные о размахах и коэффициентах асимметрии осевых и сдвиговых деформаций, о числе циклов до разрушения. Построены петли гистерезиса и зависимости пиковых нагрузок при двухосном малоцикловом нагружении. Производится пересчет эквивалентных параметров напряжения и деформаций (интенсивность напря-

жений, интенсивность деформаций). В работе представлены рассчитанные зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформации при двухосном циклическом деформировании с разными траекториями деформирования, параметрами и формами циклов.

При помощи эквивалентных параметров рассматривается возможность применения моделей накопления повреждений для оценки циклической долговечности конструкционных сплавов при двухосном малоцикловом нагружении.

Работа выполнена в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-41-590392).

МЕТОД КРУПНЫХ ВИХРЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА КОНВЕКЦИИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В КОРОТКОМ НАКЛОННОМ ЦИЛИНДРЕ

С.Д. Мандрыкин, А.С. Теймуразов

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, msd@icmm.ru

Численно изучается турбулентная конвекция жидкого натрия в наклонном цилиндре единичного аспектного отношения. Число Рейля составило $1.5 \cdot 10^7$. Уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска решаются с помощью метода конечных объемов с использованием метода крупных вихрей для описания мелкомасштабной турбулентности. Подсеточный масштаб моделируется при помощи модели Смагоринского. Детально изучено поведение крупномасштабной циркуляции (КМЦ). Обнаружено, что структура и интенсивность КМЦ зависят от угла ориентации цилиндра относительно силы тяжести. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: жидкие металлы, конвекция, метод крупных вихрей.

В работе исследуется термогравитационная турбулентная конвекция жидкого натрия ($Pr \sim 0,01$), находящегося в цилиндре единичного аспектного отношения, верхний торец которого охлаждается, а нижний нагревается. Здесь $L = D = 0,212$ м (рис. 1). Цилиндр наклонен под углом к направлению силы тяжести. Как показывает экспериментальное [1–4] и численное [5] исследование конвекции жидкого натрия в цилиндрических полостях с аспектным отношением 5 и 20, наибольший поток тепла между нагревателем и охладителем возникает в случае наклоненного цилиндра.

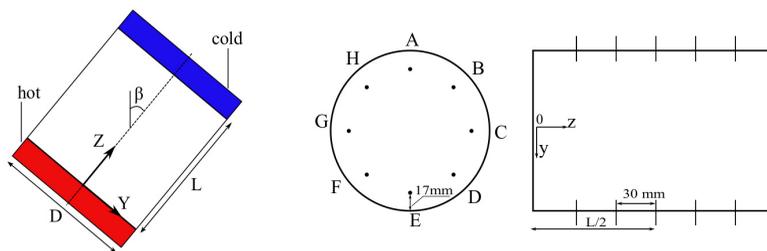


Рис. 1. Схема расчетной области; схема расположения термопар в эксперименте

Численная модель основана на уравнениях тепловой конвекции в приближении Буссинеска. Решение уравнений производилось в пакете OpenFOAM 4.1. Для описания турбулентности на мелких масштабах применялся метод крупных вихрей (LES) с подсеточной моделью Смагоринского. Использовалась блочно-структурированная сетка из 2,9 млн расчетных узлов, плотность распределения которых устанавливалась заданной функцией так, чтобы наибольшая плотность узлов достигалась вблизи границ, для разрешения пограничного слоя. Для верификации модели были произведены расчеты с параметрами задач [6], рассчитанных методом прямого численного моделирования. Для осуществления численного моделирования были использованы вычислительные мощности кластера «Уран» ИММ УрО РАН.

Показано наличие в объеме нестационарной крупномасштабной циркуляции, имеющей выделенное направление, структура и интенсивность которой зависят от наклона цилиндра. КМЦ хорошо различима на срезах средних полей скорости и температуры. По ним также видно, что КМЦ имеет выделенное направление в плоскости YZ . В то же время мгновенные поля скорости и температуры показывают наличие слошинга – смещения оси КМЦ со временем.

Далее представлены результаты для угла наклона цилиндра 20 град. Результаты расчетов показывают, что в пограничном слое укладывается минимум 10 точек расчетной сетки (рис. 2).

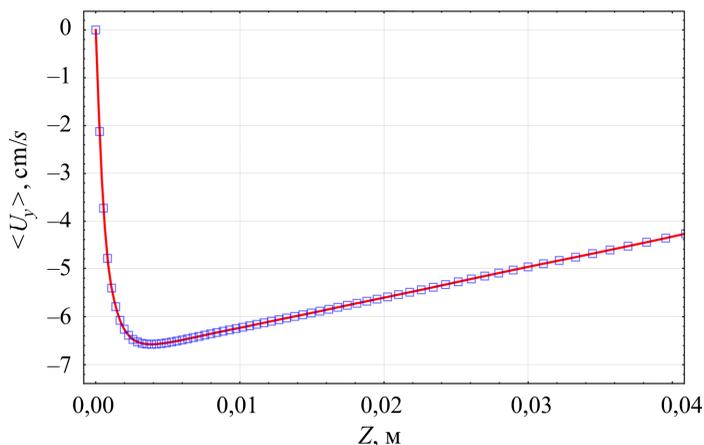


Рис. 2. Скоростной пограничный слой у торца цилиндра (символами отмечены точки сетки)

На рис. 3 сплошными линиями показаны профили средней температуры, построенные вдоль линеек термопар, относительно средней температуры. Здесь обозначения те же, что и на рис. 1, а символами представлены экспериментальные данные. Из рисунка видно, что результаты расчета и эксперимента согласуются.

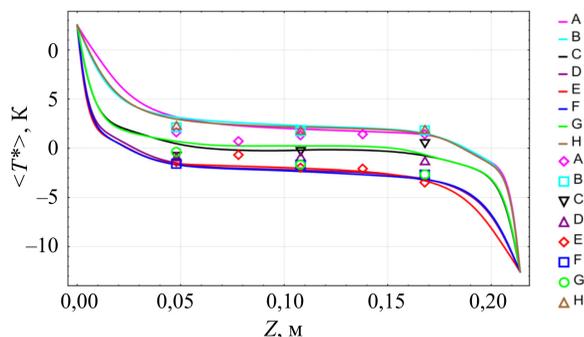


Рис. 3. Профили средней температуры вдоль линеек термопар (символами отмечены экспериментальные данные)

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-01-00459.

Список литературы

1. Thermal convection of liquid sodium in inclined cylinders / R. Khalilov, I. Kolesnichenko, A. Pavlinov, A. Mamykin, A. Shestakov, P. Frick // *Phys. Rev. Fluids.* – 2018. – 3. – 043503.
2. Turbulent convective heat transfer in a long cylinder with liquid sodium / P. Frick, R. Khalilov, I. Kolesnichenko, A. Mamykin, V. Pakholkov, A. Pavlinov, S.A. Rogozhkin // *Europhys. Lett.* – 2015. – 109. – 14002.
3. Experimental study on free convection of sodium in a long cylinder / I.V. Kolesnichenko, A.D. Mamykin, A.M. Pavlinov, V.V. Pakholkov, S.A. Rogozhkin, P.G. Frick, R.I. Khalilov, S.F. Shepelev // *Therm. Engng.* – 2015. – 62. – 414–422.
4. Turbulent convective heat transfer in an inclined tube filled with sodium / A.Yu. Vasilev, I.V. Kolenischenko, A.D. Mamykin, P.G. Frick, R.I. Khalilov, S.A. Rogozhkin, V.V. Pakholkov // *Tech. Phys.* – 2015. – 60. – 1063–7842.
5. Teimurazov A., Frick P. Thermal convection of liquid metal in a long inclined cylinder // *Phys. Rev. Fluids.* – 2017. – Vol. 2, N. 11. – 113501.
6. Shishkina O., Horn S. Thermal convection in inclined cylindrical containers // *J. Fluid Mech.* – 2016. – 790. – R3.

СВЯЗЬ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА С ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ ПОВЕРХНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ

В.Ю. Марков, Д.С. Чаплыгина

Тульский государственный университет, Тула, Россия, greasealle@mail.ru

Серия образцов, подвергнутых динамическим испытаниям вплоть до разрушения на молотокопровой установке с различными скоростями соударения, изучалась методами фрактального анализа. Поверхность разрушения исследовалась при помощи оптических и электронных микроскопов с различными увеличениями от 50 до 5000 раз. На нескольких срезах, ближе к центру образцов, измерялась длина поверхности разрушения с различными увеличениями. На основе данных измерений при помощи метода вертикальных сечений рассчитывалась фрактальная размерность поверхности разрушения. Было показано, что данная характеристика уменьшается при переходе от вязкого разрушения к хрупкому.

Ключевые слова: фрактальный анализ, поверхность разрушения, сталь 38ХНЗМА, молотокопровая экспериментальная установка.

Методы фрактального анализа применительно к поверхностям разрушения находят широкое применение на практике [1–9]. Фрактальные свойства исследуют после различных механических испытаний: усталостных [1, 7], циклических [3], квазистатических [5], динамических [7] и в условиях ползучести [4]. Во всех работах исследователи пытаются связать какие-либо фрактальные характеристики поверхности разрушения с механическими свойствами материала. И показано, что такая связь существует.

Данное исследование посвящено изучению смены механизмов разрушения конструкционной легированной стали марки 38ХНЗМА от вязкого к хрупкому при увеличении скорости нагружения при помощи фрактального анализа поверхности разрушения.

Проведена серия экспериментов на молотокопровой установке. Геометрия образцов и схема нагружения изображены на рисунке.

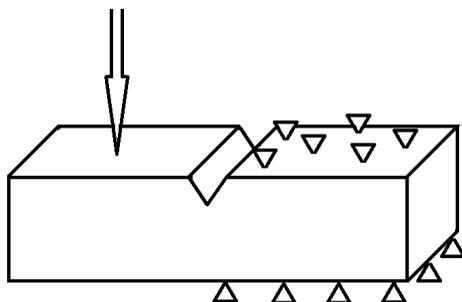


Рис. 1. Геометрия образца и схема нагружения

Образцы – прямоугольники длиной 10 см, высотой и шириной 2 см. Посередине – треугольный вырез размером 5 мм и высотой 5 мм вдоль всей ширины образца. Половина образца сверху и снизу закрепляется, а по другой половине сверху ударяет молот копра. Таким образом, разрушение образца пополам происходит с инициацией в области концентратора. Скорость удара молота копра варьировалась от 0,5 до 5 м/с.

После испытаний исследование поверхности разрушения проводилось при помощи оптического и электронного микроскопов с увеличениями от $\times 50$ до $\times 5000$. Для определения фрактальной размерности выбирались несколько срезов на поверхности разрушения вдоль удара, вдали от боковой поверхности образца – ближе к центру. Фрактальная размерность D определялась методом вертикальных сечений по формуле:

$$D = \frac{\ln(L)}{\ln(x)},$$

в которой L – это длина профиля поверхности разрушения, измеренная при увеличении x . Зависимость $\ln(L) - \ln(x)$ была построена с различными увеличениями в диапазоне трех порядков, и было показано, что величина D сходится.

Для каждого образца величина D устанавливалась статистическим осреднением по результатам измерения трех профи-

лей. В результате показано, что наибольшая фрактальная размерность поверхности разрушения наблюдается на образцах, разрушенных при скоростях соударения 0,5 м/с и равняется $D = 1,3$. Наименьшая же, наоборот, реализуется при скоростях соударения 5 м/с и равняется $D = 1,1$. Данный результат подтверждает ранее проведенные исследования [5, 8], согласно которым фрактальная размерность поверхности разрушения уменьшается при переходе от вязкого к хрупкому разрушению, что и наблюдается при увеличении скорости соударения.

Список литературы

1. Анализ поверхности усталостного разрушения закаленной стали 60Гс2 / Е.Ю. Сучкова, М.П. Ивахин, А.В. Громова, Ю.Ф. Иванов, Э.В. Козлов, В.В. Пискаленко, В.Я. Целлермаер // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения.* – 2005. – Т. 2, № 1. – С. 68–69.

2. Давыдова М.М. Применение фрактального формализма при моделировании разрушения и анализе характеристик поверхностей изломов // *Деформация и разрушение материалов.* – 2005. – № 6. – С. 12–18.

3. Кузеев И.Р., Пояркова Е.В. Анализ поверхностей разрушения различных зон разнородных сварных соединений в процессе циклической повреждаемости методом мультифрактальной параметризации // *Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов.* – 2008. – № 5 (23). – С. 187–191.

4. Влияние магнитного поля на эволюцию дефектной субструктуры и поверхность разрушения алюминия при ползучести / Д.В. Загуляев, С.В. Коновалов, В.Е. Громов, Ю.Ф. Иванов // *Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика.* – 2010. – № 2. – С. 215–220.

5. Савенков Г.Г. Связь коэффициента поперечных деформаций и стандартных механических характеристик на растяжение с фрактальной размерностью поверхности разрушения // *Вестник Тамбовского университета. Сер. Естественные и технические науки.* – 2010. – Т. 15, № 3–1. – С. 1023–1025.

6. Федотов А.А. Исследование шероховатости поверхностей твердых тел применительно к задачам трибологии и механики разрушения // Вестник Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4–4. – С. 1825–1827.

7. Фрактальный анализ поверхности разрушения сплава АМгб при усталостном и динамическом нагружении / В.А. Оборин, М.В. Банников, Ю.В. Баяндин, М.А. Сокоиков, Д.А. Билялов, О.Б. Наймарк // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 2. – С. 116–126.

8. Применение метода фрактальной параметризации для изучения рельефа поверхностей разрушения / Л.М. Нечаев, Н.Б. Фомичева, Е.В. Маркова, И.Ю. Канунникова // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования. – 2016. – № 9. – С. 47–51.

9. Фомичева Н.Б., Маркова Е.В., Канунникова И.Ю. Анализ поверхностей разрушения покрытий методом фрактальной параметризации // Известия Тульск. гос. ун-та. Технические науки. – 2017. – № 8–1. – С. 298–302.

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ ЗАЩИТНОГО СЛОЯ ПРИ ПРОБИВАНИИ ПРЕГРАД

Д.А. Меркулов

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва, Россия, Denis.Merkulov97@mail.ru

Рассматривается задача выбора оптимальной толщины защитного керамического покрытия для металлической конструкции на примере пробивания двухслойной преграды. При помощи моделирования в Ansys исследуется поведение защитного слоя при единичном и множественных соударениях. Даются рекомендации о необходимой толщине защитного слоя в зависимости от скорости и количества налетающих частиц.

Ключевые слова: пробивание преград, двухслойные преграды, керамические покрытия, Ansys, высокоскоростное соударение.

Современные летательные аппараты, в частности, космические корабли, искусственные спутники, орбитальные станции, в процессе эксплуатации непрерывно подвержены соударениям с различными частицами (крупная космическая пыль, обломки метеоритов и так далее). Постоянные соударения, в особенности высокоскоростные, приводят к накоплению поврежденности в материале конструкции аппарата и дальнейшему выходу из строя. В связи с этим вышеперечисленные аппараты снабжаются специальными защитными покрытиями. Как правило, защитное покрытие состоит из иного материала, нежели внешний слой конструкции, так как защитный слой имеет иное предназначение. Например, если основной материал внешнего слоя летательного аппарата – металл (сплав), то в качестве защитного слоя может выступать керамика.

Преимущества использования керамики для защитных слоев заключаются, во-первых, в том, что керамики обладают большей прочностью, по крайней мере, вдоль одного из своих направлений, в силу анизотропии физико-механических свойств, в отличие от металлов. Некоторые металлы, конечно, тоже проявляют анизотропию, но в гораздо меньшей степени, чем керамики. Так как направление соударения заранее известно, то всегда можно подобрать такой керамический материал, который будет иметь наибольшую прочность вдоль направления удара, что, в свою очередь, снизит общую массу защитного слоя. Во-вторых, керамики лучше поглощают энергию при соударении.

Целью настоящей работы является выбор оптимальной геометрии, а именно толщины защитного слоя в зависимости от размера налетающих частиц и количества соударений при помощи математического моделирования.

Для простоты рассматривается задача о пробивании двухслойной преграды: первый слой – керамика, второй – металл. Налетающие частицы имеют форму шара. Вопросам моделирования пробивания преград посвящен ряд работ, в которых рассматривают чисто керамические [1, 2], чисто металлические [3–5]

и композитные [6–7] преграды. Однако наибольший интерес представляют работы, посвященные моделированию многослойных преград [8–10]. В работе [11] используется комплекс Ansys для численного моделирования высокоскоростного соударения. Он же был использован и в настоящей работе.

Толщина металлического слоя равнялась 3 см, толщина защитного (керамического) покрытия варьировалась от 0,5 до 2 см. Форма двухслойной преграды имеет вид прямоугольного параллелепипеда, ширина и высота которого равны 10 см, а толщина от 3,5 до 5 см соответственно. Диаметр налетающих частиц от 0,1 до 1 см. Скорости соударения от 10 до 1000 м/с.

Первая задача посвящена единичному соударению в центр преграды. Проведена серия расчетов при различных диаметрах (от 0,1 до 1 см с шагом 0,1 см) налетающей частицы с различными скоростями (от 10 до 960 м/с с шагом 50 м/с). Оптимальная толщина подбиралась таким образом, чтобы после единичного соударения слой керамики был полностью разрушен, и при этом скорость налетающей частицы стала равна 0 м/с (в реальном расчете под «0» понимается скорость менее 1 м/с). Также важным условием является то, чтобы пластические деформации металлического слоя не превышали 0,5 %. В противном случае считается, что деформирование конструкции слишком существенное и защитный слой не выполнил свою функцию.

Вторая задача посвящена бомбардированию преграды несколькими частицами различных размеров в различные места с различными скоростями, что гораздо более приближено к реальной ситуации, чем первая задача. При формировании статистических выборок по размерам частиц и их скоростям использовался нормальный закон распределения с математическими ожиданиями 0,5 см, 500 м/с и дисперсиями 0,15 см и 150 м/с соответственно. Статистическая выборка по местам соударения формировалась по равномерному закону распределения. Все налетающие частицы соударялись с преградой под одним и тем же углом, равным 90 град к плоскости преграды, косые удары не

рассматривались – это будет вопросом дальнейшего исследования. Соударения происходили строго по очереди, т.е. следующая частица налетала на преграду только после полного торможения предыдущей. При этом остаточные материалы от предыдущей частицы в расчете не учитывались, считалось, что они отпали.

Во второй была задана конкретная толщина слоя керамики (от 0,5 до 2 см с шагом 0,25 см), при которой проверялось, сколько выстрелов в среднем она выдержит. Критерием остановки процесса бомбардирования было достижения пластических деформаций более 0,5 % в металлическом слое преграды. Для каждой исследуемой толщины защитного слоя было проведено по 10 расчетов с различными выборками по скоростям и размерам налетающих частиц, а также местам соударения, после чего среднее число выдержанных выстрелов определялось, как среднее арифметическое между количеством выдержанных выстрелов в десяти расчетах.

В результате были получены следующие зависимости:

1) зависимость необходимой минимальной толщины защитного слоя для купирования единичного выстрела от скорости соударения при фиксированном размере частицы;

2) зависимость необходимой минимальной толщины защитного слоя для купирования единичного выстрела от размера частицы при фиксированной скорости соударения;

3) зависимость среднего числа выстрелов, которое может выдержать защитный слой от его толщины.

Список литературы

1. Кобылкин И.Ф., Горбатенко А.А. Феноменологическая модель пробивания керамических преград // Вестник Моск. гос. техн. ун-та им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2016. – № 6 (111). – С. 62–73.

2. Кобылкин И.Ф. Механика пробивания керамических преград // Физика горения и взрыва. – 2017. – Т. 53, № 1. – С. 123–128.

3. Инженерное и физическое моделирование высокоскоростного взаимодействия стержневых ударников с преградами / А.А. Коняев, Т.М. Платова, В.Ф. Толкачев, И.Е. Хорев // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – Т. 56, № 7–3. – С. 62–64.

4. Дроздов А.В., Захаров В.М., Хорев И.Е. Физические особенности разрушения преград конечной толщины при высокоскоростном проникании высокопрочных ударников // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2013. – Т. 10, № 4. – С. 480–486.

5. Биалалов Д.А., Соковиков М.А., Чудинов В.В. Многомасштабные механизмы локализации пластической деформации при пробивании преград // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – № 5. – С. 43–47.

6. Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.Д. Моделирование процессов пробивания композитных текстильных преград // Наука и инновации: инженер. журнал. – 2015. – № 8 (44). – С. 4.

7. Постнов В.И. Энергетический подход к оценке сопротивляемости пробиванию полимерных композитов // Авиационные материалы и технологии. – 2003. – № 3. – С. 18–26.

8. Кобылкин И.Ф. Пробивание двухслойных преград с внешним керамическим слоем и оптимизация их структуры // Физика горения и взрыва. – 2017. – Т. 53, № 4. – С. 126–133.

9. Исследование диссипативных факторов при пробивании многослойных тканых преград / П.А. Моссаковский, В.В. Баландин, А.П. Беляев, Т.А. Белякова, А.М. Брагов, А.В. Инюхин, Л.А. Костырева // Проблемы прочности и пластичности. – 2015. – Т. 77, № 4. – С. 385–392.

10. Моделирование методом кластерной динамики высокоскоростного осколочного воздействия на многослойные преграды / Б.Л. Воронин, М.В. Здорова, С.В. Копкин, М.В. Ветчинников, И.А. Давыдов, Е.А. Пронин // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2012. – № 1. – С. 43–51.

11. Кройтор О.К. Моделирование пробивания плоских преград в Ansys autodyn // Аллея науки. – 2017. – Т. 2, № 10. – С. 241–245.

ОЦЕНКА ТЕМПЕРАТУРНО-СКОРОСТНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МЕХАНИЗМОВ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ

А.О. Микрюков, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, anto-mikryuko@yandex.ru

В работе рассматриваются вопросы, связанные с влиянием температуры и скорости деформирования на физико-механические свойства и эволюцию внутренней структуры поликристаллов при их обработке и эксплуатации. Для этого в рамках двухуровневой математической модели описаны механизмы неупругого деформирования, чувствительные к изменениям температурно-скоростных характеристик процесса деформирования. С использованием модели проведены серии численных экспериментов, результатами которых являются диаграммы напряженно-деформированного состояния при различных температурно-скоростных условиях; сделана оценка вклада каждого из конкурирующих механизмов неупругой деформации, построена карта лидирующих механизмов неупругого деформирования.

Ключевые слова: двухуровневая математическая модель, механизмы неупругого деформирования, температура, скорость деформирования, неупругое деформирование алюминия, поликристалл, ГЦК, физические теории пластичности.

Учесть механизмы неупругого деформирования, которые вносят существенный вклад в поведение материала, при моделировании интенсивных пластических деформаций возможно при помощи использования соответствующей модели кристаллита, которая позволяет описать с физической точки происхождения процессов поведение механизма. Таким образом, в работе используется двухуровневый подход к описанию неупру-

того деформирования поликристаллического материала, основанный на физических теориях пластичности [1]. Этот подход предполагает выделение макроуровня (представительного объема поликристалла) и мезоуровня (кристаллита). Структура и соотношения модели представительного макрообъема подробно изложены в [1].

В основу модели мезоуровня положен закон Гука в скоростной релаксационной форме. Принимается гипотеза об аддитивном разложении упругой и неупругой составляющей меры скорости деформации, таковой является транспонированный градиент относительной скорости перемещений. Связь между масштабными уровнями осуществляется при помощи обобщенной гипотезы Фойгта.

Чтобы учесть действующие механизмы неупругого деформирования, в рамках модели мезоуровня принимается гипотеза об аддитивности неупругой составляющей меры скорости деформации на скорости низко- ζ_{dg}^{in} , средне- ζ_{dc}^{in} и высокотемпературных деформаций ζ_{dif}^{in} :

$$\zeta^{in} = \zeta_{dg}^{in} + \zeta_{dc}^{in} + \zeta_{dif}^{in} .$$

Также предполагается, что в качестве основного механизма неупругого деформирования для низкотемпературных деформаций выступает скольжение дислокаций по кристаллографическим системам скольжения. Скорость сдвига по системе скольжения определяется из соображений, что термоактивационный характер движения дислокаций связан с преодолением энергетического барьера, обусловленного энергией взаимодействия атомных плоскостей в кристаллической решетке [2]. Соотношение учитывает зависимость движения дислокации как от напряжения Пайерлса, так и движения дислокации двойным перегибом и имеет вид [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta_{dg}^{in} = \sum_{k=1}^K \dot{\gamma}_{dg}^{(k)} b^{(k)} n^{(k)}, \\ \dot{\gamma}_{dg}^{(k)} = \begin{cases} \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{Gb^3(\tau_c^{(k)} - \tau^{(k)})}{2k_B T}\right), & \text{при } \tau^{(k)} < \tau_c^{(k)} \\ \dot{\gamma}_0, & \text{при } \tau^{(k)} \geq \tau_c^{(k)} \end{cases}, \quad k=1, \dots, K, \end{array} \right.$$

где $\dot{\gamma}_{dg}^{(k)}$ – скорость сдвига по k -й системе скольжения; $\dot{\gamma}_0$ – характерная скорость сдвига; G – модуль сдвига; $\tau^{(k)}$ – действующее сдвиговое напряжение; $\tau_c^{(k)}$ – критическое значение напряжения сдвига; k_B – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; b – модуль вектора Бюргерса; K – количество систем скольжения.

В качестве основного механизма неупругого деформирования для среднетемпературных деформаций принимается механизм дислокационной ползучести. Скорость неупругой деформации, обусловленная дислокационной ползучестью, определяется из соображений, что при достижении температуры, соответствующей реализации механизма дислокационной ползучести, дислокации приобретают дополнительную степень свободы за счет способности к переползанию, которая возникает за счет миграции вакансий в кристаллической решетке, что позволяет им передвигаться в направлении, перпендикулярном плоскости скольжения. Соотношения для механизма дислокационной ползучести имеют вид [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta_{dc}^{in} = \sum_{k=1}^K \dot{\gamma}_{dc}^{(k)} n^{(k)} n^{(k)}, \\ \dot{\gamma}_{dc}^{(k)} = \frac{A_{cr}}{b^2} \left(\frac{\tau^{(k)}}{G}\right)^m \exp\left[-\frac{\Delta F}{k_B T}\right], \quad k=1, \dots, K, \end{array} \right.$$

где A_{cr} – коэффициент самодиффузии; ΔF – энергия активации процесса дислокационного переползания; m – параметр температурно-скоростной чувствительности материала.

Для высокотемпературных деформаций соответствующая составляющая скорости неупругой деформации определяется из физических соображений о диффузионном течении с использованием соответствующих моделей, причем рассматривается как зернограничная, так и решеточная диффузия [4]:

$$\zeta_{dif}^{in} = \alpha \frac{b^3}{d^2 k_B T} \left(D_v + D_{gb} \frac{\pi \delta}{d} \right) \sigma,$$

где d – размер зерна; D_v, D_{gb} – коэффициенты диффузионной ползучести по объему и границам зерна; α, m – параметры материала.

Для оценки вклада рассматриваемых в работе механизмов неупругого деформирования в процесс деформирования при различных скоростях деформации и температурах проведена серия численных экспериментов по деформированию представительного объема чистого Al. Для вычисления вклада механизмов было предложено оценивать относительную мощность, развиваемую на неупругих деформациях, реализуемых каждым из рассматриваемых механизмов.

На рисунке представлены результаты численного эксперимента по нагружению поликристалла алюминия до интенсивности деформаций в 5 % при температуре 200°C и скорости деформирования 10^{-4} c^{-1} . Стоит отметить, что определение лидирующего механизма деформирования становится возможным при достижении интенсивности деформаций в 0,1 %, причем с увеличением интенсивности деформаций вплоть до 5 %, при

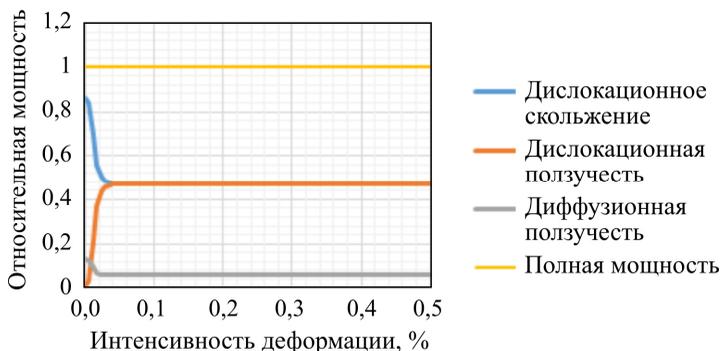


Рис. Результаты эксперимента по определению вклада каждого из механизмов при фиксированной скорости деформирования и температуре

неизменности температурно-скоростных условий процесса деформирования, лидирующий механизм остается неизменным в течение всего деформирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1298.2017.1.

Список литературы

1. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.
2. Heilmaier M., Schultz L. Plastic Deformation // Metal Physics II / Plasticity. – 2000/01. – P. 38–61.
3. Hull D., Bacon D.J. Movement of Dislocations In.: Introduction to Dislocations, Fifth Edition. – UK: Elsevier, 2011. – P. 43–63.
4. Spigarelli S., Sandström R. Basic creep modelling of aluminium // Materials Science & Engineering A. – 2018. – Vol. 711. – P. 343–349.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ОКСИДОВ АЗОТА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Ю.А. Митрофанова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, yliam9494@mail.ru

В работе рассматривается математическое моделирование горения многокомпонентного и многофазного потока в камере сгорания. Выполнены концептуальная и математическая постановки. Описаны осреднённые уравнения Навье – Стокса, замкнутые стандартной $k-\varepsilon$ моделью турбулентности. Выбраны модель горения, а также химическая кинетика. Выбраны параметры для идентификации и верификации модели.

Ключевые слова: RANS, $k-\varepsilon$ модель турбулентности, верификация модели, многокомпонентный поток, турбулентное число Шмидта, турбулентное число Прандтля.

Снижение эмиссии вредных веществ является одной из важнейших задач конструирования газотурбинных двигателей. Выбросы веществ в атмосферу не только пагубно влияют на окружающую среду, но и сильно бьют по бюджету стран, двигатели которых не удовлетворяют требованиям ИКАО (International Civil Aviation Organization).

Среди самых токсичных загрязнителей атмосферы находятся оксиды азота. Они образуются в результате окисления азота, содержащегося в атмосферном воздухе и в топливе. Основным источником образования NO_x является термический процесс образования NO, он реализуется при горении газа при температуре свыше 1800 К.

Для создания модели образования NO_x , при работе ГТУ, необходимо построить распределение температурного поля продуктов сгорания внутри камеры сгорания.

Примем следующие гипотезы:

1) объектом моделирования является многофазный многокомпонентный многофазный поток (топливо + окислитель + продукты сгорания);

2) газ является вязким, сжимаемым и описывается уравнением состояния Менделеева – Клапейрона;

3) учитываются процессы распыла;

4) скорость химической реакции зависит от свойств турбулентного течения и химических свойств турбулентности;

5) начальные условия и геометрические данные заданы точно.

Капли топлива моделируются в рамках лагранжева подхода. За модель дробления принята статистическая модель вторичного дробления.

Первая фаза (воздух и сожжённое топливо) описывалась системой балансовых уравнений Навье – Стокса, включающей в себя уравнение неразрывности, уравнения сохранения импульса и энергии, уравнение для компонент, а также замыкающее уравнение состояния идеального газа. Поток, рассматриваемый в работе, является турбулентным. Турбулентность характеризуется колебаниями скорости во всех направлениях и имеет бесконечное число степеней свободы. Этот фактор делает решение системы практически невозможным. Одним из путей решения данной проблемы является осреднение. В работе система балансовых уравнений осреднена по Рейнольдсу (реализациям) и Фавру (взвешенной плотности) и имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \tilde{W}) = \bar{J},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{W}) + \text{div} \left[\bar{\rho} \tilde{W} \otimes \tilde{W} + \bar{p} I - \bar{\rho} \mu_T \left(\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{W}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \bar{\rho} \mu_T \nabla \tilde{W} + \frac{2}{3} \bar{p} k - \tilde{\Pi} \right] = \bar{F}_u,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{E}) + \text{div} \left[\bar{\rho} \tilde{W} \tilde{H} - \left(\frac{\mu_T}{\text{Pr}_T} + C_p \frac{\mu}{\text{Pr}} \right) \nabla \tilde{h} - \frac{\mu_T}{\sigma_k} \nabla k - \tilde{W} \tilde{\Pi} \right] = \bar{J} \tilde{H}_1 + \sum_{i=1}^n \bar{L}_i \tilde{H}_2,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{c}_i) + \text{div} \left(\bar{\rho} \tilde{W} \tilde{c}_i - \left(\frac{\mu_T}{\text{Sc}_T} + \frac{\mu}{\text{Sc}} \right) \nabla \tilde{c}_i \right) = \bar{L}_i + \bar{S}_i,$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} \left(\frac{R}{m} \tilde{T} \right),$$

(система 1)

где J – непрерывное распределение источников притока (стока) массы, ρ – плотность, p – давление, \mathbf{W} – вектор скорости, \mathbf{I} – единичный тензор, Π – вязкая часть тензора напряжения, \mathbf{Q} – вектор потока энергии, R – универсальная газовая постоянная, c_i – относительная массовая концентрация i -й компоненты смеси, $c_i = \rho_i / \rho$, L_i – массовая скорость образования i -й компоненты в химической реакции, m_i – молярная масса i -й компоненты, H_1 – энергия, полученная при испарении топлива, H_2 – энергия, полученная в результате химических реакций, Sc – число Шмидта, Sc_T – турбулентное число Шмидта, Pr – число Прандтля, Pr_T – турбулентное число Прандтля, μ_T – турбулентная вязкость [1].

Система 1 замыкается k – ε -моделью турбулентности [2]:

$$\mu_T = C_\mu f_v \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \text{div}(\rho k \mathbf{W}) = \text{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \text{div}(\rho \varepsilon \mathbf{W}) = \text{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + G_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon,$$

где k – турбулентная кинетическая энергия, ε – скорость диссипации.

Движение второй фазы (капли топлива) подчиняется второму закону Ньютона. Учитывается конвективный теплообмен капли. Изменение массы капли за счёт испарения принимается через отношение конвективного теплообмена к удельной теплоте испарения.

Режим дробления капель классифицируются в терминах безразмерных чисел Вебера и Онезорга. Дробление капли происходит при превышении критического числа Вебера числом Вебера капли [3].

В работе использована комбинированная EDM/FRC-модель горения. В EDM скорость реакции ограничена законом Аррениуса, а в FRC – концентрацией реагентов [4]. Скорость реакции бралась наименьшей из полученных R_f .

EDM	FRC
<p>Ограничение концентрации реагентов</p> $R_f = A \frac{\varepsilon}{k} \min \left(\frac{[I]}{v'_{fl}} \right)$	<p>Скорость реакции на основе закона действующих масс</p> $R_f = \left(F_f \prod_{I=A,B,\dots}^{N_c} [I]^{v'_{fl}} - B_f \prod_{I=A,B,\dots}^{N_c} [I]^{v''_{fl}} \right)$
<p>Ограничение продуктов, полученных при горении</p> $R_f = AB \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\sum_p (I)W_I}{\sum_p v'_{fl} W_I} \right)$	<p>Константы прямой и обратной реакции:</p> $F_f = A_f T^{(2_f) \exp(-E_f / RT)}$ $B_f = A_f T^{(2_f) \exp(-E_f / RT)}$

Для идентификации модели были выбраны три параметра: Pr_T , Sc_T и A . Процедура идентификации модели проводилась по трём режимам работы газотурбинного двигателя. Задача сводилась к отысканию значений управляющих параметров, при которых функция F_m достигает своего минимума:

$$F_m = \sum_{i=1}^3 (Nex_i - Nan(Pr_T, Sc_T, A)_i)^2.$$

где Nex – оксиды азота, полученные в эксперименте, Nan – оксиды азота, полученные в результате моделирования.

Результаты процедуры минимизации представлены в таблице.

Полученные отклонения по NO

Номер режима	Разница (в процентах)
1	4,99
2	2,43
3	1,46

Верификация модели была проведена по четвёртому режиму, отклонение по NO составило 4,18 %. С учётом погрешности приборов замера полученное отклонение попадает в диапазон допустимых значений. Таким образом, математическая модель была идентифицирована и верифицирована.

В дальнейшем планируется исследовать другие модели турбулентности (LES, DES) и смоделировать более точную геометрию камеры сгорания.

Список литературы

1. Eleuterio F. Toro. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics // Springer. – 1999. – 624 с.
2. Молчанов А.М. Математическое моделирование гиперзвуковых гомогенных и гетерогенных неравновесных течений при наличии сложного радиационно-конвективного теплообмена. – М.: Изд-во МАИ, 2017. – 160 с.
3. ANSYS 16.2 Help. Документация по программному комплексу ANSYS 16.2.
4. Куценко Ю.Г. Численные методы оценки эмиссионных характеристик камер сгорания газотурбинных двигателей // УрО РАН. – 2006.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ УПРУГОПЛАСТИЧНОСТИ, ПОСТРОЕННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ КОРТАЦИОННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Е.Ю. Мишталь

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, o-lein.keitmishtal@yandex.ru

Рассматривается проблема построения определяющих соотношений, пригодных для описания интенсивных упругопластических деформаций, приведены основные ограничения, накладываемые на них. Основное внимание уделено задаче корректного выбора вида производной и возможности моделирования при использовании логарифмической коротационной производной. Анализируются проблемы, связанные с использованием логарифмического спина для определения коротационных производных в определяющих соотношениях в скоростной форме, возможность применения последних при моделировании процессов интенсивного упругопластического деформирования.

Ключевые слова: определяющие соотношения, упругопластическое деформирование, большие деформации, коротационная производная, логарифмический спин.

Проблема построения определяющих соотношений (ОС) для случая больших градиентов перемещений до сих пор окончательно не решена, в связи с чем является одним из весьма значимых направлений развития механики деформируемого твердого тела. В качестве ОС для построения большинства моделей часто используется упругие законы, являющиеся базовыми при упругопластическом, упруговязкопластическом и т.д. моделировании.

Поскольку при формулировке той или иной теории пластического течения появляется потребность записывать упругую составляющую меры деформации в скоростном виде, то возникает необходимость перехода к скоростным определяющим соотношениям. Распространенный вид такой формулировки упругого закона можно записать как

$$\Sigma^{\text{cor}} = \Pi : \mathbf{E}^{\text{cor}}, \quad (1)$$

где Σ – тензор напряжений Коши, Π – тензор 4-го ранга упругих характеристик, \mathbf{E} – некоторый произвольный, в общем случае нелинейный тензор деформации, верхний индекс «*log*» означает независящую от выбора системы отсчета коротационную производную [1, 2].

При записи упругих ОС в скоростной форме возникает вопрос выбора производной, которая должна удовлетворять требованию независимости от выбора системы отсчета [1]. Помимо этого ОС должны удовлетворять ряду других требований, таких как использование энергетически сопряженных мер напряжения и деформации. Однако даже при соблюдении этих ограничений но произвольном выборе коротационных производных можно столкнуться с нежелательными эффектами: осцилляциями напряжений при монотонной деформации простого сдвига, «незамкнутостью» траекторий напряжений и отличию от нуля работы напряжений на замкнутой траектории деформаций [2, 3].

В работах Н. Xiao, О. Brühns, А. Meyers [4] была предложена производная, позволяющая удовлетворить озвученным выше требованиям и названная логарифмической коротационной производной. Главным ее свойством является то, что эта производная от левого тензора деформации Генки $\hat{\mathbf{N}}$ в точности равна тензору деформации скорости \mathbf{D} .

Целью работы является формулировка модели упругопластического деформирования с использованием логарифмического спина.

В качестве ОС в настоящей работе был использован закон, основанный на теории малой кривизны [1]:

$$\Sigma^{\Omega_{\log}} = \frac{\partial \Phi(l)}{\partial l} \mathbf{D} + \frac{1}{3} \left(Ke^{I_1(\hat{\mathbf{N}})} - \frac{\partial \Phi(l)}{\partial l} \right) I_1(\mathbf{D}) \mathbf{I}, \quad (2)$$

где Ω_{\log} – логарифмический спин, Φ – универсальная функция, характеризующая скалярные свойства материала; dl –

элементарная длина дуги траектории, по которой осуществляется деформирование, за бесконечно малый промежуток времени dt ,

$$dl = \left(\sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{d} : \mathbf{d}} \right) dt; K - \text{коэффициент объемного сжатия}; \nu - \text{ко}$$

эффициент Пуассона, $K = \frac{E}{(1-2\nu)}$; E – модуль Юнга.

Для постановки и реализации численного эксперимента рассматривался материальный прямоугольный в отсчетной конфигурации параллелепипед с квадратом в поперечном сечении, расположенном в плоскости Ox_1x_2 . Длина стороны квадрата равна H . Рассматривалось нагружение, задаваемое однородным деформированием, определяемое синхронным движением ребер $(X_1 = 0, X_2 = H)$ и $(X_1 = H, X_2 = H)$ при неподвижных ребрах $(X_1 = 0, X_2 = 0)$ и $(X_1 = H, X_2 = 0)$.

Нагружение материала производилось по разным траекториям: 1) по замкнутому упругопластическому циклу, 2) монотонное упругопластическое деформирование с последующей разгрузкой, после чего циклическое нагружение в чисто упругой области.

В работе были рассмотрены вопросы, возникающие при формулировке упругих и упругопластических ОС, а также общий принцип построения логарифмического спина и производной на его основе. Была сформулирована математическая модель и проведены численные эксперименты по упругопластическому деформированию с использованием логарифмического спина.

Список литературы

1. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.

2. Трусов П.В., Кондратьев Н.С., Швейкин А.И. О геометрически нелинейных определяющих соотношениях упругого материала // Вестник Пермского национального исследователь-

ского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 3. – С. 182–200.

3. Трусов П.В., Швейкин А.И. О разложении движения и определяющих соотношениях в геометрически нелинейной упруговязкопластичности кристаллитов // Физическая мезомеханика. – 2016. – Т. 19, № 3. – С. 25–38.

4. Xiao H., Bruhns O., Meyers A. Hypo-elasticity model based upon the logarithmic rate // J. Elasticity. – 1997. – Vol. 47. – P. 51–68.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КРУЧЕНИИ СТЕРЖНЯ С УЧЕТОМ ПОЛНОЙ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛА

А.И. Мугатаров, В.Э. Вильдеман

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sem_mugatarov@mail.ru, wildemann@pstu.ru

Получено аналитическое решение для задачи кручения однородного стержня круглого поперечного сечения при мягком нагружении с учетом полной диаграммы деформирования материала. Получены зависимости предельных значений крутящего момента, относительного угла поворота от характеристик материала. Построены эпюры распределения касательных напряжений в сечении в разных состояниях материала. Проводится сравнительный анализ конструкций, рассчитанных без учета разупрочнения и с учетом разупрочнения.

Ключевые слова: механика разрушения, закритическое деформирование, кручение стержня.

Использование полных диаграмм деформирования в расчетах на прочность подразумевает учет возможности работы материала в период, соответствующей его разупрочнению. Разупрочнение начинается после достижения критического напряженного состояния (предела прочности), которое может развиваться при некоторых условиях [1]. Способность конструкции выдерживать нагрузки исчерпывается, лишь когда зоны с ослабленными связями достаточно развиты, следовательно, использо-

вание полных диаграмм деформирования для расчета конструкций позволяет более точно определить их несущую способность [2]. Впервые решение задачи для материала с учетом полной диаграммы деформирования было получено в работе В.А. Ибрагимова, В.Д. Ключникова [3], решения подобных задач есть в работах С.Д. Волкова [4], В.В. Стружанова [5] и других [1, 6].

В работе решена задача об определении напряженно-деформированного состояния в изотропном твердом теле, материал которого имеет участок разупрочнения для стержня, подверженного кручению при «мягком» нагружении. Рассматривалось два материала: упругий с участком разупрочнения, а также упругопластический с участком разрушения; диаграммы деформирования, аппроксимированные кусочно-линейными функциями, показаны на рисунке, *а*, *б*: τ_m , γ_m – предел текучести при кручении и соответствующий угол сдвига; τ_B , γ_B – предел прочности и соответствующий угол сдвига; γ_p – угол сдвига, соответствующий потере несущей способности.

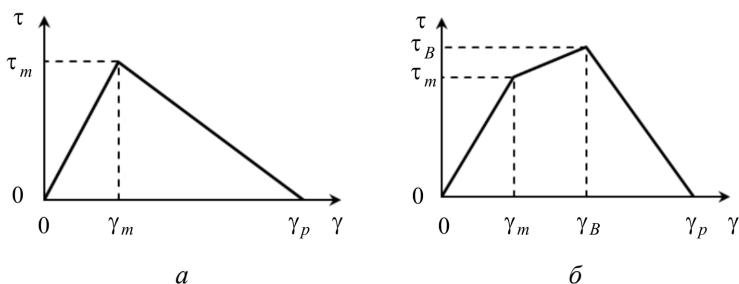


Рис. 1. Диаграмма деформирования материала:
а – упругого с линейным разупрочнением;
б – упругопластического с разупрочнением

Для упругого материала с линейным разупрочнением решение найдено с применением функции пластичности Ильюшина [7]. Определены и проанализированы зависимости предельного значения крутящего момента, предельного значения отно-

сительного угла поворота от параметров диаграммы деформирования, определен запас несущей способности стержня. Построены эпюры распределения касательных напряжений, а также график зависимости крутящего момента от относительного угла поворота сечения при разных значениях параметров системы при разных значениях параметров системы.

Для упругопластического материала построен график зависимости крутящего момента от относительного угла поворота сечений при разных значениях параметров системы; проанализировано влияние параметров диаграммы деформирования на запас несущей способности.

Было отмечено повышение предельного значения крутящего момента, выдерживаемого конструкцией, до 33 % для упругого материала с линейным разупрочнением и более для упругопластического материала. Повышение предельного значения относительного угла поворота не ограничено и определяется параметрами системы.

Список литературы

1. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов / под ред. Ю.В. Соколкина. – М.: Наука: Физматлит, 1997. – 288 с.
2. Стружанов В.В. О применении полных диаграмм деформирования в расчетах на прочность // Проблемы прочности. – 1988. – № 5. – С. 122–123.
3. Ибрагимов В.А., Ключников В.Д. Некоторые задачи для сред с падающей диаграммой // Механика твердого тела. – 1971. – № 4. – С. 116–121.
4. Волков С.Д., Дубровина Г.И., Соковнин Ю.П. О краевой задаче механики разрушения // Проблемы прочности. – 1978. – № 1. – С. 3–7.
5. Стружанов В.В. О разрушении диска с центральной ослабленной зоной // Изв. АН СССР. МТТ. – 1986. – № 1. – С. 135–141.

6. Вильдеман В.Э. Задачи механики закритического деформирования стержневых систем // Вестник Пермского государственного технического университета. Динамика и прочность машин. – 2005. – № 5. – С. 15–29.

7. Ильюшин А.А. Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации. – М.: ОГИЗ, 1948. – 376 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИТА ДЛЯ БАЗИСОВ СЪЕМНЫХ ЗУБНЫХ ПРОТЕЗОВ ПРИ ВВЕДЕНИИ В ЕГО СОСТАВ НАНОРАЗМЕРНОГО ДИОКСИДА ТИТАНА

А.И. Мугатаров¹, В.О. Гридина², Д.С. Лобанов¹, В.Э. Вильдеман¹

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия, sem_mugatarov@mail.ru, sem.lobanov@gmail.ru, wildemann@pstu.ru,

²Пермский государственный медицинский университет им. академика Е.А. Вагнера Минздрава России, Пермь, Россия, lettarus@mail.ru

Изучались механические характеристики полимерного композиционного материала с введенным в его состав наноразмерным порошком диоксида титана. Были проведены испытания на статический трехточечный изгиб при комнатной температуре и температуре 39–40 °С, а также усталостные испытания образцов данного материала. Получены зависимости «сила – прогиб». Проводится анализ изменения характеристик материала при разных массовых долях наполнителя.

Ключевые слова: съемное зубное протезирование, полимерный базисный материал, экспериментальная механика, трехточечный изгиб, усталостная долговечность, композиционный материал.

В ортопедической стоматологии для протезирования пациентов используются съемные конструкции. Основными материалами для изготовления базисов съемных зубных протезов в настоящее время являются пластмассы на основе акрилатов. Более 90 % конструкций съемных протезов изготавливается с применением данного материала. Доступная стоимость протезов из акриловой пластмассы делает его привлекательным для

различных слоев населения. Но данный материал обладает рядом общеизвестных недостатков: высокое содержание мономера, обладающего токсичным действием, может вызвать аллергическую реакцию и невозможность пользования съёмными протезами; пористая структура материала способствует микробному обсеменению протеза; усадка материала составляет до 8 %. В случаях, когда у пациента имеется гипертонус мышц жевательного комплекса, что влечет за собой повышенные нагрузки не только при жевании, но и в покое, акриловые протезы могут ломаться или подвергаться значительному стиранию.

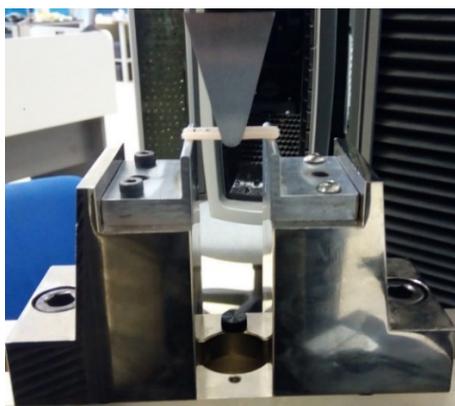
В связи с вышеизложенным заслуживает внимания сертифицированный в России полиамидный конструкционный материал Vertex ThermoSens (Vertex-Dental B.V., Нидерланды; ISO-Сертификат 9001:2008). Данный материал не содержит остаточный мономер в своем составе, обладает возможностью проведения лабораторной коррекции (перебазировки) протезов и минимальной усадкой в процессе изготовления конструкций. Из преимуществ также важно отметить высокую плотность термопластов в сочетании с малым удельным весом и минимальную пористость, в разы уменьшающую образование микробной пленки на протезах [1–2].

Целью исследования является усиление механических характеристик композиционного материала на основе Vertex ThermoSens, армированного наноразмерным диоксидом титана, для протезирования пациентов со сложными клиническими ситуациями.

В работе проводится экспериментальная оценка влияния процентного содержания керамического наполнителя на механические характеристики при статических и циклических испытаниях на трехточечный изгиб базисного материала Vertex ThermoSens, применяемого для изготовления базисов съёмных частичных и полных зубных протезов. По технологии термолитьевого прессования было изготовлено и отобрано две группы образцов полосок длиной $l = 30$ мм, шириной $b = 10$ мм и высо-

той $h = 2$ мм в количестве 20 штук с содержанием наполнителя 5 и 10 мас. %. На основании проведенных ранее исследований имеются данные об изменениях свойств материала Vertex ThermoSens без наполнителя и с содержанием его до 1 мас. % [3].

Статические испытания на трехточечный изгиб выполнялись с учетом рекомендаций ГОСТ 31572-2012 на испытательной машине Instron 5965 с центральным нагружающим индентором и двумя опорами в виде цилиндров с отполированными поверхностями диаметром 3,2 мм (рисунок, *a*). Расстояние между опорами составляло 25 мм, скорость перемещения траверсы 5 мм/мин [4–5].



a



б

Рис. Образец перед испытанием на статический трехточечный изгиб (*a*); на усталостную долговечность (*б*)

В результате испытаний были определены значения предела прочности при изгибе σ_B , МПа, и модуля упругости E , МПа, по формулам:

$$\sigma_B = \frac{3Fl}{2bh^2}; \quad E = \frac{F_1 l^3}{4bh^3 d},$$

где F – максимальная нагрузка на образце (Н); F_1 – нагрузка в области упругой деформации образца (Н); d – прогиб (мм).

Статические испытания на трехточечный изгиб проводились при комнатной температуре (22 °С) и повышенной температуре, близкой к температуре тела (39–40 °С). Всего было испытано 12 образцов из двух групп, по 3 образца из каждой группы для каждого уровня температур. Были получены и проанализированы диаграммы деформирования в координатах «напряжение – прогиб».

Усталостные испытания на трехточечный изгиб проводились на испытательной машине ElectroPuls E 10000 с центральным нагружающим индентором и двумя опорами в виде цилиндров с отполированными поверхностями диаметром 3,2 мм. Расстояние между центрами опор составляло 14 мм (рисунок, б) [6]. Уменьшение расстояния между опорами связано с недостаточной жесткостью образца. Сравнительные испытания на усталостную долговечность проводились при трех уровнях максимальных напряжений – 0,3; 0,5; 0,7 от σ_B , где за σ_B приняты максимальные напряжения при статических испытаниях на изгиб; коэффициент асимметрии $R=0,1$; частота 5 Гц. Всего испытано по 4 образца из двух групп, из них 2 для настройки испытательного оборудования и отработки методики, и по 1 для каждого уровня напряжений. Испытания проводились до разрушения, за исключением одного образца, испытание которого остановили после 8 суток работы машины ($3,5 \cdot 10^6$ циклов нагружения) ввиду отсутствия возникновения видимых дефектов и изменений, а также отсутствия изменений диаграммы нагружения.

Таким образом, в ходе сравнительных испытаний на статический трехточечный изгиб при нормальной и повышенной температуре отмечались более высокие механические свойства на образцах материала с большим (10 %) содержанием наполнителя, а также монотонное падение механических характеристик

при повышении температуры. По результатам усталостных испытаний установлено, что долговечность материала с 10%-ным наполнением приблизительно в два раза превышает долговечность материала с 5%-ным наполнением.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-41-590360) в Пермском национальном исследовательском политехническом университете.

Список литературы

1. Зотов А.И., Демченко Д.Н. Базисные полимеры, применяемые в стоматологии для изготовления съёмных пластиночных протезов и аппаратов // Молодой ученый. – 2015. – № 13. – С. 270–274.

2. Чулак Л.Д., Розуменко В.А. Особенности ортопедического лечения больных с полным отсутствием зубов, страдающих непереносимостью акриловых пластмасс // Стоматологический журнал. – 2013. – № 4. – С. 336–339.

3. Экспериментальное исследование физико-механических характеристик полимерного базисного материала при введении в его состав наноразмерного диоксида титана / О.А. Шультникова, Г.И. Рогожников, С.Е. Порозова [и др.]. // Проблемы стоматологии. – 2017. – Т. 13. – № 1. – С. 46–50.

4. Механика материалов. Методы и средства экспериментальных исследований: учеб. пособие / В.Э. Вильдеман, А.В. Бабушкин, М.П. Третьяков [и др.]. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 165 с.

5. Лобанов Д.С. Экспериментальные исследования деформационных и прочностных свойств полимерных композиционных материалов и панелей с наполнителем: дис. ... канд. техн. наук. – Пермь, 2015. – 148 с.

6. Yang A., Xu C. Synthesis and Characterization of a Polyimide-Epoxy Composite for Dental Applications // Mechanics of Composite Materials. – 2018. – Vol. 54. – No. 1. – P. 71–78.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ПОЙНТИНГА – СВИФТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХУРОВНЕВОЙ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

А.А. Наборщиков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, anton.naborshikov@gmail.com

Работа посвящена исследованию эффекта Пойнтинга – Свифта, включая анализ физических механизмов его проявления и подходов к его описанию. Приведено описание двухуровневой модели для анализа пластического деформирования, основанной на физической теории упруговязкопластичности. В качестве определяющих соотношений используется закон Гука в скоростной релаксационной форме. Мезо- и макроуровень связываются при помощи гипотезы Фойгта.

Ключевые слова: эффект Пойнтинга – Свифта, двухуровневая упруговязкопластическая модель.

Одной из интересных задач механики деформируемого твердого тела (МДТТ) является описание экспериментально обнаруженного эффекта Пойнтинга – Свифта, который заключается в появлении сжимающих продольных напряжений при кручении трубчатых образцов с фиксированными торцами или удлинении образца при свободных торцах (появляются продольные растягивающие напряжения, которые пропорциональны квадрату угла поворота) [1–6].

Важным является вопрос о выборе подхода для описания эффекта Пойнтинга – Свифта. Классическая теория упруговязкопластичности не позволяет описать этот эффект. Подходы, основанные на применении некоторых геометрически нелинейных макрофеноменологических моделей, позволяют получить описание эффекта, но не дают возможности выявить и обосновать физические механизмы, к нему приводящие. Более обоснованным и перспективным представляется подход, основанный на многоуровневых моделях и физических теориях пластичности (ФТП). ФТП – широкий класс теорий пластичности, в осно-

ве формулировок определяющих соотношений, гипотез и основных положений которых лежит рассмотрение в явной форме механизмов деформирования и носителей этих механизмов на мезо- и микромасштабах [2]. В рамках данного подхода в соотношения математической модели явным образом вводят параметры, отражающие эволюцию структуры на низших масштабных уровнях материала. Такими параметрами могут быть сдвиги по системам скольжения, размер зёрен, величина критических напряжений систем скольжения и т.д. Так как эти параметры имеют ясный физический смысл, они позволяют объяснить реальные механизмы деформирования, приводящие, кроме прочего, к эффекту Пойнтинга – Свифта.

Важной особенностью двухуровневых моделей, основанных на ФТП, является возможность управления состоянием материала на макроуровне путём изменения параметров мезоуровня. Таким образом, использование таких моделей является предпочтительным для решения поставленной задачи, так как эти модели позволят варьировать как параметры материала или нагружения, так и набор рассматриваемых физических механизмов. Тем самым можно получить наиболее полную картину, описывающую эффект Пойнтинга – Свифта и причины его возникновения.

В качестве основного определяющего соотношения мезоуровня используется упругий закон в скоростной релаксационной форме:

$$\boldsymbol{\sigma}^{\text{cr}} = \boldsymbol{\pi} : (\mathbf{e}^{\text{e}})^{\text{cr}} = \boldsymbol{\pi} : \mathbf{z}^{\text{e}} = \boldsymbol{\pi} : (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{\text{in}}), \quad (1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{cr}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \dot{\mathbf{z}}^{\text{e}} + \mathbf{z}^{\text{in}} = \mathbf{I} - \boldsymbol{\omega}, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши, $\boldsymbol{\pi}$ – тензор упругих свойств, \mathbf{z} – градиент относительной скорости перемещений, \mathbf{z}^{in} – его неупругая составляющая, \mathbf{I} – градиент скорости перемещений, $\boldsymbol{\omega}$ – спин подвижной системы координат (ПСК), связанной с кри-

сталлографической системой координат, относительно лабораторной системы координат (ЛСК), σ – обозначение коротационной производной.

Скорость неупругого деформирования [7,8]:

$$\mathbf{z}^{\text{in}^{(n)}} = \sum_{k=1}^K \dot{\gamma}^{k(n)} \mathbf{b}^{k(n)} \mathbf{n}^{k(n)} \quad (4)$$

где \mathbf{b}, \mathbf{n} – единичные вектор Бюргерса и вектор нормали, k – индекс системы скольжения, (n) – индекс кристаллита.

Исходная задача о кручении тонкостенной трубки при фиксированных торцах сводится к задаче простого сдвига, если рассмотреть элементарную ячейку, мысленно вырезаемую в стенке двумя меридиональными и двумя перпендикулярными оси цилиндра сечениями (рисунок). Расстояние между внутренней поверхностью тонкостенного цилиндра и внешней поверхностью по отношению к радиусу цилиндра для тонкостенных цилиндров мало, в силу этого можно считать, что деформация однородна и описывается градиентом скорости перемещения:

$$\mathbf{l} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

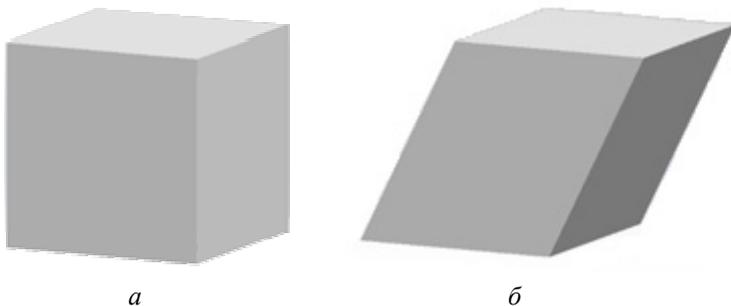


Рис. Элементарная ячейка тонкостенного цилиндра:
 а) в отчетной конфигурации, б) в актуальной конфигурации

Предпринята попытка построения модели, описывающей эффект Пойнтинга – Свифта. Проведен обзор литературы, на основе которого обоснован выбор вида производной, предложена общая структура модели. С использованием разработанной двухуровневой упруговязкопластической модели осуществлен анализ физических причин возникновения эффекта Пойнтинга – Свифта.

Список литературы

1. Poynting J.H. On pressure perpendicular to the shear planes in finite pure shears and on the lengthening of loaded wires when twisted // Proc. Roy. Soc. (London). – 1909. – Ser.A. – Vol. 82. – P. 546–559.3.

2. Трусов П.В., Швейкин А.И. Теория пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 425 с.

3. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.

4. Трусов П.В., Швейкин А.И. Теория определяющих соотношений. Ч. 2: Теория пластичности: электронное учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2008. – 341 с.

5. Белл Ф.Дж. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел: в 2 ч. Ч. I: Малые деформации: пер. с англ. / под ред. А.П. Филина. – М.: Наука: Главная редакция физ.-мат. лит-ры, 1984. – 600 с.

6. Белл Ф.Дж. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел: в 2 ч. Ч. II: Конечные деформации: пер. с англ. / под ред. А.П. Филина. – М.: Наука: Главная редакция физ.-мат. лит-ры, 1984. – 432 с.

7. Трусов П.В., Швейкин А.И., Янц А.Ю. О разложении движения, независимых от выбора системы отчета производных и определяющих соотношениях при больших градиентах перемещений: взгляд с позиции многоуровневого моделирования // Физическая мезомеханика. – 2016. – № 2. – С. 47–65.

8. Трусов П.В., Нечаева Е.С., Швейкин А.И. Применение несимметричных мер напряженного и деформированного состояния при построении многоуровневых конститутивных моделей // Физическая мезомеханика. – 2013. – № 2. – С. 14–31.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГЦК-ПОЛИКРИСТАЛЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСЛОКАЦИОННО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ УПРОЧНЕНИЯ

А.С. Никифоров, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, aleksandr.niciforov@gmail.com

Рассматриваются вопросы, связанные с описанием процессов упрочнения ГЦК-поликристаллов при неупругих деформациях с учетом дислокационно-ориентированных механизмов упрочнения. Приведены основные определяющие соотношения двухуровневой математической модели неупругого деформирования. Проведены численные эксперименты по деформированию представительного объема поликристалла, получены и проанализированы зависимости интенсивности напряжений от интенсивности накопленных деформаций, получены и проанализированы эволюции плотностей геометрически необходимых и статистически запасенных дислокаций.

Ключевые слова: математическая модель, ГЦК, поликристалл, дислокационно-ориентированные модели упрочнения, ГНД, СЗД.

В настоящее время создание новых, в том числе функциональных, материалов, которые могут эксплуатироваться при повышенных и экстремальных нагрузках, становится всё более актуальной задачей [1]. Диапазон нагрузок, в котором материал может оставаться работоспособным без перехода в зону необратимых деформаций, в первую очередь определяет величина предела текучести. На уровне образца или конструкции увеличение предела текучести обычно называют упрочнением, при этом основной физической причиной упрочнения является увеличение

критических сдвиговых напряжений на системах скольжения дислокаций.

В большинстве современных исследований, связанных с описанием упрочнения в рамках физических моделей пластичности, авторы используют так называемые дислокационно-ориентированные модели (*dislocation based models*), в которых в качестве внутренних переменных микроуровня вводят скалярные плотности дислокаций на системах скольжения; далее записывают эволюционные уравнения для плотности дислокаций, а в качестве замыкающих уравнений используют выражение типа Орована, связывающее скорости сдвигов со скоростями изменения плотности дислокаций [2–4].

Экспериментальные исследования процессов деформирования и разрушения материалов, особенно с учетом анализа эволюции внутренней структуры, требуют использования высокоточного оборудования и достаточно сложных методов подготовки и обработки образцов, поэтому актуальными становятся исследования указанных процессов с использованием аппарата математического моделирования.

Таким образом целью работы являются разработка, численная реализация и исследование математической модели неупругого деформирования ГЦК-поликристалла с учетом механизмов упрочнения на дислокационном уровне. Такая модель должна описывать упрочнение ГЦК-поликристалла с учетом дислокационно-ориентированных механизмов упрочнения.

Для достижения цели используется двухуровневая математическая модель неупругого деформирования ГЦК-поликристалла. Основной вклад в неупругое деформирование вносит движение дислокаций по системам скольжения (СС). Элементом макроуровня является представительный объем поликристалла, элемент мезоуровня – монокристаллическое зерно. В качестве определяющего соотношения на каждом из масштабных уровней используется закон Гука в скоростной релаксационной форме. Напряжения на макроуровне вычисляются осреднением

напряжений в элементах мезоуровня. Для связи уровней принята гипотеза Фойгта, согласно которой меры скорости деформаций на макро- и мезоуровне равны [5].

Совокупность математических соотношений для определения напряженно-деформированного состояния (НДС) элемента мезоуровня записывается следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{n} : (\boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\zeta}^{in}), \\ \boldsymbol{\zeta}^{in} = \sum_{k=1}^K \dot{\gamma}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} \mathbf{b}^{(k)}, \\ \dot{\gamma}^{(k)} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau_{eff}^{(k)}}{\tau_c^{(k)}} \right)^{1/m} \exp \left[-\frac{G_0}{kT} \left(1 - \frac{\tau_{eff}^{(k)}}{\tau_c^{(k)}} \right) \right] \mathbf{H}(\tau_{eff}^{(k)} - \tau_c^{(k)}), \\ \tau_{eff}^{(k)} = \tau^{(k)} - \tau_{bs}^{(k)}, \\ \tau_c^{(k)} = cGb \sqrt{\sum_{j=1}^{12} A^{(k)(j)} |\rho_{SSD}^{(j)}| + \sum_{j=1}^{12} A^{(k)(j)} |\rho_{GND}^{(j)}|}, \\ \dot{\rho}_{SSD}^{(k)} = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{L^{(k)}} - 2y_c \rho_{SSD}^{(k)} \right) |\dot{\gamma}^{(k)}|, \\ \dot{\rho}_{GND}^{(k)} = f(\dot{\gamma}^{(k)}, \dot{\gamma}^{(k)}), \\ L^{(k)} = \frac{K}{\sqrt{\sum_{j=1}^{12} A^{(k)(j)} |\rho_{SSD}^{(j)}| + \sum_{j=1}^{12} A^{(k)(j)} |\rho_{GND}^{(j)}|}}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши, \mathbf{n} – тензор упругих свойств кристаллита, $\boldsymbol{\zeta} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{v}^T$, $\boldsymbol{\zeta}^{in}$ – транспонированный градиент относительной скорости перемещений и его неупругая составляющая, $\mathbf{n}^{(k)}$, $\mathbf{b}^{(k)}$ – соответственно единичные вектора нормали и вектор Бюргерса для данной СС, $\tau_c^{(k)}$ – критическое напряжение сдвига на k -й системе скольжения, $\dot{\gamma}_0$ и m – параметры вяз-

коупругого закона: характерная скорость сдвигов при равенстве касательных напряжений на СС критическим и константа скоростной чувствительности материала, H – функция Хэвисайда, $\tau_{eff}^{(k)}$, $\tau_{bs}^{(k)}$ – эффективное и «обратное» касательные напряжения на k -й системе скольжения соответственно.

Для замыкания системы уравнений, описывающих упрочнение с позиций эволюции плотностей ГНД и СЗД, введено соотношение, описывающее зависимость плотности ГНД от накопленного сдвига по данной СС. Рассмотрено два варианта построения такого соотношения: через решение прямой задачи об определении плотности скоплений дислокаций вблизи препятствий (барьеров), используя некоторую аппроксимацию экспериментальных данных, приведённых в литературе.

Рассмотренная модель реализована численно, полученные с ее помощью кривые деформирования моно- и поликристалла проанализированы с точки зрения эволюции плотностей ГНД и СЗД по СС. Выявлено, что плотность ГНД в процессе неупругого деформирования эволюционирует за счет подвижных дислокаций, которые останавливаются вблизи дислокационного скопления. Проведено сравнение полученных результатов численных и натуральных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1298.2017.1.

Список литературы

1. Pao Ч.Н.Р., Гополакришнан Дж. Новые направления в химии твердого тела. – Новосибирск: Наука, 1990. – 520 с.
2. Fajoui J., Gloaguen D. Micromechanical modelling of the elastoplastic behavior of metallic material under strain-path changes // Computational Mechanics. – 2009. – Vol. 3, Iss. 2. – P. 285–296.
3. Franciosi P. The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals // Acta metall. – 1985. – Vol. 33, Iss. 9. – P. 1601–1612.

4. Franciosi P., Barboura S., Charles Y. Analytical mean Green operators/Eshelby tensors for patterns of coaxial finite long or flat cylinders in isotropic matrices // International Journal of Solids and Structures. – 2015. – Vol. 66.

5. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОЛЕЙ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ПРОЦЕСС НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

В.С. Озерных, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ozernykh@yandex.ru

Изучаются вопросы, связанные с описанием упрочнения, обусловленного появлением неоднородных полей внутренних напряжений в зернах поликристалла в процессе его деформирования. Предложен способ описания неоднородности напряжений в зернах в рамках двухуровневой математической модели неупругого деформирования поликристаллов путем разделения элемента мезоуровня на два типа элементов: в одном из них влияние дефектной структуры приграничной области существенно, а в другом полем напряжений от зернограничных дислокаций можно пренебречь. Кроме того, исследуется процесс активации вторичных систем скольжения под действием поля напряжений зернограничных дислокаций. Исследована характерная толщина приграничного слоя для материалов с различным размером зерна.

Ключевые слова: многоуровневые модели, физические теории пластичности, поликристалл, границы зерен.

При интенсивных пластических деформациях поликристаллических материалов важно учитывать эволюцию их внутренней структуры [1]. Процессы упрочнения, происходящие на уровне мезоскопической структуры материала, обусловлены

появлением и эволюцией внутренних полей напряжений, замедляющих или ускоряющих движение дислокаций. Особое значение при этом имеют поля напряжений, возникающие вблизи границ зерен в результате формирования сложных дефектных структур в приграничной области. Появление таких полей приводит к необходимости увеличения внешних нагрузок, требуемых для продолжения деформирования. В связи с этим ставится задача определения условий возникновения, описания и изучения влияния такого поля внутренних напряжений на процесс неупругого деформирования поликристаллов.

Основным механизмом неупругого деформирования при низкотемпературной пластичности считается движение дислокаций по соответствующим системам скольжения (СС). При переходе решеточной дислокации из одного зерна в другое сквозь границу из условия сохранения вектора Бюргерса следует формирование в границе так называемой дислокации ориентационного несоответствия (ДОН). ДОНы создают поля напряжений, препятствующие дальнейшему движению дислокаций в заданной системе скольжения [1]. Исследованию явления упрочнения и подробному описанию полей напряжений, создаваемых ДОН, и их влиянию на процесс неупругого деформирования, а также описанию структуры используемой модели посвящены, например, работы [2, 3].

ДОНы могут оказывать существенное влияние на движение решеточных дислокаций [2, 3], поэтому необходимо определить характерные размеры областей в кристаллите, в которых влияние границ зерен существенно (рис. 1, область 1), а в других – полем напряжений ДОН можно пренебречь (см. рис. 1, область 2). Так, например, в разных областях одного зерна могут быть активны различные системы скольжения. Вследствие этого в приграничной и центральной областях зерен процесс неупругого деформирования будет протекать неодинаково. В приграничной области наиболее интенсивно происходит образование барьеров и других препятствий для дви-

жения решеточных дислокаций, существенно влияние границ зерен, что связано с появлением «тормозящего» или «разгоняющего» поля напряжений ДОН. Таким образом, предлагается выделить два типа элементов на мезоуровне с реализацией различных механизмов упрочнения в каждом из них. Схематичное представление композитной модели элемента мезоуровня показано на рис. 1.

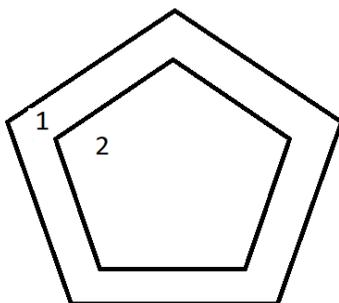


Рис. 1. «Композитная» модель элемента мезоуровня: 1 – приграничная область, 2 – центральная область зерна

Стоит отметить, что такая модель будет адекватна только для достаточно крупных зерен. При измельчении зерна размер центральной области (см. рис. 1, область 2) может быть нулевым; т.е. зерно будет состоять лишь из приграничных областей. Возможна и обратная ситуация: если размер зерна настолько велик, что приграничная область мала по сравнению с центральной областью, то размерами приграничной области можно пренебречь. Важно отметить, что под зерном в работе понимается совокупность указанных двух элементов мезоуровня. Если в зернах возможно выделить две указанные области, то поле напряжений внутри зерна нельзя будет считать однородным. Однако в рамках каждого элемента (области 1 и 2 на рис. 1 в отдельности) НДС можно считать однородным. В ходе работы проведены оценки величины приграничной области (рис. 2), по-

лучено, что при среднем размере зерна 50 мкм размер приграничной области (см. рис. 1, область 1) составляет порядка 25 мкм (поскольку, начиная с этого расстояния от границы, график на рис. 2 становится близким к горизонтальному).

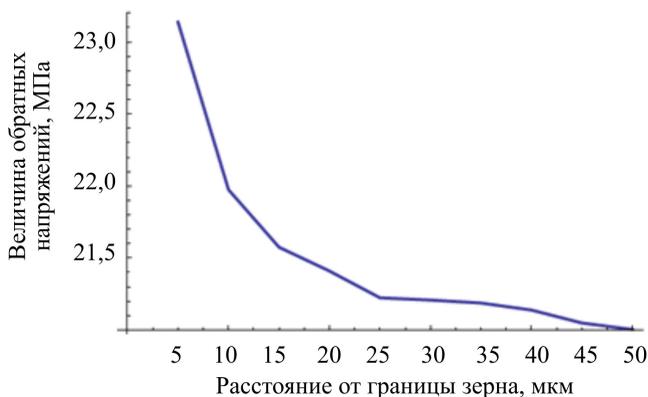


Рис. 2. Качественная зависимость величины обратных напряжений от расстояния до границы при интенсивности деформаций 25 %

Представляется интересным провести анализ активных систем скольжения. Проведены численные эксперименты на модельном бикристалле меди, при этом не использована композитная модель, т.е. в зернах не выделялись приграничная область и объемная часть зерна. Рассмотрены активные системы в процессе деформирования в эксперименте без учета упрочнения и проведено сравнение с аналогичными данными эксперимента с учетом влияния поля ДОН. При этом в экспериментах все входные данные были идентичны: ориентации решеток зерен, критические напряжения на СС и др. Результаты экспериментов представлены на рис. 3.

В результате исследования активных систем скольжения выявлено, что вместо первоначально пяти активных СС после 10 % интенсивности деформаций стало 7, а затем 8 активных СС.

Используя гипотезу об аддитивности касательных напряжений на СС, можно сравнить создаваемые касательные напряжения с внешним воздействием и полем ДОН (таблица).

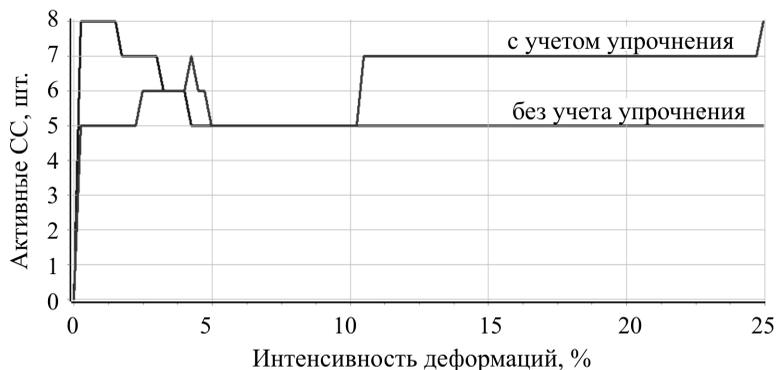


Рис. 3. Изменение количества активных СС в процессе деформирования

Касательные напряжения на системах скольжения

№ СС	τ , МПа	τ_{bs} , МПа	$\tau_{eff} = \tau - \tau_{bs}$, МПа
3	8,77	-9,38	18,10
7	11,34	-8,70	20,04
16	7,69	-12,31	20,0

Из таблицы видно, что на рассматриваемых СС действующие касательные напряжения τ не превышают критического значения (17,5 МПа), однако эффективное напряжение оказалось выше критического, что способствовало активации указанных систем скольжения.

Таким образом, в работе предложена «композитная» модель элемента мезоуровня, состоящего из объемной части зерна и приграничной области. Исследована характерная толщина приграничного слоя. Исследовано явление активации систем скольжения в процессе деформирования за счет

влияния поля напряжений ДОН. Показано, что за счет обратных напряжений активируются некоторые системы скольжения, ранее неактивные.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1298.2017.1.

Список литературы

1. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.

2. Волегов П.С., Никитюк А.С., Янц А.Ю. Геометрия поверхности текучести и законы упрочнения в физических теориях пластичности // Вестник ПГТУ. Механика. – 2009. – Т. 17. – С. 25–33.

3. Озерных В.С., Волегов П.С. Описание механизмов упрочнения при неупругом деформировании поликристаллов // Вестник Тамбов. ун-та. Сер. Естественные и технические науки. – 2016. – Т. 21, № 3. – С. 1203–1206.

УЧЕТ НЕОДНОРОДНОСТИ ПЛОТНОСТИ МАТЕРИАЛА ПРИ БОЛЬШИХ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Р.С. Окатьев, И.Ю. Зубко

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, okatjevrs@gmail.com

В работе рассматривается градиентный континуум, для которого независимой кинематической переменной является градиент вектора перемещений и, следовательно, градиент плотности. При этом становится возможным учитывать неоднородность плотности материала при упругом деформировании. Для этого предлагается вид зависимости упругих модулей материала от плотности в виде степенной функции.

Ключевые слова: градиентные среды, неоднородность распределения плотности, обобщенные континуумы.

В связи с развитием технологий создания и расширением области применения метаматериалов, наноструктурированных композиционных, аддитивных и функционально-градиентных материалов актуальной становится задача описания и предсказания их физико-механических свойств. В силу выраженной структурной неоднородности, которая наблюдается в некоторых случаях вплоть до атомарного уровня, классические модели механики континуума оказываются не применимы для описания поведения таких материалов.

Существуют различные подходы, позволяющие учесть влияние микроструктуры на поведение сплошной среды. Один из таких подходов подразумевает явное введение микроструктуры как отдельного уровня (или нескольких уровней) в модель среды. При этом выделяются объекты, которые определяют динамику среды на рассматриваемом уровне, записываются определяющие уравнения, после чего делается предположение о виде связи между уровнями. Данный подход представляется физически обоснованным, так как позволяет явно учесть физические механизмы, определяющие вклад микроструктуры в поведение среды. Недостатком такого подхода можно назвать необходимость в серьезных вычислительных затратах, поскольку зачастую параллельно приходится описывать динамику сразу на нескольких масштабных уровнях.

Альтернативой многоуровневому моделированию является подход, основанный на введении дополнительных степеней свободы в модель континуума. Такие модели, несколько расширяющие понятие классической сплошной среды, называются неклассическими или обобщенными средами. Наиболее известными представителями обобщенных континуумов являются микрополярные (континуум Коссера [1]) и микроморфные (модели Миндлина [2] и Эрингена – Сухуби [3]) среды, градиентные модели, модели Айфантиса [4] и другие. Данный подход является по большей части макрофеноменологическим, в некоторых случаях оказывается затруднительно определить физиче-

ский смысл для вводимых новых объектов. Кроме того, зачастую получаемые дифференциальные уравнения, описывающие движение среды, оказываются порядком выше второго. Тем не менее существуют различные подходы, позволяющие свести граничную задачу с уравнением высокого порядка к совокупности граничных задач с уравнениями более низких порядков [5]. Преимуществом подхода можно считать то, что для описания применяются хотя и весьма сложные объекты, такие как тензоры моментных напряжений, но все же определенные на макроуровне. Также в некоторых частных случаях оказывается возможным проводить исследование соотношений модели аналитическими методами.

В работе рассматривается обобщенный континуум, в котором дополнительными независимыми кинематическими переменными являются компоненты градиента вектора перемещений. В работе [6] показано, что для такой среды можно считать независимыми плотность и градиент плотности. Таким образом, появляется возможность учитывать неоднородности распределения плотности при различных воздействиях. Из закона сохранения массы выводится модифицированное уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\rho} + l^2 \Delta \hat{\rho}) + \hat{\nabla} \cdot (\hat{\rho} \mathbf{v} + l^2 \mathbf{v} \Delta \hat{\rho}) = 0,$$

где $\hat{\rho}$ – плотность материала в текущей конфигурации; $\hat{\nabla}$ – оператор градиента в текущей конфигурации; Δ – оператор Лапласа, $\Delta = \hat{\nabla} \cdot \hat{\nabla}$; \mathbf{v} – скорость движения среды; l – некоторая величина размерности длины, которую можно интерпретировать как характерный масштаб неоднородности.

Для учета зависимости упругих свойств материала от неоднородности распределения плотности предлагается степенная зависимость для упругих модулей. Так, например, в одномерном случае для модуля Юнга полагается

$$E(\hat{\rho}) = E_0 (\hat{\rho} / \rho_0)^\gamma.$$

Здесь E_0 – модуль Юнга для однородного материала, определяемый из экспериментов; ρ_0 – плотность материала в отсчетной конфигурации; γ – параметр модели, $\gamma \in (0; 1)$. В рамках подхода рассмотрено несколько задач. Показано, что модель позволяет описать появление неоднородности деформаций как следствие неоднородности распределения плотности массы в результате упругого деформирования материала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-41-590377–p_a).

Список литературы

1. Cosserat E., Cosserat F. *Theorie des corps deformables*. – Paris: A. Hermann et fils, 1909. – 226 p.
2. Mindlin R.D. Micro-structure in linear elasticity // *Archive of Rational Mechanics and Analysis*, 1964. – № 1. – P. 51–78.
3. Eringen A.C., Suhubi E.S. Nonlinear theory of simple micro-elastic solids // *Int. J. Engng. Sci.*, 1964. – Vol. 2. – P. 189–203.
4. Aifantis E.C. On the role of gradients in the localization of deformation and fracture // *International Journal of Engineering Science*. – 1992. – Vol. 30. – P. 1279–1299.
5. Ru C.Q., Aifantis E.C. A simple approach to solve boundary-value problems in gradient elasticity // *Acta Mechanica*. – 1993. – Vol. 101. – P. 59–68.
6. Zubko I.Yu. Measures of discontinuities for crystal damaging // *Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, AIP Conference Proceedings*. – 2017. – Vol. 1895. – P. 080006-1-7. (DOI: 10.1063/1.5007400)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПИЩИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПИЩЕВАРИТЕЛЬНЫХ СОКОВ В ДВЕНАДЦАТИПЕРСТНОЙ КИШКЕ

Е.Д. Орлова¹, М.Р. Камалтдинов²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, orlova_ekaterina_97@mail.ru

²Федеральное бюджетное учреждение науки «Федеральный научный центр
медико-профилактических технологий управления рисками здоровью
населения», Пермь, Россия

В данной работе ставится цель создания модели двенадцатиперстной кишки с учетом биохимических реакций, происходящих под действием желчи и панкреатического сока. В результате анализа литературы по физиологии пищеварения выделены основные элементы и функции, необходимые для включения в модель. В работе приведен краткий обзор существующих математических моделей кишечника. Выполнена концептуальная постановка задачи описания течения вязкой многокомпонентной жидкости в двенадцатиперстной кишке.

Ключевые слова: математическая модель, двенадцатиперстная кишка, пищеварение компонентов пищи, вязкость.

Работа посвящена исследованию процесса пищеварения в двенадцатиперстной кишке (ДПК) человека с учетом перистальтики, секреции, всасывания и функций пищеварительных соков. Перистальтика – это физиологическое движение, свойственное многим биологическим жидкостям (кровь, желчь, моча и т.д.), характеризуется волнообразным сокращением полых органов и перемещением жидкостей по ним [1, 2]. Также для ДПК свойственны тонические, маятникообразные сокращения и ритмическая сегментация [3].

Секретируемые пищеварительные соки (панкреатический, кишечный и желчь), попадая в ДПК, нейтрализуют действие желудочного сока и расщепляют компоненты поступающего химуса на более мелкие и усваиваемые вещества.

В ходе работы были изучены процесс секреции пищеварительных соков и их влияние на поступающий химус. При моде-

лировании двенадцатиперстной кишки химус будет рассматриваться как многокомпонентная вязкая жидкость. В процессе продвижения химус под действием поступающих в двенадцатиперстную кишку желчи, поджелудочного и кишечного сока меняет свой состав, происходит расщепление веществ на более мелкие и усваиваемые. Секреция пищеварительных соков подчиняется нервно-рефлекторным и гуморальным механизмам регуляции [4]. Ниже представлена упрощенная схема пищеварения пищи, поступающей в ДПК.

Синие стрелки обозначают, что регуляторный сигнал передается через нервную систему, красные – гуморальным путем, зеленым цветом выделены ферменты панкреатического сока, желтым – компоненты желчи, фиолетовым – кишечного сока, черным цветом обозначено преобразование компонентов пищи до более простых соединений. Под воздействием жиров, белков и углеводов эндокринные и экзокринные клетки начинают выделять гормоны и кишечный сок. Гормон холецистокинин вызывает выделение ферментов поджелудочной железой и желчи. Стимуляторами секреции холецистокинина являются поступающие в тонкую кишку из желудка в составе химуса белки, жиры. Секретин стимулирует секрецию поджелудочной железы и желчного пузыря. Под воздействием поступающих ферментов и компонентов панкреатического сока и желчи происходит расщепление веществ на более простые соединения.

Под воздействием липазы, входящей в состав панкреатического сока, образуются моноглицериды, а под влиянием трипсина происходит расщепление полипептидов до пептидов и аминокислот. Амилаза, также вырабатываемая поджелудочной железой, расщепляет углеводы до поли- и моносахаридов [5]. Под воздействием солей желчных кислот, входящие в состав желчи, происходит эмульгирование и всасывание жиров. Под влиянием ферментов кишечного сока аминопептидаза происходит расщепление пептидов до аминокислот. Под воздействием мальтазы, сахарозы, лактазы полисахариды распадаются на моносахариды.

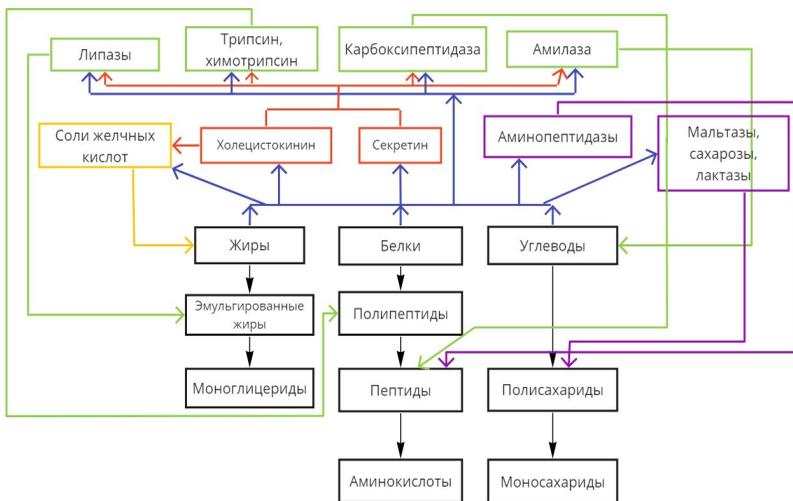


Рис. Схема преобразования компонентов пищи

В основе математической постановки задачи лежат уравнения сохранения массы и импульса, описывающие движение многокомпонентной смеси (ферментов, компонентов пищи) в биоканале сложной формы с подвижными границами [6, 7]. В модели учитываются реакции, происходящие под воздействием трипсина, липазы и амилазы, а также всасывание веществ, образовавшихся в результате реакций, – глюкозы, моноглицеридов, аминокислот. Предполагается, что вязкость жидкости зависит от компонентного состава смеси (пищи и ферментов) и в процессе продвижения в ДПК меняется. В разрабатываемой модели предполагается рассматривать массовые источники в трубе в пристенном слое за счет секреции/всасывания компонентов смеси, переход массы между компонентами в результате реакций. Моторика ДПК является периодичной, а характер моторики не зависит от состава пищи.

Следует отметить, что при разработке моделей течения зарубежными исследователями рассматривается преимущественно

моторика тракта, другим пищеварительным процессам уделяется меньшее внимание [8–10]. В данной работе ставится задача создания математической модели отдела ЖКТ, а именно ДПК, которая позволит учитывать условия, в которых протекает пищеварение пищи, форму и размер самого органа, характер моторики кишки. В модели будут учитываться секреция/всасывание веществ, изменения состава жидкости в процессе её перемещения по трубе.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-01-00126 А.

Список литературы

1. Бойчук И.П. Перистальтический транспорт вязкой жидкости в цилиндрических трубах // Вестник ХНАДУ. – 2005. – № 29.
2. Кучумов А.Г. Математическое моделирование перистальтического течения литогенной желчи через проток при рубцовом стенозе, рассматриваемый в виде трубки с сужающимися стенками конечной длины // Российский журнал биомеханики. – 2016. – № 2. – С. 96–115.
3. Основы физиологии человека: в 2 т. / под ред. акад. РАМН Б.И. Ткаченко. – СПб., 1994. – Т. 1. – 567 с.
4. Физиология человека / под ред. В.М. Покровского, Г.Ф. Коротько. – М.: Медицина, 1997. – Т. 1. – 448 с., Т. 2. – 368 с.
5. Логинов А.В. Физиология с основами анатомии человека. – М.: Медицина, 1983. – 496 с.
6. Трусов П.В., Зайцева Н.В., Камалтдинов М.Р. Течение в антродуоденальной области пищеварительного тракта: математическая модель и некоторые результаты // Математическая биология и биоинформатика. – 2015. – № 1. – С. 34–53.
7. Trusov P.V., Zaitseva N.V., Kamaltdinov M.R. A multi-phase flow in the antroduodenal portion of the gastrointestinal tract: a mathematical model // Computational and Mathematical Methods in Medicine. – 2016. – Vol. 2016. – P. 5164029.

8. Fullard L.A., Lammers W.J., Ferrua M.J. Advective mixing due to longitudinal and segmental contractions in the ileum of the rabbit // Journal of Food Engineering. – 2015. – Vol. 160. – P. 1–10.

9. An expanded finite element model of the intestinal mixing of digesta / R.J. Love, R.G. Lentle, P. Asvarujanon, Y. Hemar, K.J. Stafford // Food Digestion. – 2013. – Vol. 4. – P. 26–35.

10. Sinnott M.D., Cleary P.W., Harrison S.M. Peristaltic transport of a particulate suspension in the small intestine // Applied Mathematical Modelling. – 2017. – Vol. 44. – P. 143–159.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В КРУПНЫХ ВОДНЫХ ОБЪЕКТАХ

Я.Н. Паршакова¹, Т.П. Любимова^{1,2}, Н.А. Зубова¹

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, parshakova@icmm.ru,

²Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, ivanov@ya.ru

На примере одной из крупнейших тепловых энергетических станций – Пермской ГРЭС – рассмотрена технология расчета температурных полей, создаваемых в водных объектах в результате сброса термальных стоков систем охлаждения. Поскольку в водоемах – приемниках наблюдается существенная вертикальная температурная неоднородность, то для достижения достаточной корректности расчеты должны строиться в общем случае с использованием 3D-моделей.

Ключевые слова: 3D-модели, энергетика, тепловые загрязнения.

Для моделирования зон теплового воздействия в районе влияния Пермской ГРЭС использовалась комбинированная схема, построенная на основе сопряжения моделей в 1D, 2D, 3D-постановках. Необходимость использования такой схемы расчетов обусловлена существенной неоднородностью рассматриваемых температурных полей как по акватории, так и глубине и крайне

ограниченной системой гидрологических наблюдений на водохранилище. В то же время возможности даже наиболее мощных из доступных кластеров не позволяют проводить расчеты в 3D для крупных участков водохранилищ. Поскольку при проведении расчетов в 3D-постановке для всего водохранилища получается весьма большой объем информации, которая не используется в дальнейшем в полной мере.

Модель в одномерной постановке охватывала всю акваторию Камского водохранилища от створа реки Кама п. Тюлькино до створа КамГЭС. В расчетах по этой модели использовался программный продукт HEC RAS [1]. Модель в 1D-постановке позволяла получить необходимую гидравлическую информацию для модели в 2D-постановке на основе информации о притоках в Камское водохранилище и режимах работы КамГЭС.

Модель теплового загрязнения в двухмерной постановке строилась для участка водохранилища п. Усть-Гаревая – КамГЭС. К настоящему времени накоплен достаточно большой опыт использования моделей в приближении мелкой воды для решения задач гидродинамики водохранилищ, в том числе с использованием весьма распространенного программного продукта SMS [1]. В настоящей работе расчеты проводились на основе лицензионного программного продукта SMSV 10.1 с использованием расчетного модуля TUFLOW [2]. Для рассматриваемой задачи эта модель играет вспомогательную роль, она используется для оценки параметров граничных условий при построении 3D-моделей. Выполненные расчеты показали, что данная модель позволяет достаточно адекватно проводить качественную оценку распределения полей скоростей течений при различных направлениях и скоростей ветра в Камском водохранилище в районе Пермской ГРЭС. Полученные на ее основе оценки использовались в 3D гидротермической модели рассматриваемого участка Камского водохранилища.

Гидродинамическая модель в 3D-постановке строилась для участка Камского водохранилища с линейными размерами

10 000 м, прилегающего к Пермской ГРЭС и включающего в себя источник забора воды и источник сброса отработанной воды. Расчеты по этой модели проводились на вычислительном кластере «Уран» ИММ УрО РАН с использованием программного продукта ANSYS Fluent. Задача решалась в рамках нестационарного неизотермического подхода с использованием модели для описания турбулентных пульсаций. Расчетная сетка строилась при помощи программного пакета Gambit 2.4, входящего в состав ANSYS Fluent. При этом число узлов по глубине расчетной области принималось равным 21, сетка строилась неравномерная, в соответствии с измеренной и полученной в результате натурных измерений в 2014 году морфометрией дна. По горизонтали сетка состояла из четырехугольных ячеек, равномерно распределенных по всей длине, с характерным линейным размером 20 м. Размерность сетки составляла порядка четырехсот тысяч узлов.

Для решения проблемы адаптации существующих морфологических данных в формате «координата – глубина» к возможностям сеткопостроителя Gambit была применена процедура «разбиения» морфологии дна на простые геометрические объекты с некоторым заданным разрешением и с записью их затем в командном файле задания. Была написана программа, позволяющая по массиву данных, описывающих морфологию дна водного объекта, выводить командный файл задания для генератора сеток Gambit, входящий в вычислительный пакет ANSYS Fluent. Таким образом, была реализована сложная геометрия вычислительной области. Созданная программа имеет общий характер и применима к построению подобных геометрий и в других задачах.

Проведены расчеты для случая работы ГРЭС в июле 2014 года. Расчеты проводились для следующих технологических характеристик: количество работающих энергоблоков 3, расход сброса – 41.0 м³/с, температура сбрасываемой воды 26 °С. Гидрологические и метеопараметры принимались следующими: уровень воды – НПУ в створе КамГЭС 108.5 м, рас-

ход воды в створе в 10 км выше г. Добрянка $850 \text{ м}^3/\text{с}$, температура забираемой воды $17 \text{ }^\circ\text{C}$, ветер северный, скорость ветра 5 м/с , период расчета (воздействие условий) 3 суток.

В результате проведенных вычислений были получены поля температуры и скорости, характеристики турбулентных пульсаций при разных направлениях и скоростях ветра и количественных характеристиках сброса теплой воды. На рис. 1 представлено поле температуры воды в поверхностном слое Камского водохранилища. Результаты верификационных расчетов сопоставлялись с данными натуральных измерений.

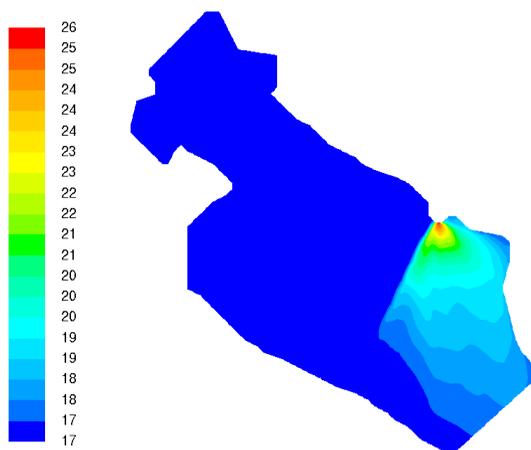


Рис. 1. Поле температуры ($^\circ\text{C}$) в поверхностном слое Камского водохранилища при верификационных расчетах

На рис. 2 приведены распределения температуры воды по глубине в контрольных вертикалях, для которых производились натурные измерения. Сопоставление данных натуральных измерений и результатов численного моделирования показывает, что результаты численного моделирования хорошо согласуются с данными натуральных измерений, что свидетельствует о пригодности разработанной модели для дальнейших сценарных расчетов.

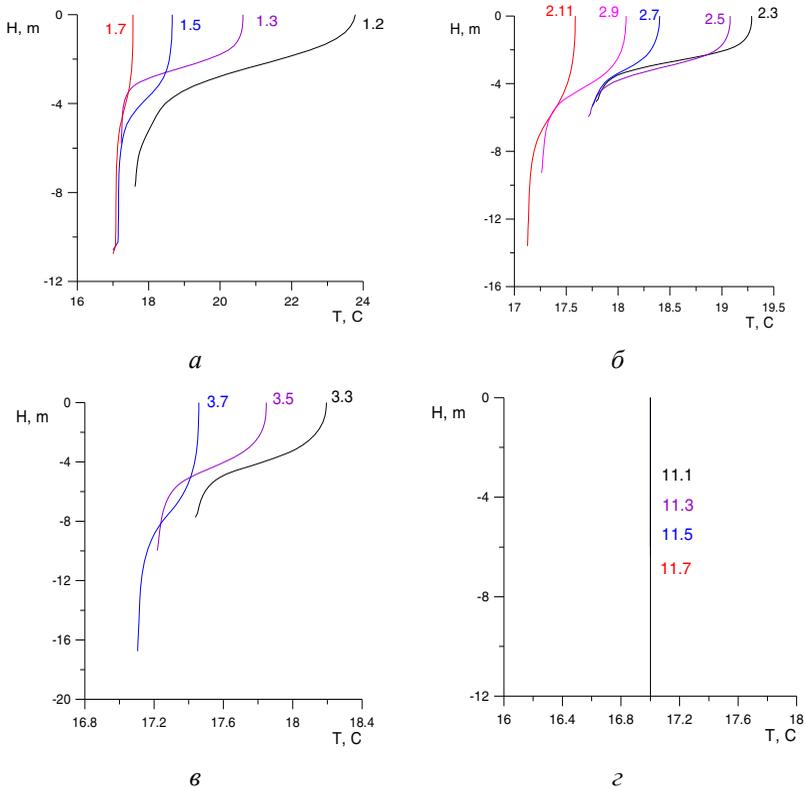


Рис. 2. Распределения температуры воды (°C) по глубине в контрольных вертикалях: (0 – поверхность воды, соответствующая 108.5 м абс); а – первый контрольный створ, б – второй, в – третий, г – одиннадцатый

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Проект No. 17-77-20093).

Список литературы

1. HEC-RAS, River Analysis System Hydraulic Reference Manual (CPD-69) / Gary W. Brunner. – Version 4.1. – January 2010. – P. 411.
2. TUFLOW User Manual. GIS Based 2D/1D Hydrodynamic Modelling. – 2008 (Build 2008-08-AC). – P. 475.

СПОСОБЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЖЕВАТЕЛЬНЫХ МЫШЦАХ И В ВИСОЧНО-НИЖНЕЧЕЛЮСТНОМ СУСТАВЕ: СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ ПРУИМА

С.Е. Пешин, О.И. Дударь

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sapeshin@yandex.ru

Сравниваются пять способов теоретического определения усилий в жевательных мышцах и реакции в височно-нижнечелюстном суставе с помощью упрощённой модели Канга. Модель Канга предполагает симметрию относительно сагиттальной плоскости и учет усилий только в височной, жевательной и внутренней крыловидной мышцах. Рассматривался также вариант упрощённой модели, учитывающий действие мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы. Для раскрытия статической неопределённости использовались пять теорий. Показана эквивалентность трёх из них в рамках используемой упрощённой модели. Показана необходимость учёта мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы. Сравнение результатов расчётов по различным теориям с экспериментальными данными Пруима показали, что предложенная авторами теория, основанная на предположении функциональной равноправности мышц-синергистов, является предпочтительной.

Ключевые слова: усилия жевательных мышц, реакция в височно-нижнечелюстном суставе, статическая неопределённость.

Расчет усилий в жевательных мышцах необходим для определения жевательной нагрузки на зубы и протезы, а также для определения реакции в височно-нижнечелюстном суставе (ВНЧС). Эта информация может оказаться полезной при лечении заболеваний зубов и ВНЧС.

При определении усилий в жевательных мышцах и ВНЧС под действием заданной жевательной нагрузки имеет место проблема статической неопределённости: в общем случае имеются 6 уравнений равновесия при 17 неизвестных.

В данной работе с помощью упрощённой модели зубочелюстной системы [1] сравниваются пять способов раскрытия статической неопределённости с имеющимися экспериментальными данными Пруима [2].

В соответствии с работой [1] принимаются следующие допущения, позволяющие уменьшить число искомых усилий:

1) зубочелюстную систему считаем симметричной относительно сагиттальной плоскости;

2) внутреннюю крыловидную и жевательную мышцы можно объединить ($F = F_{ip} + F_m$);

3) усилиями, развиваемыми наружной крыловидной и мышцами-открывателями, можно пренебречь.

Остались неизвестными: F – суммарное усилие жевательной и внутренней крыловидной мышц, F_t – усилие височной мышцы; величина R и направление φ реакции в ВНЧС. Полагая, что жевательная нагрузка L равна среднестатистическому значению $L = 160$ Н [3] и приложена к первым молярам нижней челюсти. Таким образом, для определения неизвестных величин имеются 3 уравнения равновесия с 4 неизвестными.

Эксперименты показывают [2], что в достаточно больших пределах силы F и F_t изменяются линейно с увеличением жевательной нагрузки L , что означает их пропорциональность: $F / F_t = k$. Величину k будем находить, используя способы раскрытия статической неопределенности, предлагаемые различными авторами:

1) мышцы-синергисты – височная и внутренняя крыловидная совместно с жевательной функционально равноправны, что означает равенство их действий, т.е. равенство моментов сил F и F_t относительно оси вращения, проходящей через головки сустава [4];

2) усилия F и F_t пропорциональны площадям поперечных сечений мышц [4];

3) модуль реакции в суставе должен быть минимальным [5];

4) максимум из двух мышечных напряжений $\sigma = F / S$ и $\sigma_t = F_t / S_t$ должен быть минимальным [1];

5) максимум из двух относительных усилий $F_o = F / F_{\max}$ и $F_{ot} = F_t / F_{t\max}$, где F_{\max} и $F_{t\max}$ – максимальные физиологиче-

ские значения соответствующих усилий, должен быть минимальным [1].

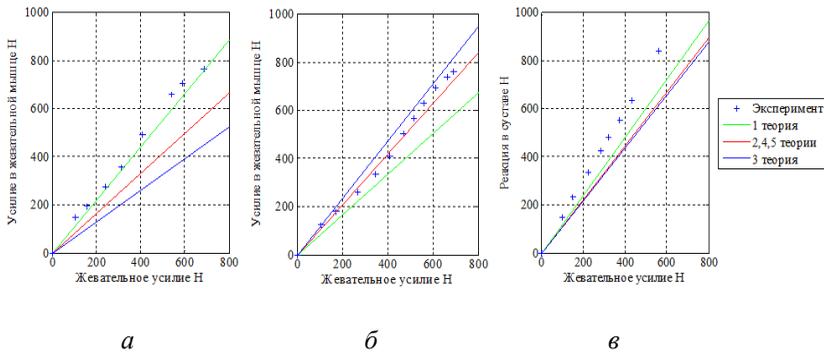


Рис. 1. Усилие в височной мышце F_t (а), суммарное усилие в жевательной и внутренней крыловидной F (б) и реакция в ВНЧС R (в) в зависимости от жевательного усилия L , без учёта мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

Для усилия в височной мышце наилучшим образом показывает себя первая теория. Для суммарного усилия жевательной мышцы и внутренней крыловидной на начальном участке жевательного усилия (до 400 Н) лучше всего проявляют себя вторая, четвёртая и пятая теории, однако при значительных жевательных нагрузках экспериментальные данные находятся одинаково близко к третьей теории и второй, четвёртой и пятой теориям. В то же время для реакции в суставе все теории достаточно далеки от экспериментальной кривой, поэтому следующим естественным шагом является учёт мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы.

Чтобы учесть влияние этих мышц при жевательной нагрузке $L = 160$ Н, значения суммарного усилия в мышцах-открывателях F_o и усилия в наружной крыловидной мышце $F_{e,p}$ возьмем непосредственно из экспериментальных данных ($F_o = 20,3$ Н, $F_{e,p} = 56$ Н) [2], которые были учтены в уравнениях равновесия.

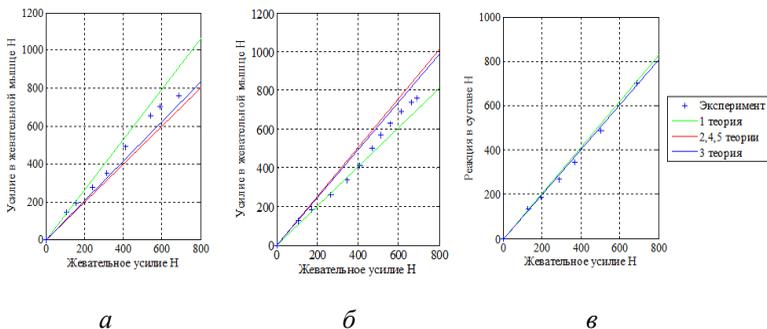


Рис. 2. Усилие в височной мышце F_t (*a*), суммарное усилие в жевательной и внутренней крыловидной F (*б*) и реакция в ВНЧС R (*в*) в зависимости от жевательного усилия L с учётом мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

Сравнение с экспериментом результатов расчета по двум вариантам упрощенной модели – без учета действия наружной крыловидной мышцы и мышц-открывателей и с их учетом показало, что для получения корректного значения величины реакции в ВНЧС учет действия наружной крыловидной мышцы и мышц-открывателей необходим. Сравнение теорий по усилиям в височной мышце и в жевательной совместно с внутренней крыловидной с экспериментом показало, что для значений жевательной нагрузки от 0 до 160 Н (т.е. до среднестатистических значения) предпочтительной является 1-я теория. При больших значениях жевательной нагрузки от 200 до 700 Н конкурирующими становятся 1-я и 3-я теории.

Список литературы

1. Kang Q.S., Updike D.P., Salathe Eric P. Theoretical prediction of muscle forces on the mandible during bite// J. of Biomechanical Engineering. – Nov. 1990. – Vol. 112. – P. 432–436.
2. Pruijm G.J., De Jongh H.J., Ten Bosh J.J. Forces acting on the mandible during bilateral static bite at different bite force levels // J. Biomech. – 1980. – Vol. 13. – P. 755–763.

3. Бетельман А.И., Бынин Б.Н. Ортопедическая стоматология. – М.: Медгиз, 1951. – 388 с.
4. Дударь О.И., Бобина Д.И., Ляшкова А.И., Определение усилий в жевательных мышцах при центральной окклюзии // Master's Journal. – 2014. – Т. № 2. – С. 190–199.
5. Barbenel J.C. The Biomechanics of the Temporomandibular Joint // J. Biomech. – 1972. – Vol. 11. – P. 389–395.

МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СТАЛЯХ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

А.Н. Подседерцев, Н.Д. Няшина, Н.С. Кондратьев

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, stevenmoore@ya.ru

В работе рассматриваются вопросы, связанные с влиянием фазовых превращений на физико-механические свойства материала. Для описания фазовых переходов при термомеханическом воздействии в конечном макрообъеме строится двухуровневая математическая модель твердотельных фазовых переходов с дальнейшей численной реализацией методом конечных элементов с использованием линейных пробных функций в трехмерном симплекс элементе.

Ключевые слова: двухуровневая математическая модель, МКЭ, фазовые превращения, теплопроводность, физические теории пластичности.

Термомеханическая обработка широко применяется в промышленности для изменения физико-механических свойств стали. Чтобы получить необходимые физико-механические свойства после обработки, нужно хорошо представлять структуру сталей, а также трансформации, происходящие в них. Экспериментальное исследование фазовых превращений является ресурсозатратным, поэтому актуальна задача построения модели, описывающей состояние и эволюцию структуры материала с учетом твердотельных фазовых превращений [1].

Целью работы является определение напряженно-деформированного состояния и фазового состава конечного объема макроуровня в зависимости от нагрузок и неоднородного распределения температуры.

В работе используется двухуровневый подход к описанию неупругого деформирования, основанный на физических теориях пластичности. На макроуровне рассматривается конечный объем поликристаллического материала, в котором под действием нагрузок и при изменениях температуры происходит мартенситный переход. Модель мезоуровня включает в себя конститутивные соотношения физической теории пластичности с учетом фазовых превращений, кинематические соотношения для меры деформации, а также эволюционные уравнения для доли фаз, сдвигов по СС, критических напряжений.

Задача макроуровня решается с помощью МКЭ. Каждый конечный элемент представляет собой отдельное зерно (представительный объем мезоуровня) с определенной ориентацией относительно лабораторной системы координат.

Постановка краевой задачи для макроуровня имеет вид:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \dot{\Sigma} - \nabla \mathbf{V} : \nabla \Sigma + \dot{\mathbf{B}} &= 0, \\ \Sigma^{CR} \equiv \dot{\Sigma} + \Sigma \cdot \Omega + \Omega^T \cdot \Sigma &= \mathbf{P} : (\mathbf{Z}_r - \mathbf{Z}_r^{in} - \mathbf{A}\dot{\Theta}), \\ \mathbf{V} &= \mathbf{V}_\Gamma \text{ на } \Gamma_V, \\ \mathbf{V}(t=0) &= \mathbf{V}_0 \\ \nabla \cdot \Sigma_0 + \mathbf{B}_0 &= 0. \end{aligned}$$

Здесь Ω – тензор спина решетки, описывающий движение подвижной кристаллографической системы координат (КСК) относительно ЛСК (на данном этапе не учитывается), Σ – тензор напряжения Коши, \mathbf{Z}_r^{in} – неупругая составляющая деформации скорости, связанная с мартенситным переходом, тензор термического расширения \mathbf{A} , \mathbf{P} – тензор упругих

свойств кристаллита, Γ_V – граница, на которой задаются кинематические граничные условия.

Постановка задачи теплообмена для макроуровня имеет вид:

$$\mathbf{K}\dot{\Theta} - \nabla \cdot (\mathbf{\Lambda} \cdot \nabla \Theta) = Y,$$

$$\Theta = \Theta_G \text{ на } \Gamma_\Theta,$$

$$\mathbf{N} \cdot (\mathbf{\Lambda} \cdot \nabla \Theta) = \mathbf{N} \cdot \mathbf{G} = G \text{ на } \Gamma_G,$$

$$\Theta(t=0) = \Theta_0,$$

где $\Theta, \Theta_0, \Theta_G$ – температура, ее значение в начальный момент времени и на границе; \mathbf{K} – теплоемкость; Y – мощность внутреннего теплового источника; $\mathbf{\Lambda}$ – тензор теплопроводности; Γ_Θ – граница, на которой задается температура; Γ_G – часть границы, на которой задается проекция G вектора теплового потока, $\mathbf{G} = \mathbf{\Lambda} \cdot \nabla \Theta$, на внешнюю нормаль [2].

В качестве граничных условий заданы значение температуры на верхней границе и тепловой поток на нижней. Мощность внутреннего источника тепла определяется соотношением вида:

$$Y = \xi_A \sum_{k=1}^{n_i} \tau_c^{(k)} \dot{\gamma}^{(k)} + \rho_M g_M \dot{\xi}_M,$$

где $\tau_c^{(k)}$ – сдвиговое напряжение, действующее в k -й системе скольжения аустенита, g_M – скрытая теплота фазового перехода из аустенита в мартенсит, ρ_M – плотность мартенсита.

С использованием значений градиента перемещений и температуры для каждого элемента мезоуровня, определенных из решения краевой задачи, вычисляется доля мартенситной фазы с использованием соотношения вида:

$$\dot{\zeta}^{(\beta)} = \begin{cases} \dot{\zeta}_0 \tanh\left(\frac{f^{(\beta)} - f_{cr}^{(\beta)}}{\nu f_{cr}^{(\beta)}}\right), & \text{если } f^{(\beta)} \geq f_{cr}^{(\beta)} \\ 0 & \text{иначе} \end{cases},$$

где $f_{cr}^{(\beta)}$ – критическое значение движущей силы на трансформационной системе, ν – материальный параметр, $f^{(\beta)}$ – движущая сила, которую можно представить в виде механической и термической составляющих:

$$f_m^{(\beta)} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{s}^{(\beta)} \mathbf{m}^{(\beta)} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} (\mathbf{f}^{eT} \cdot \mathbf{f}^e - \mathbf{I}) : \tilde{\mathbf{n}} : \frac{1}{2} (\mathbf{f}^{eT} \cdot \mathbf{f}^e - \mathbf{I}) \right),$$

$$f_{th}^{(\beta)} = \rho_0 (h^{(\beta)} - h_A) \left(\theta \ln \left(\frac{\theta}{\theta_T} \right) - (\theta - \theta_T) \right) + \rho_0 \frac{g_M}{\theta_T} (\theta - \theta_T).$$

В этих соотношениях h_A – удельная теплота фазового перехода фазы аустенита, $h^{(\beta)}$ – удельная теплота фазового перехода фазы мартенсита, θ_T – температура мартенситного перехода при отсутствии упругих деформаций, θ – температура, g_M – скрытая теплота мартенситного перехода. Векторы \mathbf{m} и \mathbf{s} задают трансформационную систему.

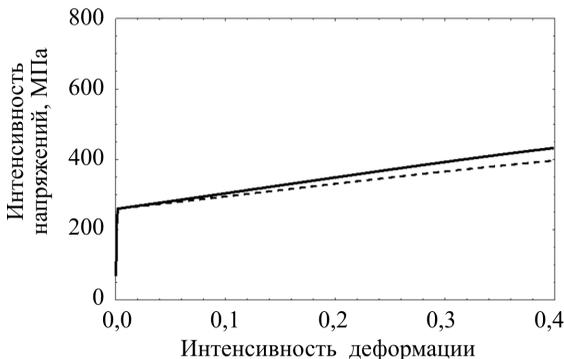


Рис. Зависимость интенсивности напряжений от интенсивности накопленных деформаций для стали при простом сдвиге (пунктирная линия – зависимость без учета фазовых переходов)

Доля мартенситной фазы, объемный и тепловой эффект фазового превращения были сопоставлены с экспериментальными данными.

С использованием алгоритма модели был проведен численный эксперимент на простой сдвиг. Расчеты были выполнены для комнатной температуры, при этом полагалось, что изменение температуры образца может происходить за счет пластической деформации аустенита и протекающих фазовых превращений.

В связи с тем, что образование новой фазы происходит не одновременно с началом деформирования, предел текучести не изменяется. Однако упрочнение происходит значительно быстрее, это объясняется появлением мартенсита, который оказывает непосредственное влияние на пластическое деформирование.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-31-60002-мол_а_дк).

Список литературы

1. Няшина Н.Д., Трусов П.В. Моделирование мартенситных превращений в сталях: кинематика мезоуровня // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 4. – С. 118–151.

2. Исупова И.Л., Трусов П.В. Математическое моделирование фазовых превращений в сталях при термомаханической нагрузке // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2013. – № 3. – С. 126–156.

3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ И ВОЗДЕЙСТВИЯ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ НА МОЛЕКУЛУ ДНК НА ОСНОВЕ ГЕЛИКОИДАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

А.Э. Попова¹, А.С. Никитюк²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Пермь, Россия, annakovilyaeva@gmail.com,

²Институт механики сплошных сред УрО РАН,

Пермь, Россия, nas@icmm.ru

В работе рассматривается геликоидальная модель молекулы ДНК, которая учитывает диссипацию энергии и воздействие внешней силы. С помощью метода многомасштабного разложения получено приближенное решение уравнений движения, описывающих поведение объекта моделирования. Решением для радиальной переменной является локализованный бризер, а для угловой – кинк.

Ключевые слова: диссипация энергии, внешняя сила, метод многомасштабного разложения, кинк, бризер.

Бризеры и кинки играют большую роль в физике конденсированного состояния. Бризерные решения были получены при изучении процесса денатурации молекулы ДНК [1]. С помощью кинков описывается взаимодействие молекулы ДНК с внешними лигандами в процессах транскрипции [2]. Обычно для теоретического описания указанных процессов используют так называемые РВ-модели [1]. Также для анализа функционирования молекулы ДНК применяют геликоидальную модель молекулы ДНК [3], которая имеет не одну, как в РВ-моделях, а две степени свободы для каждого нуклеотида. Однако данные модели в исходной постановке не учитывают эффект диссипации энергии и влияние внешней силы. Таким образом, сужается круг задач, которые можно решить с помощью этого класса моделей.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния вязкости и воздействия внешней силы на молекулу ДНК [4]. В качестве модели, на основе которой выполняется исследование, предлагается использовать геликоидальную модель ДНК [3].

В данной модели каждая пара оснований имеет две степени свободы – радиальную и угловую. Вязкость и воздействие внешней силы учитываются за счет введения дополнительных слагаемых в уравнения движения нуклеотидов. С учетом эффекта диссипации и влияния внешних полей функция Гамильтона, описывающая поведение объекта моделирования, имеет вид:

$$H(p_{r_n}, p_{\varphi_n}, r_n, \varphi_n) = e^{-\gamma t} E_{kin}(p_{r_n}, p_{\varphi_n}) + e^{\gamma t} U(r_n, \varphi_n) - e^{\gamma t} E_F, \quad (1)$$

где E_{kin} – кинетическая энергия системы, U – потенциальная энергия системы, E_F – энергия, поступающая в систему из внешнего источника, n – номер нуклеотида, r_n – расстояние между центром симметрии и n -й точечной массой, φ_n – угол, образованный между осью, соединяющей точечные массы внутри пары, и опорным направлением, p_{r_n} – импульс точечной массы в радиальном направлении, p_{φ_n} – импульс точечной массы в угловом направлении, γ – коэффициент диссипации. Стоит отметить, что экспоненциальные множители в функции Гамильтона вводятся по аналогии с работой Н. Икота [5] и определяют переменную массу точечного объекта $m(t) = me^{\gamma t/m}$.

Исследование модели выполняется с помощью метода многомасштабного разложения (ММР). Основная идея метода заключается в поиске приближенного решения уравнений движения в виде волнового пакета на разных временных и пространственных масштабных уровнях.

В ходе работы была изучена литература по геликоидальной модели ДНК, а также по методу многомасштабного разложения [3]. Выведены уравнения движения нуклеотидов для геликоидальной модели ДНК, которая учитывает диссипацию энергии и влияние внешней силы. Найдено приближенное решение уравнений движения нуклеотидов с помощью ММР. Получены пространственные зависимости смещений нуклеотидов в радиальном и угловом направлениях в начальный момент

времени и с течением времени. Данные зависимости визуализированы в математическом пакете MatLab. Решением для радиальной переменной является локализованный бризер (рисунок, *a*), а для угловой – имеет кинк-структуру (рисунок, *б*).

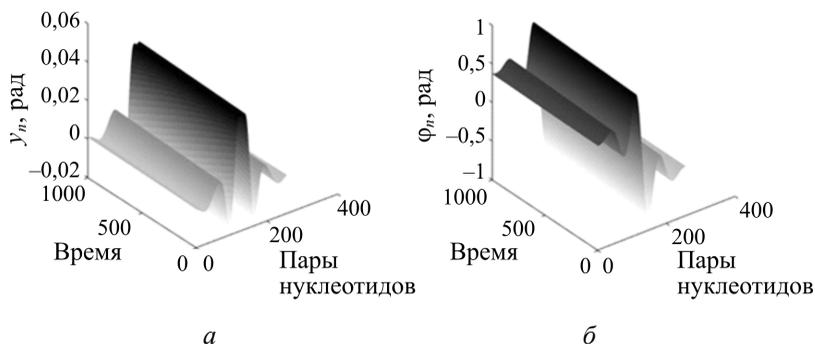


Рис. Приближенное решение геликоидальной модели ДНК, учитывающей эффект диссипации энергии и воздействие внешней силы: смещения нуклеотидов молекулы ДНК в радиальном направлении в течение заданного времени (*a*); смещения нуклеотидов молекулы ДНК в угловом направлении в течение заданного времени (*б*)

В дальнейшем на основе предложенной модели и полученных решений имеется возможность исследовать динамику молекулы ДНК, а именно оценить поведение бризера и кинка с течением времени.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 16-41-590235).

Список литературы

1. M. Peyrard Nonlinear dynamics and statistical physics of DNA // Nonlinearity. – 2004. – No. 17.
2. Якушевич Л.В. Нелинейная физика ДНК. – Ижевск: Изд-во Ин-та компьютер. исследований, 2007. – 252 с.
3. Twist Opening Model for DNA / M. Barbi, S. Cocco, M. Peyrard, S. Ruffo // Journal of Biological Physics 24: 97. – 1999. – P. 114.

4. Dynamics of DNA breathing in the Peyrard–Bishop model with damping and external force / A. Sulaiman, F.P. Zen, H. Alatas, L.T. Handoko // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. – 241, 19. – 2012. – P. 1640–1647.

5. Quantum damped mechanical oscillator / Akpan N. Ikot, Louis E. Akpabio, Ita O. Akpan, Michael I. Umo and Eno E. Ituen // *International Journal of Optics*. – 2010. – 6 p.

**ПОДМОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМОВ
ПРИМЕСЕЙ И ДИСЛОКАЦИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЭФФЕКТА
ПРЕРЫВИСТОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ**

Ф.С. Попов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, popovfyodor@yandex.ru

Работа посвящена исследованию эффекта прерывистой пластичности, особое внимание уделено физическим механизмам его возникновения. В работе рассматриваются отдельные механизмы неупругого деформирования материалов: скольжение дислокаций, взаимодействие дислокаций как друг с другом, так и с атомами примеси. Рассматриваемые механизмы описываются с использованием эволюционных соотношений для плотностей дислокаций, концентраций примеси.

Ключевые слова: атомы примеси, дислокации, прерывистая пластичность, плотность дислокаций.

Исследуется эффект прерывистой пластичности, особое внимание уделено физическим механизмам его возникновения. Основной задачей работы является разработка прямой трехуровневой модели для описания эффекта прерывистой пластичности, что подразумевает решение ряда подзадач, которые обладают тесной связью между собой и имеют ряд особенностей. Одной из таких задач является описание движения атомов примесей совместно с дислокациями, к которым примеси «прилепились».

Одной из первых работ, в которых предложена модель для описания деформационного старения, была статья [1]. В качестве модельного материала рассматривалась низкоуглеродистая сталь (0,003 % C); деформационное старение реализуется за счет диффузии и образования атмосферы («облака») атомов углерода в окрестностях дислокаций. В [1] вводится предположение о том, что дислокационные напряжения остаются неизменными при перемещении атома углерода; данное утверждение подразумевает, что поле эффективных напряжений остается постоянным в областях больших по сравнению с размером атома углерода.

В [2] подробно обсуждаются соотношения для описания формирования атмосферы и скорости старения. Получена оценка напряжения, необходимого для отрыва дислокации от атмосферы атомов углерода с использованием энергии активации дислокации (энергии сдвига дислокации на некоторое расстояние). Предложено объяснение температурной зависимости предела текучести состаренного материала. Отмечается хорошее соответствие теоретических результатов известным экспериментальным данным. В [3] приведены объяснения некоторым несоответствиям теории и экспериментальных данных для случая деформирования образцов из алюминиевых сплавов.

Для описания взаимодействия дислокаций с атомами примеси выстроена следующая цепочка рассуждений. В первом приближении можно принять распределение плотностей дислокаций в отсчетной конфигурации однородным по всем системам скольжения (СС). Однородное распределение дислокаций в пределах каждой СС позволяет определить среднее расстояние между дислокациями каждого знака в каждой СС. Распределение примесных атомов тоже можно принять однородным, отнеся их количество в равной пропорции к каждой СС. Для установления распределения начальных атмосфер примесных атомов предлагается следующий возможный вариант. Для выделенной одиночной дислокации требуется определить R – «радиус захвата» цилиндра (трубки) с центральной линией – краем экстраплоскости, при

всех СС, свободные атомы «собираются» и распределяются однородно по объему с концентрацией, определяемой исходной концентрацией и разностью объемов квадратных трубок и трубок захвата; в дальнейшем они не относятся ни к одной из СС и считаются свободными.

Рассмотрим одиночную дислокацию (рисунок, δ), которая движется со скоростью V и «заметает» за время dt некоторый объем. Обозначим концентрацию свободных атомов как $c_{\text{своб}}^{(k)}$. За время dt дислокация, движущаяся со скоростью v , не превышающей скорости диффузии $v_{\text{дифф}}$, соберет на себя $c_{\text{своб}}^{(k)} Rvdt$.

На основе вышеописанного можно сформулировать эволюционные уравнения для атомов примеси на СС в виде источников и стоков. Концентрацию захваченных атомов на k -й СС будем определять из условий:

- если атом примеси попадает в радиус влияния дислокации R ,
- если текущая концентрация меньше $c_{cr}^{(k)}$ – критической концентрации на данной СС,
- если скорость движения дислокации V меньше или равна скорости диффузии $v_{\text{дифф}}$; как только скорость дислокаций на данной СС превысит критическую скорость (диффузии), все дополнительно «налипшие» на дислокации данной СС атомы примесей «сбрасываются» в разряд свободных и распределяются заново между всеми СС; на рассматриваемой СС все возвращается к состоянию отсчетной конфигурации.

Тогда концентрацию захваченных атомов подвижной дислокацией определим как произведение исходной концентрации на системе скольжения на отношение площади трубки захвата к площади, «заметаемой» дислокацией:

$$c_{\text{захв}}^{(k)} = c^{(k)} \frac{R^2}{\left(\rho_{\text{дисл}}^{(k)}\right)^{-1/2} (vdt)}.$$

Также можно определить концентрацию свободных атомов:

$$c_{\text{своб}} = c^{(k)} \left(1 - \frac{R^2}{(\rho_{\text{дисл}}^{(k)})^{-1/2} (v dt)} \right).$$

Имея концентрации захваченных и свободных атомов, можно установить соотношения для определения влияния захваченных атомов на движение дислокаций, т.е. вклад в их скорости движения по СС.

В работе произведен обзор литературы по исследованиям взаимодействия дислокаций с атомами примеси. На основе анализа литературы сформулированы основные задачи, которые необходимо решить для формулировки соотношений, чтобы учесть влияние примесных атомов на движение дислокаций. Сформулированы концептуальная и математическая постановки для изменения концентрации атомов примеси на кристаллографических системах скольжения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-41-590694-р_а).

Список литературы

1. Cottrell A.H., Bilby B.A. Dislocation theory of yielding and strain ageing of iron // Proceedings of the Physical Society. Section A. – 1949. – Vol. 62, No. 1. – P. 49–62.
2. Koehler J.S. On the dislocation theory of plastic deformation // Phys. Rev. – 1941. – Vol. 60. – P. 397.
3. Cottrell A.H. LXXXVI. A note on the Portevin-Le Chatelier effect // The London, Edinburgh, and Dublin. Philosophical Magazine and Journal of Science. – 1953. – Vol. 44, Iss. 355. – P. 829–832.
4. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.

**МНОГОУРОВНЕВЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МЕТАЛЛОВ:
ОЦЕНКА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ К ВОЗМУЩЕНИЯМ ПАРАМЕТРОВ**

Д.А. Пушков, А.И. Швейкин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, kirintul@gmail.com

Физико-механические свойства материалов обладают стохастическим характером, поэтому к конститутивным моделям предъявляются повышенные требования по устойчивости к возмущениям соответствующих параметров. В работе проведено исследование чувствительности отклика многоуровневых моделей поликристаллических металлов к возмущениям различных физико-механических характеристик: параметров характерной скорости сдвигов и скоростной чувствительности в вязкопластическом законе для внутризеренного дислокационного скольжения, начальных критических напряжений, параметров закона упрочнения. Результаты свидетельствуют об устойчивости протестированных конститутивных моделей к возмущениям рассмотренных параметров.

Ключевые слова: двухуровневая конститутивная модель материала, чувствительность математической модели, возмущение параметров модели.

В последнее время интенсивно развиваются многоуровневые модели материалов, явно описывающие структуру и механизмы деформирования на различных масштабных уровнях, в частности, значительное распространение получили модели поликристаллических металлов и сплавов, основанных на физических теориях упруговязкопластичности [1, 2]. Позволяя описывать изменение структуры и определяемых ее состоянием эффективных физико-механических свойств, модели данного класса перспективны для усовершенствования существующих и создания новых методов обработки материалов с достижением интенсивных пластических деформаций.

На кафедре математического моделирования систем и процессов ПНИПУ разработаны многоуровневые модели по-

ликристаллических металлов и сплавов, учитывающие ключевые механизмы неупругого деформирования: внутризеренное дислокационное скольжение с учетом различных механизмов упрочнения [1], развороты кристаллических решеток зерен за счет несовместности движения дислокаций в соседних зернах [1], двойникование [3], зернограничное скольжение [4], предложены подходы к описанию изменения зеренной структуры (включая дробление и фрагментацию кристаллитов [4]), учету возврата и рекристаллизации [5]. Формулировка моделей осуществлена для общего случая больших градиентов перемещений, квазитвердое движение на мезомасштабном уровне связывается с элементами симметрии кристаллитов [6], для связи внутренних переменных макро- и мезоуровня применяются условия согласования определяющих соотношений на масштабных уровнях [1].

Поскольку построенные многоуровневые модели поликристаллических металлов являются существенно нелинейными, в том числе за счет введения множества внутренних переменных, характеризующих структуру и механизмы деформирования, и эволюционных уравнений для них (таким образом описывается память неупругого материала [1]), становится важной задача исследования их чувствительности к флуктуациям параметров [7, 8]. Чувствительностью называется зависимость изменения выходных данных модели от вариации её параметров.

Локальная чувствительность модели к изменению некоторого параметра характеризуется [7, 8] разностью откликов, рассчитанных с использованием невозмущенного и возмущенного значений параметров, отнесенной к величине возмущения параметра. Для сопоставления устойчивости по отношению к различным параметрам в определение локальной чувствительности целесообразно внести нормирование.

Поставлена задача оценки чувствительности статистических конститутивных моделей поликристаллов к возмущениям воздействий и параметров модели (отметим, что это эквива-

лентно неточности их определения в связи со стохастичностью физико-механических свойств материала). В качестве оператора отклика принимается совокупность историй изменения макро-напряжений и ориентировок кристаллитов для совокупности тестовых нагружений (как простых, так и сложных).

Анализ результатов проведенной серии вычислительных экспериментов для конститутивных моделей выявил, что возмущения рассмотренных параметров (параметры характерной скорости сдвигов и скоростной чувствительности в вязкопластическом законе для внутризеренного дислокационного скольжения, начальные критические напряжения, параметры закона упрочнения) несущественно влияют на получаемый отклик поликристаллического агрегата на макромасштабном уровне. На основе выполненного анализа осуществлено ранжирование параметров моделей по степени чувствительности к их возмущениям.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01292).

Список литературы

1. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры / П.В. Трусов, А.И. Швейкин, Е.С. Нечаева, П.С. Волегов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 33–56.
2. McDowell D.L. A perspective on trends in multiscale plasticity // *Int. J. Plasticity*. – 2010. – Vol. 26. – P. 1280–1309.
3. Мацюк К.В., Трусов П.В. Модель для описания упруго-вязкопластического деформирования ГПУ-кристаллов: несимметричные меры напряженно-деформированного состояния, законы упрочнения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. – 2013. – № 4. – С. 75–105.
4. Shveykin A., Sharifullina E. Development of multilevel models based on crystal plasticity: description of grain boundary sliding and evolution of grain structure// *Nanomechanics Science and Technology: An International Journal*. – 2015. – Vol. 6 (4). – P. 281–298.

5. Трусов П.В., Кондратьев Н.С. Двухуровневая модель для описания неизотермического деформирования двухфазных поликристаллов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 181–199.

6. Трусов П.В., Швейкин А.И., Янц А.Ю. О разложении движения, независимых от выбора системы отсчета производных и определяющих соотношениях при больших градиентах перемещений: взгляд с позиций многоуровневого моделирования // Физическая мезомеханика. – 2016. – Т. 19, № 2. – С. 47–65.

7. Соболев И.М. Глобальные показатели чувствительности для изучения нелинейных математических моделей // Мат. моделирование. – 2005. – Т. 17, № 9. – С. 43–52.

8. Global sensitivity analysis. The Primer / A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana, S. Tarantola. – England: John Wiley & Sons Ltd. – 2008. – 292 p.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ МАССИВНОГО СЛИТКА, ПОДВЕРГНУТОГО ГОРЯЧЕЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

А.А. Роговой, Н.К. Салихова

Институт механики сплошных сред УрО РАН –
филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН,
Пермь, Россия, rogovoy@icmm.ru, salikhova@icmm.ru

В работе представлены результаты численного моделирования эволюции структуры жаропрочного никелевого сплава в процессе свободной осадки при больших степенях деформации. Моделирование рассматриваемого процесса проведено в программном пакете DEFORM 2D/3D методом конечных элементов. Для определения среднего размера зерна и доли рекристаллизованных зерен в массивном слитке использована модель Джонсона – Мела – Авраами – Колмогорова. Определено усилие, требуемое для процесса осадки.

Ключевые слова: свободная осадка, большие пластические деформации, горячая обработка давлением, эволюция микроструктуры, рекристаллизация, моделирование, модель Джонсона – Мела – Аврами – Колмогорова.

В работе в программном продукте компании SFTC Deform 2D/3D выполнено численное моделирование эволюции структуры массивного слитка при горячей обработке давлением в процессе свободной осадки. Комплекс Deform 2D/3D позволяет решать упругопластические, пластические (теория пластического формоизменения Мизеса), связанные и несвязанные температурные задачи, задачи рекристаллизации и дробления зерна. Моделируется процесс осадки заготовки (термопластическое поведение и изменение микроструктуры) весом 9300 кг, имеющей вид восьмигранной усеченной пирамиды с исходными размерами, представленными на рис. 1.

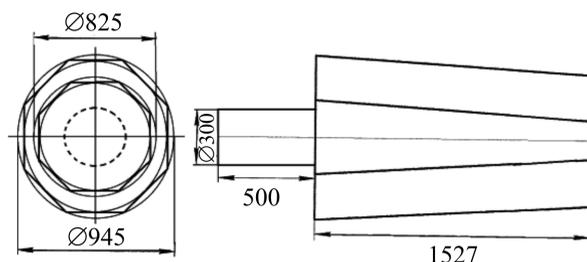


Рис. 1. Чертеж массивного слитка с начальными размерами (мм)

Материал заготовки – жаропрочный никелевый сплав Waspalloy (45 % Ni, 17 % Cr) из базы данных Deform 2D/3D. Слиток осаживается между плоскопараллельными плитами – плоской верхней и кольцевой нижней до среднего диаметра ~1060 мм (рис. 2, а), что соответствует осевой деформации 32,5 %. При этом нижняя плита неподвижна, а верхняя перемещается вниз вдоль вертикальной оси z до высоты 1031 мм. Начальная температура заготовки составляет 1000 °С, а скорость

деформирования 100 мм/с. Плиты имеют температуру, равную 400 °С. Трение учитывалось в рамках модели пластического течения Зибеля с коэффициентом, равным 0,3. Начальный размер зерен задавался равным 25 мкм. Учитывается теплообмен с окружающей средой, температура которой принималась равной 20 °С, и охлаждение при контакте с деформирующими инструментами.

Конечные параметры заготовки после завершения процесса осадки представлены на рис. 2. Из него видно, что в конце операции осадки боковая поверхность слитка принимает вид выпуклой одинарной бочки с наибольшим диаметром, равным ~1060 мм.

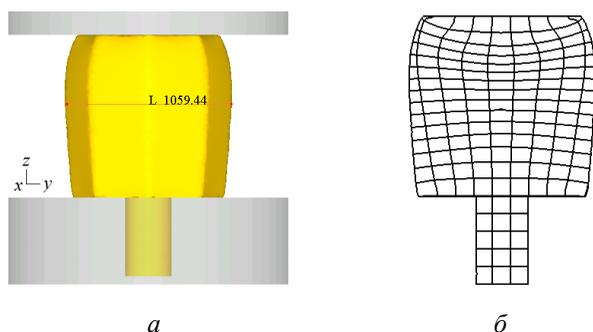


Рис. 2. Изменение формы боковой поверхности осаженной заготовки (а) до осевой деформации 32,5 % и координатная сетка (б) в конце процесса свободной осадки

Результаты численных расчетов распределения поля температур и интенсивностей пластических деформаций в осевом сечении заготовки по завершении процесса свободной осадки образца представлены на рис. 3.

Действие сил трения на поверхности контакта заготовки и плит приводит к возникновению неоднородного деформированного состояния [1]. Так, вблизи контактных поверхностей образуются зоны затрудненной деформации (рис. 3 б). Зоны I и III характеризуются незначительной интенсивностью деформаций

порядка 0,14 и 0,48, соответственно. В области *II* величина накопленной интенсивности деформации составляет 0,78. При этом усилие, требуемое для осуществления процесса осадки, равно 265 МН.

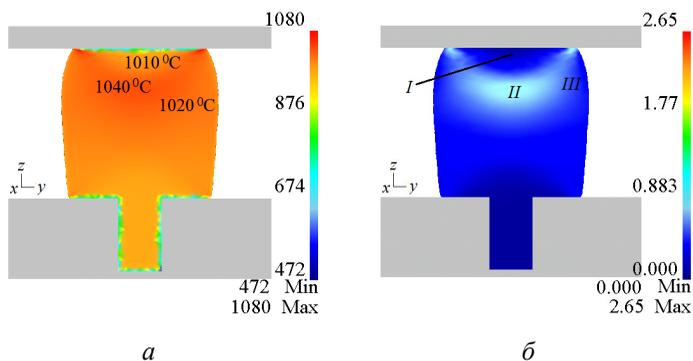


Рис. 3. Распределение поля температур и интенсивностей пластических деформаций в осевом сечении заготовки в конце операции осадки

Для описания кинетики рекристаллизации и роста зерен в материале используется модель Джонсона – Мела – Авраами – Колмогорова (Johnson – Mehl – Avrami – Kolmogorov, JMAK). В рассматриваемой задаче учитывается только динамическая рекристаллизация [2], при которой зародыши рекристаллизации образуются и растут в процессе деформации. На рис. 4 приведено распределение среднего размера зерна в объеме материала по завершении процесса свободной осадки. Для более точного описания и анализа результатов расчета среднего размера зерен были выделены 3 точки в осевом сечении заготовки. Из рис. 4 видно, что измельчение микроструктуры в материале соответствует распределению интенсивности пластических деформаций (см. рис. 3, б).

По результатам численных расчетов установлено, что у 46,3 % зерен средний размер не подвергается изменению. Эти зерна расположены в зонах затрудненной деформации вблизи верхнего и нижнего бойков. Наибольшую дробность испытывают зерна, подвернутые наибольшей деформации. Так, в точках 2 и 3 средний размер зерен составляет 13,9 и 19 мкм соответственно.

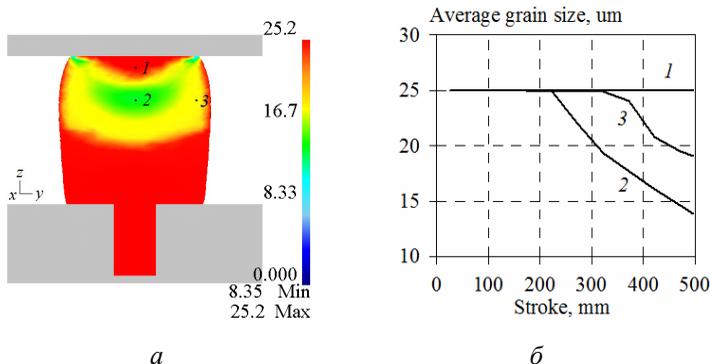


Рис. 4. Распределение среднего размера зерна в материале Waspalloy (а) и зависимость среднего размера зерна (мкм) в трех выбранных точках от расстояния перемещения (мм) верхнего бойка (б) (кривые 1–3 соответствуют точкам 1–3)

Доля динамически рекристаллизованных зерен в структуре материала представлена на рис. 5. Видно, что при осадке, вследствие образования зон затрудненной деформации вблизи нижнего и верхнего бойков, динамической рекристаллизации не происходит. Среднее значение доли динамически рекристаллизованного объема после операции осадки до осевой деформации 32,5 % составляет всего лишь $\sim 0,17$. В этом случае не весь объем заготовки вовлечен в процесс динамической рекристаллизации, что приводит к снижению механических свойств, в первую очередь пластичности.

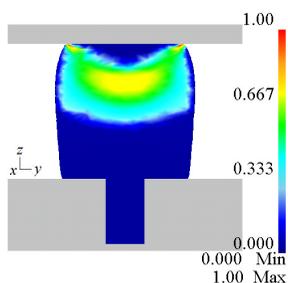


Рис. 5. Доля динамически рекристаллизованного объема в заготовке

В результате выполненного исследования выявлено, что наибольшее изменение микроструктуры материала происходит в центральной зоне заготовки в области с наибольшей деформацией. В периферийной части заготовки микроструктура материала практически не меняется.

Список литературы

1. Ковка и объемная штамповка стали: справочник: в 2 т. Т. 1: Ковка / под ред. М.В. Сторожева. – М.: Машиностроение, 1967. – 568 с.
2. Рекристаллизация металлических материалов / под ред. Ф. Хесснера. – М.: Металлургия, 1982. – 352 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАКА МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ ДАННЫХ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИНФРАКРАСНОЙ ТЕРМОГРАФИИ

А.А. Роготнев, А.С. Никитюк, О.Б. Наймарк

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия,
rogotnev.a@icmm.ru, nas@icmm.ru, naimark@icmm.ru

Динамическая инфракрасная термография молочной железы в сочетании с современными методами обработки данных имеет хорошие перспективы для ранней диагностики рака. Данная работа посвящена исследованию инфракрасной термографии пораженных раком и здоровых тканей молочной железы на основе анализа фазовых портретов. Исследование фазовых диаграмм выполнялось с помощью измерений флуктуаций интенсивности инфракрасного излучения инфракрасной камерой Cedip Silver 450M. Разработан алгоритм компенсации движения пациентов и фильтрации температурных сигналов на основе непрерывного вейвлет-преобразования. Показано, что фазовые портреты, демонстрирующие нехаотическую динамику, соответствуют пораженным онкологическим патологиям.

Ключевые слова: инфракрасная термография, фазовый портрет, рак молочной железы.

Рак молочной железы является одной из основных причин смерти от онкологических заболеваний среди женщин во всем мире. Известно, что лечение раковых заболеваний на ранних стадиях существенно повышает шансы на благоприятный исход. Поэтому весьма актуальными представляются поиск и развитие методов ранней диагностики онкологических патологий. Кроме того, на основе анализа результатов ранней диагностики рака представляется возможным подтверждение или опровержение теоретических (модельных) представлений о процессах, ведущих к развитию опухолевых заболеваний.

Динамическая инфракрасная термография молочной железы представляется одним из перспективнейших методов ранней диагностики рака [1]. Посредством данного метода регистрируется серия инфракрасных термограмм в течение заданного времени. На основе анализа работ [2–3], посвященных анализу данных инфракрасной термографии рака молочной железы, представляется целесообразным выдвинуть предположение, что температурная динамика здоровой и пораженной ткани имеет различный характер. Одним из наиболее удобных инструментов исследования динамических сигналов является анализ фазовых портретов [4].

Поэтому настоящая работа посвящена исследованию рака молочной железы на основе анализа реконструированных фазовых диаграмм по данным динамической инфракрасной термографии. В рамках данного исследования были выполнены измерения флуктуаций интенсивности инфракрасного излучения здоровых и пораженных раком тканей молочной железы, реализованы алгоритмы компенсации движения пациентов и фильтрации температурных сигналов, а также реконструкция и сравнительный анализ фазовых диаграмм данных инфракрасного сканирования.

Данные об эволюции интенсивности инфракрасного излучения были получены с помощью камеры CEDIP Silver 450M, расположенной от пациента фронтально на расстоянии пример-

но 1 м. Съемка проводилась при комнатной температуре 20–22 °С. Пациенты находились в сидячем положении, их руки были опущены во избежание мышечного дискомфорта. Каждый тепловизионный фильм содержал 30 000 кадров, что соответствует 10 мин съемки [2].

Предварительная обработка данных включала процедуру осреднения каждого кадра тепловизионного фильма и фильтрацию сигнала, извлеченного из осредненного фильма. Процедура осреднения была следующей: вся молочная железа покрывалась ячейками размером 4x4 пикселей², и рассчитывалась свертка каждой ячейки с функцией Гаусса. Анализируемые сигналы извлекались из полученного осредненного фильма. На рис. 1 представлены анализируемые сигналы, извлеченные из осредненного тепловизионного фильма, соответствующего пациентке возраста 55 лет, имеющей рак молочной железы.

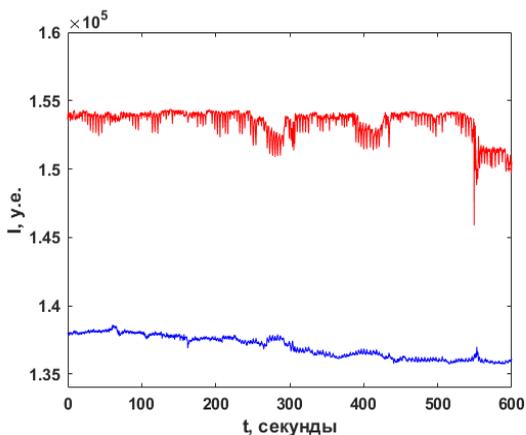


Рис. 1. Флуктуации интенсивности инфракрасного излучения (I) пораженной (красная линия) и не пораженной (синяя линия) раком молочной железы пациентки в возрасте 55 лет

Далее сигналы фильтровались с помощью непрерывного вейвлет-преобразования. Фильтрация осуществлялась в диапа-

зоне частот 0,2–4 Гц, где частота 4 Гц соответствует инструментальному шуму, а 0,2 Гц – дыханию пациентки. В качестве анализирующего вейвлета использовался вейвлет Морле. Полученные в результате фильтрации сигналы использовались для реконструкции фазовых портретов.

В данной работе реконструировался двумерный фазовый портрет с использованием метода последовательного дифференцирования. В качестве фазовых координат выступали флуктуации интенсивности инфракрасного излучения ткани и скорость их изменения. На рис. 2 изображен фазовый портрет для флуктуаций интенсивности инфракрасного излучения молочных желез пациентки в возрасте 55 лет, имеющей рак молочной железы.

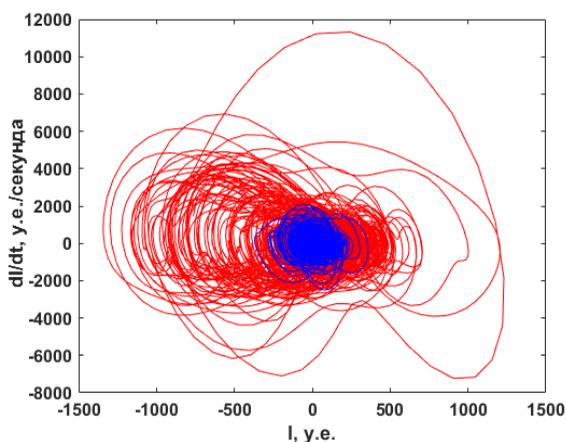


Рис. 2. Фазовые портреты флуктуаций интенсивности инфракрасного излучения в пораженной (красная линия) и не пораженной (синяя линия) раком молочной железе пациентки (возраст 55 лет)

На основе изучения качественных закономерностей фазовых диаграмм флуктуаций поля температуры, полученных методом инфракрасного сканирования здоровых тканей и тканей с онкологическими патологиями, установлены качественные

различия в динамике флуктуаций температурного поля при развитии рака. Показано, что фазовые портреты, демонстрирующие нехаотическую динамику, соответствуют выраженным онкологическим патологиям. Таким образом, с помощью построения фазовых диаграмм могут быть получены количественные и качественные отличительные характеристики температурных сигналов для здоровых и пораженных раком тканей. В дальнейшем данные характеристики могут быть использованы для проверки адекватности математических моделей процесса тепловыделения тканей молочной железы, пораженной онкологическим заболеванием.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 16-41-590235).

Список литературы

1. Lawson R.N., Chughtai M.S. Breast Cancer and Body Temperature // *Can. Med. Assoc. J.* – 1963. – Vol. 88, No. 2. – P. 68–70.
2. Междисциплинарный подход к оценке и дифференциации здоровых и пораженных раком тканей молочной железы на основе мультифрактального анализа динамики поверхностной температуры кожи / Е.И. Герасимова, Б. Аудит, С.-Г. Ру, А. Халил, Ф. Аргул, О.Б. Наймарк, О.С. Гилева, А. Арнеодо // *Российский журнал биомеханики.* – 2014. – Т. 18, № 1. – С. 90–104.
3. Infrared imaging technology for breast cancer detection – Current status, protocols and new directions / S.G. Kandlikar, I. Perez-Raya, P.A. Raghupathi, J.-L. Gonzalez-Hernandes, D. Dabydeen, L. Medeiros, P. Phatak // *International Journal of Heat and Mass transfer.* – 2017. – No. 108. – P. 2303–2320.
4. The mathematical cell model reconstructed from interference microscopy data / A.A. Rogotnev, A.S. Nikitiuk, O.B. Naimark, V.O. Nebogatikov, V.V. Grishko // *International Conference on Physics of Cancer: Interdisciplinary Problems and Clinical Applications (PC IPCA'17), AIP Conference Proceedings 1882.* – American Institute of Physics, Melville, NY, 2017. – P. 020060.

ДВУХУРОВНЕВЫЕ МОДЕЛИ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МЕТАЛЛОВ: АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОРИЕНТИРОВОК КРИСТАЛЛИТОВ НА РЕАЛИЗАЦИЮ МЕХАНИЗМОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

К.А. Романов, А.И. Швейкин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, k.a.kriv@mail.ru

Сформулированы двухуровневые модели неупругого деформирования металлов с учетом в качестве основных механизмов деформирования внутризеренного скольжения краевых дислокаций, ротации решеток и двойникования (для ГПУ-кристаллов). Разработана компьютерная программа реализации данных моделей при произвольных кинематических нагружениях. Для проведения анализа результатов моделирования определена начальная поверхность текучести для ГЦК-кристаллитов и ГПУ-кристаллитов (с учетом возможного двойникования). Проанализировано влияние ориентировок кристаллитов на реализацию механизмов неупругого деформирования, выявлены ориентировки, при которых отклонения кинематических воздействий приводят к смене механизма деформирования.

Ключевые слова: многоуровневые конститутивные модели, ГПУ-кристаллит, поверхность текучести, двойникование.

К настоящему времени во многих исследованиях показано, что свойства материалов на макроуровне зависят от состояния их мезо- и микроструктуры. Поэтому в последние десятилетия большое внимание уделяется разработке математических моделей, позволяющих описывать эволюцию мезо- и микроструктуры материалов. При построении подобных моделей для металлов используются физические теории пластичности [1], в основе которых лежит описание элементов структуры и механизмов деформирования в явной форме за счет введения внутренних переменных.

Работа посвящена описанию неупругого деформирования поликристаллических металлов с использованием двухуровне-

вых статистических упруговязкопластических моделей. В моделях рассматриваются однородно деформируемые кристаллиты, объединяемые в представительный объем макроуровня с использованием статистического осреднения. Таким образом, основополагающим элементом модели является описание поведения кристаллитов, анализу которого уделено основное внимание в работе. Основными механизмами неупругого деформирования кристаллитов приняты скольжение краевых дислокаций, двойникование и ротации решеток.

В качестве условия активации k -й системы внутризеренного дислокационного скольжения (ВДС) при достижении касательного напряжения в ней критического напряжения τ_c используется закон Шмида [2]:

$$\mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} : \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} : \mathbf{S} = \tau_c^{(k)}, \quad (1)$$

где $\mathbf{b}^{(k)}$ – единичный вектор вдоль вектора Бюргерса в направлении скольжения дислокации в системе скольжения k , $\mathbf{n}^{(k)}$ – нормаль к ее плоскости скольжения, \mathbf{S} – девиатор симметричного тензора напряжений Коши $\boldsymbol{\sigma}$, $\tau_c^{(k)}$ – критическое напряжение. В модели используются вязкопластические соотношения для описания сдвигов ВДС [2]:

$$\dot{\gamma}^{(k)} = \dot{\gamma}_0 (\tau^{(k)} / \tau_c^{(k)})^m H(\tau^{(k)} - \tau_c^{(k)}), \quad k = 1, \dots, K, \quad (2)$$

где K – число кристаллографических систем скольжения, $\dot{\gamma}^{(k)}$ – скорость сдвига по k -й системе скольжения, $\dot{\gamma}_0$ – скорость сдвига по k -й системе скольжения при достижении касательным напряжением критического напряжения сдвига, $\tau^{(k)}, \tau_c^{(k)}$ – сдвиговое и критическое сдвиговое напряжение на k -й системе скольжения, m – показатель скоростной чувствительности материала, $H(\cdot)$ – функция Хэвисайда.

Помимо трансляционного скольжения краевых дислокаций в ГПУ-кристаллах может реализовываться двойникование – сдвиг одной части кристалла в положение, симметричное другой его части. Как условие активации s -й системы двойникования также используется закон Шмида [3]:

$$\mathbf{b}_{tw}^{(s)} \mathbf{n}_{tw}^{(s)} : \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{b}_{tw}^{(s)} \mathbf{n}_{tw}^{(s)} : \mathbf{S} = \tau_{twc}^{(s)}, \quad (3)$$

где $\mathbf{b}_{tw}^{(s)}, \mathbf{n}_{tw}^{(s)}$ – единичный вектор вдоль направления сдвига и нормаль в текущей конфигурации s -й системы двойникования, $\tau_{twc}^{(s)}$ – критическое напряжение s -й системы двойникования. Для описания изменения объемной доли двойников $f^{(s)}$ применяется соотношение [3]:

$$\dot{f}^{(s)} = \dot{\gamma}_0 / \gamma_{tw}^{(s)} (\tau_{tw}^{(s)} / \tau_{twc}^{(s)})^n H(\tau_{tw}^{(s)} - \tau_{twc}^{(s)}), \quad s = 1, \dots, S, \quad (4)$$

где S – число кристаллографических систем двойникования, $\dot{\gamma}_0$ – скорость двойникового сдвига по s -й системе двойникования при достижении касательным напряжением критического напряжения сдвига, $\gamma_{tw}^{(s)}$ – величина двойникового сдвига, $\tau_{tw}^{(s)}, \tau_{twc}^{(s)}$ – сдвиговое и критическое сдвиговое напряжение на s -й системе двойникования, n – показатель скоростной чувствительности.

При высоких показателях степеней в вязкопластических соотношениях (2), (4), которые принимаются в расчетах ($m = 83,3, n = 50$), изображающая точка в пространстве напряжений будет находиться в окрестности поверхности текучести [2], представляющей собой многогранник из гиперплоскостей, определяемых (1), (3). В связи с этим важным этапом анализа моделей кристаллитов является определение начальной поверхности текучести, что позволит определить пределы упругого деформирования и оценить корректность численных расчетов при различных нагружениях.

Кратко алгоритм определения начальной поверхности текучести можно описать следующим образом. Записав в выражении (1) (или (3)) ориентационный тензор и девиатор тензора напряжений в компонентной форме в кристаллографической системе координат и применив операцию двойного скалярного умножения, получаем уравнение для активности системы скольжения (или двойникования) № k . С помощью пяти уравнений типа (1) (и/или (3)) для 5 разных значений индекса k , т.е. требования одновременного выполнения (1) для пяти систем скольжения (или двойникования), можно найти неизвестные значения независимых компонент тензора S в вершине высокого порядка (когда пересекаются 5 плоскостей). При этом необходимо проверить, что для всех систем скольжения выполняется условие нахождения напряжений внутри поверхности текучести.

С помощью данного алгоритма осуществлено определение поверхностей текучести для ГЦК- и ГПУ-кристаллитов. Для ГЦК-кристаллитов было найдено 56 вершин 6-го и 8-го порядков, которые в зависимости от значения интенсивности напряжений делятся на 5 классов, что соответствует известным данным [2, 4]. Для ГПУ-кристаллитов показано, что поверхность текучести представляет собой многогранник с четным набором вершин. Без учета двойникования получено 290 вершин 15 классов (согласуется с результатами в [4]) с 5, 6 или 12 активными системами скольжения, при расчетах с учетом механизма двойникования установлено 376 вершин 5-го и 6-го порядка, данные вершины делятся на 76 классов по значению интенсивности напряжений.

При описании ротаций решеток кристаллитов использовалась модель стесненного поворота Тейлора [1].

Полученные результаты по моделированию неупругого деформирования ГЦК- и ГПУ-поликристаллов согласуются с результатами по определению поверхности текучести. Прове-

ден анализ влияния ориентировок кристаллитов на реализацию механизмов их деформирования: последовательность активации систем внутризеренного скольжения и двойникования, влияние ротаций решеток кристаллитов на нее. Выявлены ориентировки ГПУ-кристаллитов, при которых незначительные отклонения воздействий приводят к смене механизма деформирования – вместо ВДС по некоторой системе скольжения осуществляется двойникование и наоборот.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01292).

Список литературы

1. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности. – Пермь: Изд-во Перм. национ. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.

2. Швейкин А.И., Шарифуллина Э.Р. Анализ конstitutивных соотношений для описания внутризеренного дислокационного скольжения в рамках двухуровневой упруговязкопластической модели ГЦК-поликристаллов // Вестник Тамбов. гос. ун-та. – 2013. – Т. 18, вып. 4. – С. 1665–1666.

3. Мацок К.В., Трусов П.В. Модель для описания упруговязкопластического деформирования ГПУ-кристаллов: несимметричные меры напряженно-деформированного состояния, законы упрочнения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. – 2013. – № 4. – С. 75–105.

4. Tome C., Kocks U.F. The yield surface of h.c.p. crystals // Acta metall. – 1985. – Vol. 33, No. 4. – P. 603–621.

АЛГОРИТМ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ ПОЛИМЕРА

М.П. Романова, М.М. Бузмакова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, romanovamp@yandex.ru

Предложена математическая и компьютерная модель структуры тонкой пленки полимера, модифицированной углеродными нанотрубками (УНТ). Полимерная матрица представлена двумерной плоскостью, УНТ – отрезки разной длины. Плоскость ограничена квадратом линейным размером L , значения длин отрезков соответствуют нормальному закону распределения с математическим ожиданием a . При моделировании используются периодические граничные условия. В рамках модели разработан эффективный алгоритм диспергирования УНТ в тонкой пленке полимера.

Ключевые слова: математическое и компьютерное моделирование, полимер, углеродные нанотрубки.

Введение

В последнее время полимерные материалы находят широкое применение в промышленности и становятся всё более востребованными, так как их свойства могут быть улучшены путем добавления в полимерную матрицу наночастиц, которые имеют свои уникальные характеристики. Одним из наиболее привлекающих внимание наноуполнителей для полимеров являются углеродные нанотрубки (УНТ), которые имеют поразительные механические, электрические и магнитные свойства. Отсюда появляется возможность создания полимерных материалов с добавлением УНТ, которые будут придавать им новые уникальные свойства.

Постановка задачи

Модель структуры тонкой пленки полимера представлена в виде конечной двумерной системы, заполненной отрезками, и может быть описана следующим соотношением:

$$M = \langle L, k, n, R\{x_i, y_i, \alpha_i\}, K \rangle,$$

где L – линейный размер квадрата, k – различная длина k -меров, задаваемая математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением, $k = a \pm \sigma^2$, n – количество отрезков (так называемых k -меров), упакованных на одном испытании, $R\{x_i, y_i, \alpha_i\}$ – множество координат начал отрезков и углов их ориентации, K – количество испытаний. При этом k -меры не пересекаются, а граничные условия являются периодическими.

Методы моделирования

Моделирование структуры тонкой пленки полимера проводилось методами Монте–Карло [1]. Для генерации псевдослучайных чисел использован алгоритм «Вихрь Мерсенна», который обеспечивает быструю генерацию высококачественных по критерию случайности чисел [2]. Углы и координаты начала k -меров подчиняются равномерному закону распределения, а длины k -меров – нормальному закону распределения. Для достижения нормального распределения значений длин k -меров используется преобразование Бокса – Мюллера [3].

Разработана программа, в которой реализован следующий алгоритм распределения k -меров:

1. Генерация длины k_i -мера, которая изменяется от $a - \sigma^2$ до $a + \sigma^2$.
2. Генерация угла наклона α_i в пределах от 0° до 360° ($i = \overline{1, n}$).
3. Генерация координат начала $(x_i; y_i)$, от 0 до L .
4. Проверка пересечения k_i -мера с каждым из ранее упакованных k -меров, попадающих в окрестность k_i -мера.
5. Если найдено хоть одно пересечение, то количество попыток упаковать очередной k_i -мер увеличивается на единицу и если оно меньше $L \cdot L$, то переход к пункту 3, иначе – заданное количество k_i -меров принимается за полученное и переход к пункту 6; иначе переход к пункту 5.

6. Текущий k_i -мер принимается, и его данные записываются в массив. Если количество упакованных k_i -меров меньше заданного, то переход к пункту, иначе – переход к пункту 6.

7. Конец алгоритма.

За максимальное число попыток упаковать очередной отрезок, берется число $L \cdot L$. Экспериментальным путем выявлено, что при увеличении числа попыток, разница в количестве упакованных частиц незначительна, что не сравнимо с временными затратами выполнения программы.

Для оценки качества работы разработанного алгоритма проведена проверка равномерности распределения k -меров по конечной двумерной системе и равномерности значений сгенерированных углов, обеспечивающих неупорядоченную ориентацию k -меров в данной системе с помощью критерия χ -квадрат Пирсона [4].

Результаты и их обсуждение

Получены предварительные результаты моделирования для следующих входных данных: $L = 1000$; $a = 10, 25, 50, 75, 100, 125$; $\sigma^2 = 0,1a$; количество k -меров, упакованных в одно испытание, $n = 1000$, и количество испытаний $K = 1000$. Соотношение размера k -меров и квадрата достаточно для получения достоверных результатов, применимых для бесконечных систем. Пример полученного распределения отрезков на квадрате приведен на рис. 1.

Результаты оценки равномерности распределения k -мера по заданной двумерной структуре показывают (рис. 2, а), что отношение $\chi^2 / \chi_{\text{крит}}^2$ не превышает критического $0,09 \leq 1$. Это значит, что с надежностью 99,99 % можно утверждать, что получено равномерное распределение отрезков на плоскости. На графике видно, что при увеличении длин k -меров равномерность незначительно ухудшается. Это подтверждает большую способность углеродных нанотрубок к агломерации, т.е. чем длиннее

нанотрубка и чем больше этих нанотрубок, тем тяжелее их равномерно диспергировать в полимерной среде. Результаты оценки равномерности ориентаций k -меров по заданной двумерной структуре также показывают (рис. 2, б), что с надежностью 99,99 % можно утверждать, что получено равномерное распределение ориентаций отрезков на плоскости.

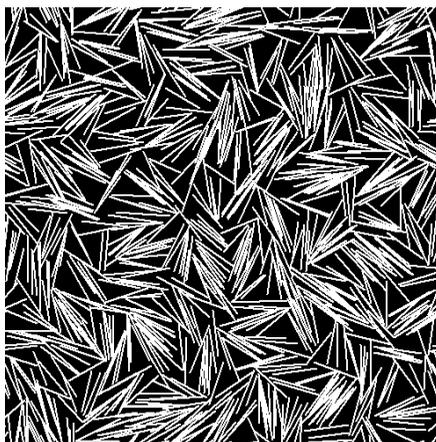


Рис. 1. Распределение k -меров на квадрате
с $L = 500$, $a = 50$, $\sigma = 5$, $n = 1000$

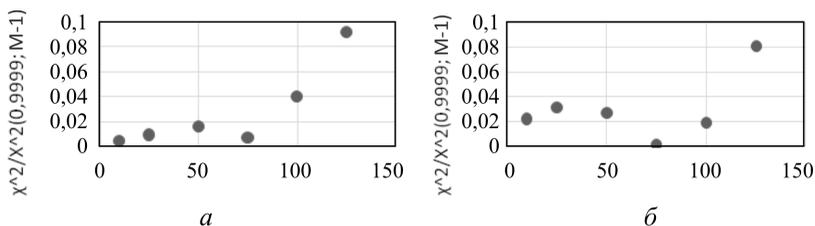


Рис. 2. Значения $\chi^2 / \chi^2_{\text{крит}}$ при различных значениях a
при оценке равномерности: распределения k -меров (а),
ориентаций k -меров (б)

В настоящее время предложенный алгоритм модифицирован для рассмотрения нанокompозита, модифицированного

УНТ, в разрезе концентраций, т.е. k -мер приобретает радиус, и концентрацией k -меров считается отношение занимаемой площади всех k -меров к площади квадрата. Таким образом, в модели вместо количества k -меров n берется концентрация p .

Заключение

Была предложена математическая и компьютерная модель структуры тонкой пленки полимера, модифицированной углеродными нанотрубками (УНТ). В рамках модели разработан эффективный алгоритм диспергирования УНТ. Результаты оценки равномерности полученного распределения k -меров показывают, что с надежностью 99,99 % можно утверждать, что получено равномерное распределение отрезков на плоскости. Это подтверждает эффективность предложенного алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке правительства Пермского края в рамках научного проекта № С-26/793 и гранта РФФИ (№ 17-41-590649).

Список литературы

1. Metropolis, N., Ulam, S. The Monte Carlo Method // Journal of the American Statistical Association. – 1949. – Vol. 44, № 247. – P. 335–341.
2. Matsumoto M., Nishimura T. Mersenne twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator» // ACM Trans. on Modeling and Computer Simulations. – 1998. – Vol. 8, № 1. – P. 3–30.
3. Гельгор А.Л. Методы моделирования случайных величин и случайных процессов. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – С. 217.
4. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. – М.: Физматлит, 2006. – С. 816.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПРОЧНОСТНЫХ И УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБРАЗЦОВ ПЕСЧАНО-ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИЙ ПРИ СЖАТИИ

С.А. Сафронов, А.А. Слётова, Д.С. Лобанов, О.Ю. Сметанников

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, serg1997apple@gmail.com, sletovaalena@gmail.com,
cem.lobanov@gmail.com, sou2009@mail.ru

Изучались прочностные и жёсткостные характеристики песчано-полимерного композита. Были проведены испытания на статическое сжатие при нормальной и повышенных (70 °С, 110 °С, 150 °С) температурах на образцах без добавления кварца и с различным содержанием кварца. Получены зависимости прочностных и упругих характеристик от температуры и содержания кварца.

Ключевые слова: песчано-полимерная композиция, испытания на сжатие, экспериментальная механика, температурные зависимости.

Изготовление композитных изделий методом намотки требует применения специальной технологической оснастки – формообразующих оправок, которые должны обеспечивать геометрию и форму внутренней конфигурации изделия, обладать достаточной прочностью при сжимающих нагрузках от наматываемого ленточного композита, не прогибаться под собственной массой, легко удаляться после отверждения изделий, иметь гладкую и ровную поверхность, предусматривать установку закладных элементов. Вследствие этого в производстве широкое распространение получили разрушаемые песчано-полимерные оснастки. Разрушение данной оправки происходит за счет воздействия на нее пароводяной смеси, приводящей к разупорядочиванию химических связей полимера.

В связи с этим особого внимания заслуживает изучение прочностных и упругих характеристик песчано-полимерной смеси. В составе композиции используются следующие компоненты: песок формовочный, спирт поливиниловый, пыль кварцевая марки А или Б [1].

Актуальной задачей является определение оптимального состава песчано-полимерной композиции, который бы отвечал требуемым эксплуатационным свойствам, предъявляемым к конструкциям из данного материала.

Цель работы – экспериментальная оценка влияния повышенных температур и содержания кварца на механические характеристики при статическом одноосном сжатии образцов песчано-полимерных композиций.

Механические испытания проводились на универсальной электромеханической системе Instron 5882 (рисунок, *a*). Испытательная система оснащена температурной камерой для испытаний в диапазоне температур от -100 до $+350$ °С и бесконтактным видеоэкстензометром AVE Instron [2, 3].

Образцы перед испытаниями при повышенных температурах подвергались линейному нагреву со скоростью 10 °С в минуту и затем выдерживались при этой температуре в течение двух часов для термостатирования и прогрева всех элементов нагружающей цепи [4–5].

Исследование включало в себя проведение испытаний на сжатие при нормальной и повышенных температурах образцов в виде цилиндров (рисунок, *б*). Всего испытано 3 серии по 20 образцов, при нормальной и повышенных (70 , 110 , 150 °С) температурах по 5 образцов на каждую температуру. Отличие между сериями образцов заключалось в содержании в песчано-полимерной композиции добавки кварца. Образцы нагружались с постоянной скоростью передвижения траверсы 1 мм/мин.

В результате испытаний были определены значения предела прочности при сжатии σ_B , МПа, и модуля упругости E , МПа, по формулам:

$$\sigma_B = \frac{4F}{\pi \cdot D^2}, \quad E = \frac{4\Delta F}{\pi \cdot D^2} \cdot \frac{l}{\Delta l},$$

где F – наибольшая нагрузка, предшествующая разрушению образца, Н; D – диаметр поперечного сечения образца, мм; ΔF – при-

ращение нагрузки, Н; l – измерительная база видеоэкстензометра, мм; Δl – изменение расстояния между меток измерительной базы видеоэкстензометра при изменении нагрузки на ΔF , мм.

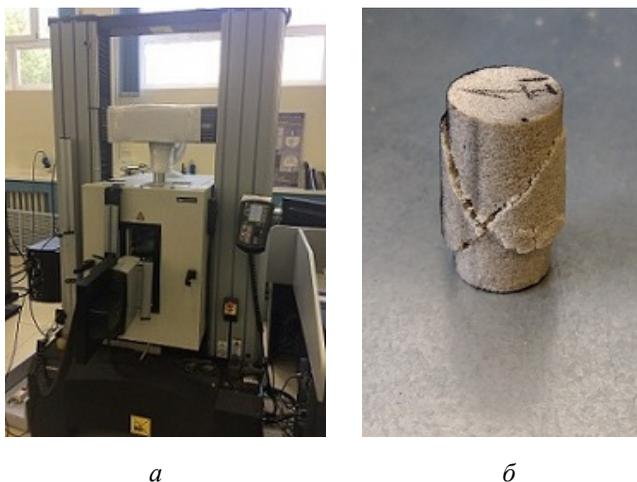


Рис. Испытательная система Instron 5882 с температурной камерой и видеоэкстензометром (а) и характерный вид разрушения образца ППК после испытаний на сжатие (б)

Таким образом, результаты испытаний на сжатие образцов песчано-полимерной композиции показали, что с увеличением процентного содержания массовой доли кварца прочностные и упругие характеристики соответственно увеличивались. При повышении температуры отмечалось монотонное снижение прочностных и упругих свойств как у образцов с добавлением кварца, так и без. Результаты испытаний песчано-полимерных материалов актуальны при проведении прочностных и динамических расчетов композитных конструкций [6–7]. Результаты получены при прохождении научно-исследовательской практики [8].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-41-590360 р_а в Пермском национальном исследовательском политехническом университете.

Список литературы

1. Особенности разработки средств технологического оснащения для производства изделий из полимерно-композиционных материалов методом намотки / Г.И. Шайдурова, А.С. Зуев, А.Ю. Емашев, В.Е. Антипин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2014. – № 36. – С. 64–76.

2. Механика материалов / В.Э. Вильдеман [и др.] // Методы и средства экспериментальных исследований. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 165 с.

3. Research of the effectiveness of mechanical testing methods with analysis of features of destructions and temperature effects / A.V. Babushkin, D.S. Lobanov, A.V. Kozlova, I.D. Morev // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2013. – Vol. 24. – P. 89–95.

4. Бабушкин А.В., Лобанов Д.С. Экспериментальное исследование и моделирование свойств композиционных материалов в условиях сложных термомеханических воздействий // Вестник Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – Н. Новгород, 2011. – № 4 (5). – С. 1984–1986.

5. Lobanov D.S., Babushkin A.V. Experimental studies of the high temperature influence on strength and deformation properties of combined glass organoplastics // *PNRPU Mechanics Bulletin*. – 2017. – No. 1. – P. 104–117. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.07

6. Чекалкин А.А., Котов А.Г. Динамика и устойчивость композитных конструкций: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2006. – 65 с.

7. Чекалкин А.А., Паньков А.А. Лекции по механике конструкций из композиционных материалов. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 1999. – 151 с.

8. Методические указания по проведению научно-исследовательской работы для студентов бакалавриата по направлению 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов» / сост. Е.Ю. Макарова, Ю.В. Соколкин, А.А. Чекалкин. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2017. – 40 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ НАД НАГРЕВАТЕЛЕМ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

И.О. Сбоев, К.А. Рыбкин, А.А. Старцев, М.М. Гончаров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, ivan-sboev@yandex.ru

В рамках выполненной работы рассмотрен вопрос о структуре конвективного течения жидкости, вызванного нагревом пластины конечных размеров. Исследованы источники тепла в форме круга, равно-стороннего треугольника и квадрата. С использованием программного пакета COMSOL Multiphysics методом конечных элементов выполнено численное моделирование эволюции течения вблизи поверхности нагревателя, а полученные результаты сопоставлены с натурным экспериментом. В ходе работы рассмотрены различные условия подогрева и уточнена граница между наблюдаемыми режимами течения в пространстве чисел Рэлея Ra и Прандтля σ .

Ключевые слова: тепловая конвекция, структура течения, компактный источник тепла.

Часто в задачах прикладного характера источниками тепловыделения выступают компактные тела разнообразных форм либо их конфигурации [1]. В результате нагрева таких объектов в окружающем их пространстве способно развиваться конвективное течение, которое, как известно, приводит к изменению условий теплообмена вблизи поверхности этих источников и перераспределению тепла в предоставленном объеме. В связи с этим существует необходимость систематического исследования особенностей структуры возникающего течения и поведения жидкости при различных условиях подогрева. В отличие от приближения точечного источника, когда в жидкости развивается одиночная конвективная струя, и классическим примером явления конвекции Рэлея – Бенара в безграничном горизонтальном слое течение от пластин конечных размеров может представлять собой как одиночный факел, так и совокупность нескольких струй различных масштабов, что оказывается особенно важным для ряда практических вопросов [2–4].

В настоящей работе изучена тепловая конвекция от компактного источника тепла радиусом r от 0,005 до 0,015 м (рис. 1), поверхность которого ортогональна вектору \mathbf{g} . Уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска решались численно внутри полости, сбоку ограниченной цилиндрической поверхностью диаметром 0,080 м. Предоставленный объем был заполнен идеальной жидкостью с постоянными свойствами. Боковая поверхность и основание полости считались теплоизолированными, а верхняя граница слоя находилась при постоянной температуре T_0 , равной начальной температуре жидкости. Источник тепла, расположенный в центре основания, имел постоянную температуру поверхности: $\Delta T = T_0 + T_H$ [5, 6].

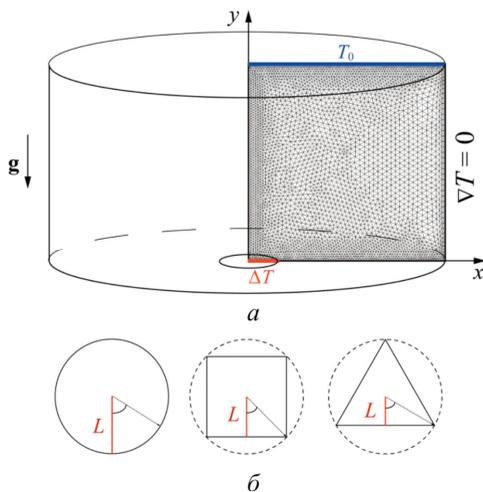


Рис. 1. Схематичное изображение рабочего слоя жидкости (*а*) с указанными граничными условиями и фрагмент нерегулярной расчетной сетки; вид используемых источников тепла различной формы (*б*), размеры которых соответствуют фигурам, вписанным в окружность заданного радиуса

На стенках слоя задавалось условие прилипания $u = 0$, выражающее исчезновение скорости жидкости на границе. Управляющими параметрами задачи выбраны число Рэлея

$Ra = g\beta\sigma\Delta TL^3/\nu^2$ и число Прандтля σ . В ходе работы с источниками тепла различной формы для удобства в качестве характерного размера использована величина $L = S/P$, равная отношению площади поверхности источника к его периметру [6]. Расчеты выполнены на сетке с общим числом элементов порядка $7 \cdot 10^5$, причем на поверхность нагревателя в зависимости от его площади приходилось в среднем от 100 до 1000 узлов.

В ходе проведенного исследования показано, что для источника тепла с заданными геометрической формой и размером увеличение числа Ra приводит к качественному изменению в структуре и поведении пограничного теплового и гидродинамического слоев на этапе формирования конвективного факела. Как замечают авторы подобных исследований, явление качественного изменения характера конвективного потока, названное в зарубежной литературе словом «bulge» [7, 8], заключается в периодическом разрушении пограничного слоя, возникающем на некотором расстоянии от оси основного теплового факела, дополнительным течением. Важно отметить также, что движение при этом остается ламинарным, поэтому для исследования эволюции описываемого явления удастся использовать прямое численное моделирование.

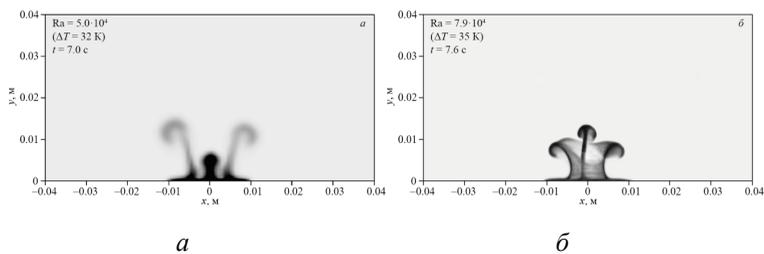


Рис. 2. Смоделированное поле температуры (а) в плоскости $z = 0$ в момент времени $t = 7,0$ с после начала подогрева ($Ra = 5.0 \cdot 10^4$, $r = 0,010$ м, $\Delta T = 32$ К, $\sigma = 7$); фрагмент фотографии наблюдаемого в работе [5] мгновенного поля концентрации (б), полученного при помощи флуоресцирующего красителя через $7,6$ с после включения источника, ($Ra = 7,9 \cdot 10^4$, $r = 0,010$ м, $\Delta T = 35$ К, $\sigma = 7$)

Кроме этого предыдущие исследования показали, что изменение в структуре факела наблюдается при достижении управляющим параметром определенного критического значения, и для заданного источника тепла обычно существует несколько режимов течения. В ходе настоящей работы был подробно исследован переход между режимами конвективного течения и предпринята попытка обобщения результатов исследования в виде диаграммы в пространстве управляющих параметров – числа Рэлея Ra и числа Прандтля σ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-31-00165 мол_a).

Список литературы

1. Kreith F., Manglik R.M., Bohn M.S. Principles of heat transfer. – Cengage learning, 2012. – 760 с.
2. Maruyama S., Ohno K., Komiya A., Sakai S. Description of the adhesive crystal growth under normal and micro-gravity conditions employing experimental and numerical approaches // Journal of crystal growth. – 2002. – Т. 245. – №. 3–4. – С. 278–288.
3. Khrapunov E.F., Potechin I.V., Chumakov Y.S. Structure of a free convective flow over a horizontal heated surface under conditions of conjugate heat transfer // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2017. – Т. 891. – №. 1. – С. 012081.
4. Khrapunov E.F., Chumakov Y.S. Unsteady processes in a natural convective plume // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2018. – Т. 1038. – № 1. – С. 012132.
5. Kondrashov A., Sboev I., Dunaev P. Evolution of convective plumes adjacent to localized heat sources of various shapes // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2016. – Т. 103. – С. 298–304.
6. Kondrashov A., Sboev I., Dunaev P. Heater shape effects on thermal plume formation // International Journal of Thermal Sciences. – 2017. – Т. 122. – С. 85–91.

7. Experimental and numerical investigation of unsteady behaviour in the near-field of pure thermal planar plumes / T. Hattori, N. Bartos, S.E. Norris, M.P. Kirkpatrick, S.W. Armfield // *Experimental Thermal and Fluid Science*. – 2013. – Т. 46. – С. 139–150.

8. Prandtl number dependence and instability mechanism of the near-field flow in a planar thermal plume / T. Hattori, S.E. Norris, M.P. Kirkpatrick, S.W. Armfield // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2013. – Т. 732. – С. 105–127.

ПОВЕДЕНИЕ ОБРАЗЦОВ ПЕСЧАНО-ПОЛИМЕРНОЙ КОМПОЗИЦИИ В УСЛОВИЯХ НОРМАЛЬНОЙ И ПОВЫШЕННЫХ ТЕМПЕРАТУР ПРИ РЕЛАКСАЦИИ В ОБЛАСТИ СЖАТИЯ

А.А. Слётова, С.А. Сафронов, Д.С. Лобанов, О.Ю. Сметанников

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sletovaalena@gmail.com, serg1997apple@gmail.com,
cem.lobanov@gmail.com, sou2009@mail.ru

Изучалось поведение песчано-полимерной композиции в условиях нормальной и повышенных температур при релаксации в области сжатия. Были проведены испытания на релаксацию при сжатии в условиях комнатной температуры и повышенных температур 70, 110 и 150 °С. Получены функциональные зависимости, определяющие вязкоупругие свойства материала – ядра релаксации, определены коэффициенты температурно-временного сдвига. Для описания ядер релаксации использовалась линейная вязкоупругая модель Прони.

Ключевые слова: песчано-полимерная композиция, испытания на релаксацию, экспериментальная механика, математическое моделирование.

В машиностроении накоплен многолетний опыт производства изделий из полимерно-композиционных материалов (ПКМ) методом «мокрой» намотки. Основной составляющей средств технологического оснащения (СТО) для получения изделий из ПКМ является специально подготовленная оправка.

На свод оправок действует высокое контактное давление, при этом максимум приходится на конец намотки в первые часы полимеризации изделия в печи при максимальной температуре, а затем идет релаксация контактного давления.

Конструкция оправок должна соответствовать геометрии и форме внутренней конфигурации изделия, обладать достаточной прочностью при сжимающих нагрузках от наматываемого ПКМ, не деформироваться под собственной массой, не проскальзывать на валу, легко удаляться после отверждения изделий, иметь гладкую и ровную поверхность, предусматривать установку закладных элементов [1].

В связи с вышеизложенным наиболее широкое применения получили разрушаемые песчано-полимерные оснастки. Разрушение данной оправки реализуется за счет воздействия на нее пароводяной смеси, приводящей к разупорядочиванию химических связей полимера.

Целью исследования являются изучение поведения песчано-полимерной композиции (ППК) в условиях нормальной и повышенных температур при релаксации в области сжатия и выявление зависимостей, определяющих реологическое поведение материала.

Испытания проводились на универсальной электромеханической системе Instron 5882, обеспечивающей точность измерения нагрузки 0,5 % от измеренной величины. Испытательная система оснащена температурной камерой для испытаний при температуре от -100 до $+350$ °С.

По результатам пробных испытаний было принято решение об измерении деформации образцов при помощи навесного экстензометра Instron 2620-601, позволяющего проводить измерения в диапазоне температур от -80 до 200 °С, с максимально возможным отклонением от измеряемой величины 0,02 %.

Исследование включало в себя проведение испытаний на релаксацию при сжатии в условиях нормальной и повышенных температур цилиндрических образцов ППК (рис. 1). Всего ис-

пытано 20 образцов, при нормальной и повышенных (70, 110, 150 °С) температурах по 5 образцов на каждую температуру. Время проведения испытаний при комнатной температуре – 8 часов, при повышенных температурах – 4 часа. Данные временные интервалы обусловлены характерными временами отверждения изделия из ПКМ.

Образцы перед испытаниями при повышенных температурах подвергались линейному нагреву со скоростью 10 °С в минуту и термостатированию при этой температуре в течение 2 часов для прогрева всех элементов нагружающей цепи и температурной камеры.

При проведении испытаний образцы нагружались с постоянной скоростью передвижения траверсы 10 мм/мин до значений напряжений 30 % от статического предела прочности при сжатии при заданной температуре [2].

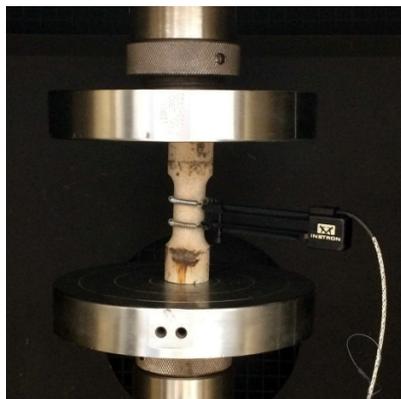


Рис. 1. Образец перед испытанием на релаксацию в области сжатия

Для получения зависимостей, описывающих термомеханическое поведение ППК, использовалась линейная вязкоупругая модель Прони [3], определяющие соотношения которой имеют вид:

$$R(t) = E_0 \left(\frac{E_\infty}{E_0} + \sum_{i=1}^N c_i e^{-\frac{t}{\beta_i}} \right),$$

где E_0 – мгновенный модуль, полученный из начального участка диаграммы деформирования [МПа]; E_∞ – длительный модуль [МПа]; c_i – весовые коэффициенты ($c_i \geq 0$); β_i – времена релаксации [$\log_{10} t$]; t – время [с].

Коэффициенты температурно-временного сдвига (α_0, α_1) определялись по принципу температурно-временной аналогии из соотношений Вильямса – Ланде – Ферри, которые имеют вид:

$$\log_{10} \alpha_T = \frac{\alpha_0(T - T_0)}{\alpha_1 + T - T_0},$$

где T_0 – нормальная температура [$^{\circ}\text{C}$]; T – повышенная температура [$^{\circ}\text{C}$]; α_T – температурно-временной сдвиг (определяется графически).

Идентификация реологических параметров предложенных соотношений проводилась посредством пакета прикладных программ Wolfram Mathematica.

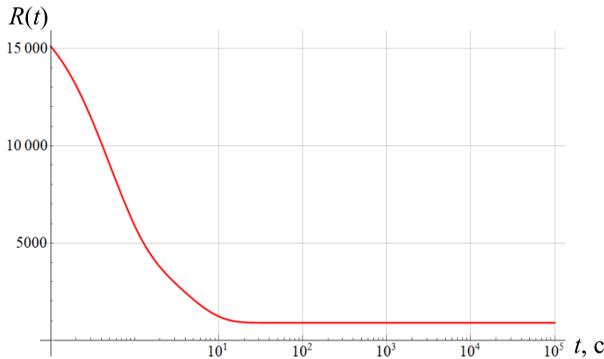


Рис. 2. Характерный вид функции, описывающей реологическое поведение ППК

Таким образом, в результате исследования было изучено поведения песчано-полимерной композиции в условиях нормальной и повышенных температур при релаксации в области сжатия, получены функциональные зависимости, определяющие вязкоупругие свойства материала – ядра релаксации, определены коэффициенты температурно-временного сдвига. Работа выполнена в рамках НИРС [4].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-41-590360 р_а в Пермском национальном исследовательском политехническом университете.

Список литературы

1. Особенности разработки средств технологического оснащения для производства изделий из полимерно-композиционных материалов методом намотки / Г.И. Шайдурова, А.С. Зуев, А.Ю. Емашев, В.Е. Антипин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2014. – № 36. – С. 64–76.

2. Механика материалов / В.Э. Вильдеман [и др.] // Методы и средства экспериментальных исследований. – Пермь: Изд-во Пермского национального исследовательского политехнического университета, 2011. – 165 с.

3. Constitutive relations for viscoelastic materials under thermorelaxation transition / V.P. Matveenko, I.N. Shardakov, O.Y. Smetannikov, N.A. Trufanov // Acta Mechanica. – 2015. – Т. 226. – № 7. – С. 2177–2194.

4. Методические указания по проведению научно-исследовательской работы для студ. бакалавриата по направл. 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов» / сост. Е.Ю. Макарова, Ю.В. Соколкин, А.А. Чекалкин. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2017. – 40 с.

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СИЛОВОЙ ОБОЛОЧКИ

О.Ю. Сметанников¹, Л.Р. Сахабутдинова²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹vmm@pstu.ru, ²lyaysans@list.ru

Рассматривается разработка численных моделей композиционных материалов с учетом их вязкоупругих свойств для дальнейшего моделирования технологического процесса изготовления силовой оболочки баллона высокого давления. Получены вязкоупругие характеристики материала оправки. Описаны подход к численному определению вязкоупругих характеристик слоев оболочки и получение эффективных характеристик силовой оболочки для дальнейшего моделирования технологического процесса изготовления.

Ключевые слова: численное моделирование, ANSYS Mechanical APDL, композиционный материал, вязкоупругость, модель Prony, Prony Curve Fitting, эффективные свойства.

Работа посвящена определению вязкоупругих характеристик композиционных материалов, лежащих в основе одной из наиболее сложных конструкций, а именно силовой оболочки топливного бака ракетных двигателей (рисунок).

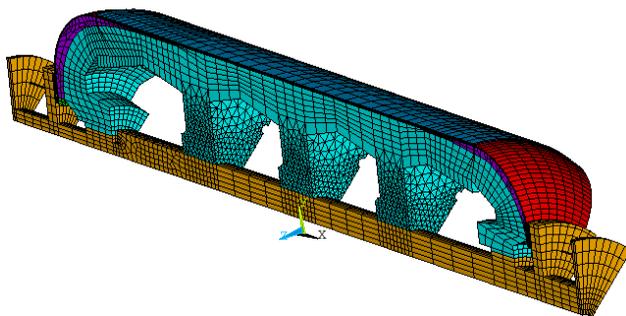


Рис. Конечно-элементный аналог исследуемой конструкции

Технологический процесс изготовления композитного баллона включает в себя несколько этапов: изготовление формообразующей конструкции (оправки), нанесение разделительных слоев и теплозащитного покрытия на оправку, намотка оболочки, термическая обработка и извлечение оправки. При этом нанесенная на оправку лента из нитей пропитывается связующим и в процессе намотки имеет начальное натяжение. Вследствие температурного воздействия формируются технологические и остаточные напряжения. Может наблюдаться отслаивание оболочки от оправки в зонах с низким давлением, что приводит к нежелательным дефектам конструкции.

Для создания корректной численной модели термомеханического поведения конструкции в процессе изготовления важно правильно описать вязкоупругое поведение материалов ключевых элементов. Для численного моделирования используется пакет ANSYS Mechanical APDL. Особая сложность заключается в описании материала оболочки, так как в современных программных пакетах нет стандартных моделей, описывающих одновременно анизотропное и вязкоупругое поведение материала. А моделировать каждое волокно не представляется возможным ввиду ограниченности вычислительных ресурсов. Поэтому необходимо отработать методику моделирования, которая будет корректно описывать вязкоупругое поведение композита, причем не только на качественном уровне, но и на количественном.

Формообразующая конструкция оболочки баллона высокого давления представляет собой песчано-полимерную оправку, которая обладает термовязкоупругими свойствами. С целью определения вязкоупругих свойств песчано-полимерной смеси оправки была проведена серия экспериментов на релаксацию при различных температурах. В результате был определен набор коэффициентов экспоненциального ядра релаксации, далее были получены константы температурно-временного сдвига модели Вильямса – Ландела – Ферри. Для введения свойств вязкоупругого материала в численную модель используется технология

обработки экспериментальных данных Prony Curve Fitting, которая позволяет определить коэффициенты экспоненциального ядра релаксации. Коэффициенты функции температурно-временного сдвига были получены с помощью формулы Вильямса – Ландела – Ферри в ANSYS Mechanical APDL.

В силу того, что силовая оболочка представляет из себя последовательно уложенные слои из стекло- и органоволокна, пропитанные эпоксидным связующим, то для описания поведения такого материала, наиболее подходящей характеристикой является кривая релаксации. Для описания кривой релаксации была рассмотрена ячейка периодичности, представляющая собой однонаправленно армированный слой композита, образованный одинаково ориентированными цилиндрическими волокнами с гексагональной укладкой. Пространство между волокнами заполнено связующей средой – матрицей. Исходя из структуры композита и учитывая гипотезу континуума, материал можно считать однородной средой с одной осью упругой симметрии, совпадающей с направлением волокон. Таким образом, материал является трансверсально-изотропным и характеризуется пятью независимыми операторами: операторными модулями упругости E_1^* и E_2^* , где индексы 1 и 2 соответствуют направлениям вдоль и поперек волокон; операторными коэффициентами Пуассона μ_{12}^* и μ_{23}^* ; операторным модулем сдвига G_{12}^* . Далее на ячейке периодичности были проведены численные эксперименты на продольную, поперечную и сдвиговую релаксации с целью определения вязкоупругих характеристик однонаправленного слоя композита. Были получены кривые продольной, поперечной и сдвиговой релаксации.

Реализованы численные эксперименты для определения эффективных термовязкоупругих свойств пакетов слоев для цилиндрической части и донной части оболочки, в которой свойства зависят от направления укладки волокна. Каждый слой имеет свое направление, а вязкоупругое поведение смоделиро-

вано методом переменных модулей упругости. Определен ряд свойств в зависимости от направления укладки волокна.

Для дальнейшего учета вязкоупругого поведения оболочки в полной модели определены параметры для модели Prony из экспериментов на продольную релаксацию пакетов слоев с помощью технологии Prony Curve Fitting.

Полученные материальные константы использованы при расчете НДС системы «кокон – оправка» в различных технологических режимах. Исследована сходимость конечно-элементного аналога при увеличении пространственной дискретизации. Проведено сравнение эволюции давления между коконом и оправкой для упругой и вязкоупругой моделей. Определены условия возникновения отслоения оболочки.

На следующем этапе работы планируются детальное исследование преднапряженного состояния конструкции, возникающего в процессе намотки волокна, путем проведения ряда численных экспериментов с последовательным «оживлением» слоев силовой оболочки и сравнение результатов с текущей моделью с заданным одновременно во всех слоях предварительным натяжением.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00474).

Список литературы

1. Рубцова Д.М., Сметанников О.Ю. Моделирование процесса намотки композитной силовой оболочки // Математика и междисциплинарные исследования. – Пермь: Изд-во ПГНИУ, 2016. – С. 60–64.

2. Куимова Е.В., Труфанов Н.А. Численное прогнозирование эффективных термовязкоупругих характеристик однонаправленного волокнистого композита с вязкоупругими компонентами // Вестник СамГУ. Естественно-научная сер. – 2009. – № 4 (70). – 129–148.

3. Труфанов Н.А., Суходоева А.А. Напряженно-деформированное состояние вязкоупругой системы «оболочка – оправка» при силовой намотке // Механика композиционных материалов и конструкций. – М.: Изд-во Инс-та прикл. мех. РАН, 2000. – Т. 6, № 4. – С. 495–503.

МОДЕЛЬ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СПЛАВА АМГб С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ, СТРУКТУРНОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ И СКОРОСТЯХ ДЕФОРМАЦИИ

А.П. Смирнов, Н.В. Черных

Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина,
Тамбов, Россия, torpilesSmoke@list.ru

В работе проводится построение математической модели для описания механического поведения сплава АМГб при различных скоростях деформации, температурах, структурных состояниях и анизотропии свойств путем обобщении модели Джонсона – Кука. Для этого вводится специальный оператор перехода между различными состояниями, каждое из которых имеет свой набор физико-механических констант.

Ключевые слова: алюминиевый сплав АМГб, модель Джонсона – Кука.

Работа посвящена построению математической модели механического поведения алюминиевого деформируемого конструкционного сплава АМГб. Как известно, отклик любого материала на приложенные нагрузки в общем случае является сложным оператором, зависящим от ряда параметров: деформация, скорость деформации, температура, структурное состояние, предыстория нагружения, способ получения и т.д. В зависимости от вышеперечисленных переменных физико-механические характеристики одного и того же по химическому составу материала могут существенно отличаться. И сплав АМГб – не исключение. Многочисленные работы посвящены теоретическому и экспериментальному исследованию данного материала. В [1] рассматриваются различные исходные состояния в зависимости от температуры получения. Работы [2, 3] также посвящены исследованию механических свойств АМГб в зависимости от способа получения. Исследования [4, 5] рассматривают вопросы изменения прочностных и термофизических характеристик в зависимости от температуры испытаний. В [6, 7] затрагиваются вопросы поведения исследуемого материала при раз-

личных скоростях деформации. В статьях [8–10] проводятся исследования по влиянию истории деформирования, а именно предварительного нагружения и длительной эксплуатации. В [11] отражено влияние нетермомеханических воздействий на повышение пластичности сплава АМгб. В исследовании [12] приводятся физико-механические свойства микрористаллического АМгб. В работе [13] затрагиваются вопросы моделирования поведения исследуемого материала с учетом анизотропии свойств. Таким образом, параметров, которые необходимо учесть при построении модели механического поведения, очень много. Однако при этом модель не должна быть слишком громоздкой и позволять проводить расчеты реальных конструкций. Поэтому следует выбрать некий компромисс между учетом различных параметров и реализуемостью модели в приложениях.

Таким компромиссом может служить обобщение модели Джонсона – Кука на случай анизотропии и различных структурных состояний. Принимается гипотеза аддитивности упругих $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ и пластических $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ деформаций ($\boldsymbol{\varepsilon}$ – полная деформация):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p.$$

Пока напряжения не превысили предел текучести, действует упругий закон:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{II} : \boldsymbol{\varepsilon}^e$$

где \mathbf{II} – тензор упругих жесткостей. Это тензор четвертого ранга, отражающий анизотропию упругих свойств материала. $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений. Как только интенсивность тензора напряжений превышает предел текучести σ_T , материал начинает пластически течь, а напряжение течения задается следующим законом:

$$\sigma_T = (\sigma_T^0 + B(\varepsilon^p)^n) \left(1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) \left(1 - \left(\frac{T - T_{tr}}{T_{melt} - T_{tr}}\right)^m\right),$$

где σ_T^0 – начальный предел текучести, ε^p – интенсивность пластической деформации, $\dot{\varepsilon}_0$ – референсная скорость деформации, T – температура, T_{tr} – комнатная температура, T_{melt} – температура плавления, B, C, n, m – константы материала.

Как видно, приведенные уравнения описывают поведение АМГб при различных скоростях деформации, температурах и учитывают анизотропию и предшествующую пластическую деформацию, но не учитывают различные изначальные структурные состояния. Для учета различных состояний вводятся обобщения следующего вида:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Pi}^i : \boldsymbol{\varepsilon}^e,$$

$$\sigma_T = ([\sigma_T^0]^i + B^i (\varepsilon^p)^{ni}) (1 + C^i \ln(\frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0})) (1 - (\frac{T - T_{tr}}{T_{melt} - T_{tr}})^{m^i}),$$

где i -м индексом обозначены константы для i -го состояния, которые в общем случае отличаются. Теперь начальное состояние $i = k$ задается в виде начального условия. Также вводится оператор перехода f между состояниями, если это возможно, который в общем случае зависит от параметров нагружения:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, T, \dot{\varepsilon}^p, \varepsilon^p) : i \rightarrow j.$$

Нужно понимать, что не из любого i -го состояния материал может перейти в любое j -е в ходе термомеханических воздействий, так как некоторые состояния обусловлены способом получения. Однако переходы в определенные состояния вполне наглядно можно записать в виде несложных условий. Например, при достижении температуры отжига и нахождении в таком состоянии на протяжении определенного времени материал переходит в состояние «отожженный». И наоборот, при нахождении под определенным давлением и достижении пластических деформаций определенных значений материал переходит в состояние «нагартованный».

Таким образом, построена математическая модель сплава АМг6, описывающая его механическое поведение при различных температурах, скоростях деформации, структурных состояниях с учетом анизотропии.

Список литературы

1. Замятин В.М., Ильиных М.В., Мушников В.С. Температуры образования фаз при неравновесной кристаллизации алюминиевых сплавов АМг2 и АМг6 // Литейщик России. – 2012. – № 2. – С 37.

2. Кочешков И.В. Влияние режимов прессования и отжига на механические свойства плазменно-напыленного алюминиевого сплава // Производство проката. – 2012. – № 9. – С. 32–37.

3. Исследование контактного трения при горячей изотермической штамповке сплава АМг6 / П.А. Петров, К.Е. Потапенко, И.В. Пеньков, В.И. Воронков // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2012. – № 2. – С. 16–19.

4. Корягин Ю.Д. Разупрочнение нагартованного сплава АМг6 при скоростном нагреве в интервале температур 100...300 °С // Вестник Южно-Урал. гос. ун-та. Сер. Металлургия. – 2012. – № 15 (274). – С. 108–111.

5. Иброхимов Н.Ф., Низомов З. Исследование температурной зависимости теплоемкости сплава АМг6 методом охлаждения // Вестник Таджик. техн. ун-та. – 2012. – № 3 (19). – С. 62–66.

6. Шибков А.А., Желтов М.А. Нелинейная динамика полос деформации в сплаве АМг6 // Вестник Тамбов. ун-та. Сер. Естественные и технические науки. – 2009. – Т. 14, № 6–1. – С. 1209–1216.

7. Исследование локализации пластического сдвига в алюминиевых сплавах при динамическом нагружении / Д.А. Билалов, М.А. Сокоиков, В.В. Чудинов, В.А. Оборин, Ю.В. Баян-

дин, А.И. Терехина, О.Б. Наймарк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2015. – Т. 8, № 3. – С. 319–328.

8. Влияние предварительной деформации на характеристики прерывистой пластической деформации сплава АМгб / Е.В. Выжанов, А.А. Денисов, А.Е. Золотов, А.А. Шибков // Вестник Тамбов. ун-та. Сер. Естественные и технические науки. – 2011. – Т. 16, № 1. – С. 141–142.

9. Механические свойства и механизмы разрушения крупногабаритных емкостей из сплава АМгб после длительной эксплуатации / Л.Р. Ботвина, В.Г. Будуева, А.А. Остапенко, М.Р. Тютин, Ю.А. Демина, А.П. Солдатенков, Н.А. Жаркова // Деформация и разрушение материалов. – 2013. – № 12. – С. 28–35.

10. Изучение и моделирование возврата в сплаве АМгб с целью прогнозирования ресурса эксплуатации деталей авиакосмической техники / Д.А. Мирзаев, Ю.Д. Корягин, Я.С. Добрынина, А.А. Звонков // Физика металлов и металловедение. – 2004. – Т. 98, № 2. – С. 11–18.

11. Повышение пластичности алюминиевого сплава воздействием лазерного излучения / С.П. Мурзин, В.И. Трегуб, Е.Л. Осетров, Н.В. Трегуб, С.А. Малов, А.М. Никифоров // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2010. – Т. 12, № 4–1. – С. 178–181.

12. Механические свойства микрокристаллического алюминиевого сплава / В.Н. Чувильдеев, М.Ю. Грязнов, В.И. Копылов, А.Н. Сысоев, Б.В. Овсянников, А.А. Флягин // Вестник Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2008. – № 4. – С. 35–42.

13. Воронин С.В., Юшин В.Д., Бунова Г.З. Компьютерное моделирование процесса прокатки сплава АМгб с учетом его анизотропии // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2008. – № 4. – С. 72–73.

НОВАЯ ГИПОТЕЗА ФОРМИРОВАНИЯ НАНОТЯЖЕЙ В ЭЛАСТОМЕРНЫХ КОМПОЗИТАХ

А.К. Соколов, А.Л. Свистков, О.К. Гаришин

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия, Aleksandr_sokol@mail.ru

Предложено одно из возможных объяснений упрочнения эластомеров. В основе его использована информация о том, что при больших деформациях материала в зазорах между частицами наполнителя связующее находится в напряженно-деформированном состоянии, близком к одноосному растяжению.

При этом большая часть полимерных цепей оказывается ориентированной вдоль оси действующей нагрузки. При помощи нового критерия разрушения показано, что при деформировании материала микро-разрывы должны появляться на некотором расстоянии от включений, и будут развиваться, не нарушая «взаимодействие» между включениями.

Ключевые слова: появление повреждений; нанокомпозит; конечные деформации; вычислительное моделирование; критерий разрушения; эластомер; наполнитель; включения.

Эластомеры с активными наполнителями представляют собой высокоэластичную каучуковую матрицу, в которую внедрены твердые зернистые наночастицы или агрегаты наночастиц. За прошедшее время накоплен большой практический опыт в создании резин различного назначения. Эластомеры, у которых в качестве наполнителя используются наночастицы, отличаются повышенной прочностью и предельной деформативностью (разрывная деформация). Причем причины такого улучшения их механических характеристик до сих пор остаются предметом дискуссий среди материаловедов [1].

С начала XX века известно, что наполнение каучуков техническим углеродом (20–30 % по объему) существенно улучшает их многие эксплуатационные свойства: может повышать жесткость, увеличивать разрывные усилия в 5–15 раз, а предельные деформации в 2–4 раза [2]. В настоящее время продолжают

интенсивно проводится исследования механических свойств эластомерных нанокompозитов в зависимости от вида наполнителя, его концентрации и технологии изготовления [3].

Однако, несмотря на несомненный прогресс в анализе возможных механизмов формирования свойств нанонаполненных эластомеров, еще остается ряд до сих пор нерешенных вопросов. Объяснить повышение прочности и появление анизотропных свойств после первого деформирования можно существованием микро- и нановолокон. Наличие таких образований подтверждается экспериментально [4]. В работе [5] на основе экспериментальных исследований структуры наполненных техническим углеродом резин (использовалась электронная микротомография) и компьютерного моделирования, показано, что при макродеформациях до 15 % микродеформации матрицы в зонах между агломератами частиц сажи могут достигать 100 % и более. Исследования наноструктуры наполненных каучуков в растянутом (вплоть до предразрывного) состоянии методами атомно-силовой микроскопии (АСМ), проводившиеся в ИМСС УрО РАН [6], подтвердили наличие таких образований.

В данной работе с помощью вычислительного моделирования анализируется гипотеза о том, что в зазорах между близкорасположенными частицами наполнителя эластомерная матрица при деформировании материала способна выдерживать очень высокие нагрузки. Происходит это по следующей причине. В ненагруженном состоянии полимерные цепи свернуты в клубки. При растяжении материала в одном направлении полимерные цепи разворачиваются и ориентируются вдоль оси действующей нагрузки. Получается состояние эластомерного материала, в котором произошла ориентация большинства цепей в одном направлении.

Для того чтобы количественно определять момент появления повреждения в эластомерном композите с учетом этого фактора, необходим соответствующий прочностной критерий. Классические подходы, когда структурные микроповреждения

должны возникать в наиболее нагруженных местах, т.е. в зазорах между близкорасположенными частицами, в данном случае не работают. Поэтому мы предлагаем использовать новый критерий прочности в виде следующего условия: в рассматриваемой точке материала не может произойти разрушение, если выполняется неравенство:

$$f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \alpha \left(\sum_{i=1}^3 \lambda_i^{-2} - 3 \right) + \beta \left| \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \ln \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \right| + \gamma p < 1, \quad (1)$$

где λ_i – кратности удлинений, p – среднее напряжение (первый инвариант тензора напряжений Коши, деленный на три). Деформационный критерий прочности содержит две безразмерные α , β и одну размерную γ константы, определяющие прочностные свойства материала. Их значения можно подобрать из экспериментов. Первое слагаемое дает ненулевой вклад в критерий (1) при любом деформированном состоянии материала. Второе слагаемое при одноосном растяжении материала равно нулю. При других видах напряженно-деформированного состояния оно дает дополнительный положительный вклад в функцию f . При этом добавка может быть весьма значительной, если значение параметра β достаточно велико.

На рисунке представлена карта области для несжимаемой среды (всегда выполняется равенство $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$), в которой не могут появиться микрповреждения. Это область значений кратностей удлинений, где выполняется условие $f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) < 1$. Три сплошные линии на рисунке соответствуют одноосному растяжению по каждой из главных осей. Карта построена для следующих значений констант: $\alpha = 0,25$; $\beta = 0,05$; $\gamma = 0$, которые были использованы в дальнейшем для вычислительного моделирования. Рисунок иллюстрирует особенности используемого критерия. Видно, что при одноосном растяжении материала можно его деформировать до очень больших значений кратности удлинения вдоль оси растяжения. В других состояниях разрушение начнется при существенно меньших деформациях.

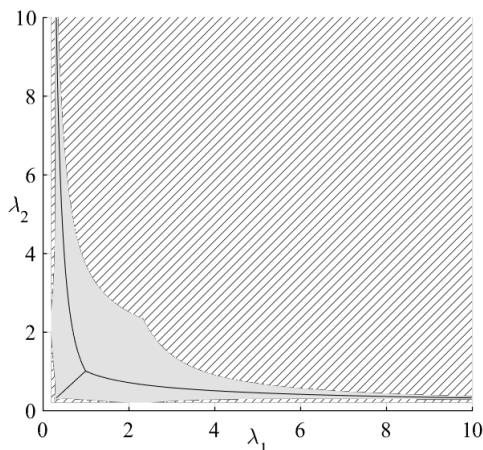


Рис. Иллюстрация карты состояний, в которых не появляются повреждения (закрашено серым), и состояний, где должны возникнуть микроразрывы (заштрихованные области). Сплошные линии соответствуют условию одноосного растяжения материала

В работе рассматривались частицы наполнителя, находящиеся достаточно близко друг к другу. Напряженно-деформированное состояние в зазорах близко к состоянию, полученному при анализе парного взаимодействия жестких включений в «мягкой» упругой матрице. Также рассматривались частицы, находящиеся в упругой матрице с растущим повреждением.

Таким образом, в данной работе показано, что возможны ситуации, когда при одинаковых нагрузках в чистом эластомере происходит макроразрушение, а в таком же материале, но с нанонаполнителем глобального разрушения не наблюдается.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-08-00914).

Список литературы

1. Fetterman M.Q. The unique properties of precipitated silica in the design of high performance rubber // *Elastomerics*. – 1984. – № 9. – P. 18–31.

2. Kraus G. Reinforcement of elastomers by carbon black // Rub. Chem. Tech. – 1978. – Vol. 51, № 1. – P. 297–321.

3. Мошев В.В., Гаришин О.К. Структурная механика дисперсно-наполненных эластомерных композитов // Успехи механики. – 2005. – Т. 4, № 2. – С. 3–36.

4. Reichert W.F., Dietmar G., Duschl E.J. The double network, a model describing filled elastomers // Polymer. – 1993. – Vol. 34, № 6. – P. 1216–1221.

5. Mesoscopical mechanical analysis of filled elastomer with 3D-finite element analysis and transmission electron microtomography / K. Akutagava, K. Yamaguchi, A. Yamamoto, H. Heguru // Rubber Chemistry and Technology. – 2008. – Vol. 81. – P. 182–189.

6. Morozov I.A. Structural-Mechanical AFM Study of Surface Defects in Natural Rubber Vulcanizates // Macromolecules. – 2016. – Vol. 49, № 16. – P. 5985–5992.

УЧЕТ ДИСКЛИНАЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ ДЕФОРМАЦИОННОГО ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ ЗЕРЕННОЙ СТРУКТУРЫ В МОДЕЛЯХ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ

М.А. Тельканов, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, michaelperm@gmail.com

Рассматривается влияние дисклинаций на эволюцию фрагментно-зеренной структуры поликристаллических материалов в процессах интенсивных неупругих деформаций. Обсуждаются возможности учета дисклинаций в структуре многоуровневых статистических моделей деформирования поликристаллов для описания измельчения зерен.

Ключевые слова: дисклинации, зеренная структура, физические теории пластичности, измельчение, неупругое деформирование.

Развитие математических моделей, позволяющих описывать поведение деталей и конструкций из поликристаллических

материалов и изменение структуры и свойств таких материалов являются важной задачей современного материаловедения. Благодаря таким моделям становится возможным отказ от проведения сложнейших и дорогостоящих натуральных экспериментов, что экономит значительные финансовые средства на этапе разработки конструкций. Не менее важной является задача моделирования поведения самих материалов при деформировании с учетом механизмов, реализующихся на разных масштабных уровнях. Известно [1], что при интенсивных пластических деформациях (ИПД) в поликристаллах происходят процессы, приводящие к уменьшению среднего размера зерна. Такие изменения влекут повышение предела текучести материала и одновременно с этим снижение максимальной деформации до разрушения.

Носителями пластической деформации в кристаллах являются дислокации. Однако движение дислокаций приводит лишь к сдвигу одних частей кристаллов относительно других, в то время как в реальных материалах наблюдаются еще и развороты (ротации) отдельных подобластей кристаллической решетки друг относительно друга. Исследователями экспериментально установлено [2], что носителями подобных механизмов деформирования являются дефекты специального типа, которые называют дисклинациями. Наряду с дислокациями дисклинации представляют собой линейные дефекты кристаллической решетки, но связанные не с незавершенным сдвигом, а с поворотом областей решетки. Схема представления дислокаций и дисклинаций в цилиндрической области сплошной среды с разрезом представлена на рис. 1 [3]. Основной характеристикой дисклинаций является вектор Франка ω , показывающий направление и величину поворота решетки.

Различают полные и частичные дисклинации: вектор Франка частичных дисклинаций не совпадает с углами группы поворотной симметрии рассматриваемой кристаллической решетки. Полные дисклинации, как правило, являются неподвижными, в то время как частичные могут перемещаться по объему

зерна. В процессе интенсивных пластических деформаций движение частичных дисклиний приводит к разбиению кристалла на микрообласти (фрагменты), решетки которых разориентированы на углы порядка нескольких градусов, т.е. дисклинии играют существенную роль в деформационном измельчении зеренной структуры материала [4–6].

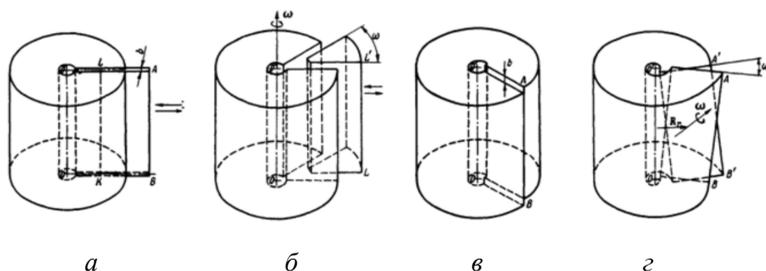


Рис. 1. Схемы получения краевой дислокации (а), клиновой дисклинии (б), винтовой дислокации (в) и винтовой дисклинии [3]

Практически важным является тот факт, что дисклиния может быть представлена через совокупность дислокаций. Так, при описании отрицательной клиновой дисклинии внедряемый клин можно представить последовательным введением краевых дислокаций с малым вектором Бюргерса, что приводит к полубесконечной дислокационной стенке с линейной плотностью

$$\rho = \frac{1}{h} \cong 2 \frac{\omega}{2b} = \frac{\omega}{b},$$

где h – расстояние между дислокациями в стенке, ω – величина вектора Франка дисклинии, b – величина вектора Бюргерса дислокаций. Таким образом, учет дисклиний может вводиться как добавка к плотностям дислокаций.

Кроме описанных выше видов дисклиний исследователи выделяют их специальный подкласс – стыковые дисклинии [7]. Такие дисклинии образуются на множественных (тройных и

более) стыках зерен и во многом связаны с несовместностью пластических деформаций. Этот подход схож со способом описания разворотов решеток в модели ротаций, предложенной коллективом авторов под руководством П.В. Трусова [8]. Мощность стыковых дисклиниаций вычисляется как норма вектора:

$$\mathbf{\Omega} = -\sum_{i=1}^k \mathbf{N}_i \times [\boldsymbol{\varepsilon}]_i \cdot \mathbf{N}_i,$$

где k – количество стыкующихся границ, \mathbf{N} – нормаль к рассматриваемой границе, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – симметричная часть тензора пластической дисторсии.

Зарождаясь на границах и стыках зерен, стыковые дисклинации могут релаксировать за счет прорастания в толщу зерен малоугловых границ. В рассмотрение при этом вводятся не одиночные дисклинации, а их более сложные конфигурации – дисклинационные диполи и квадруполь. Один из способов описания квадруполя – расположение дисклиниаций в стыках границы зерна и запись эволюционных уравнений для их мощности. В таком случае измельчение моделируется по типу прорастания границы в момент достижения некоторой критической мощности дисклинации (рис. 2).

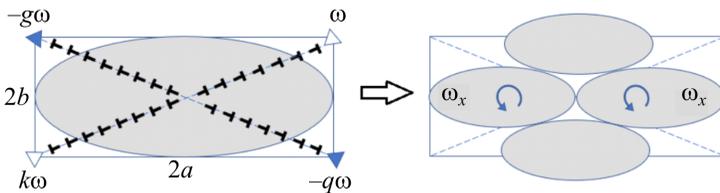


Рис. 2. Схема разделения зерна за счет роста малоугловых границ из стыков зерен [4]

В ходе исследования предложен метод описания измельчения зеренной структуры, согласно которому мощности стыковых дисклиниаций увеличиваются пропорционально несовмест-

ности деформаций стыкующихся зерен. Релаксация осуществляется путем обратного поворота решетки либо путем испускания экстраплоскостей. Показано, что стыки наиболее разориентированных зерен приводят к ускорению процесса фрагментации.

Таким образом, в работе рассмотрены варианты включения дисклинаций в модель описания деформационного измельчения материалов. Показано, что для адекватного моделирования измельчения необходимо внедрение дисклинаций в структуру соотношений существующих моделей неупругого деформирования поликристаллов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01292).

Список литературы

1. Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н. Закономерности деформационного измельчения структуры металлов и сплавов. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. – 96 с.
2. Rybin V.V., Zisman A.A., Zolotarevsky N.YU. Junction disclinations in plastically deformed crystals // *Acta metal. mater.* – 1993. – № 7. – P. 2211–2217.
3. Лихачев В.А., Хайров Р.Ю. Введение в теорию дисклинаций. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. – 183 с.
4. Измельчение зеренной структуры поликристаллов в ходе пластической деформации за счет релаксации стыковых дисклинационных конфигураций / Т.С. Орлова [и др.] // *ФТТ.* – 2005. – Т. 47, № 5. – С. 820–826.
5. Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н., Свирина Ю.В. Формирование полосы переориентации в упругом поле дисклинационного диполя // *Журнал технической физики.* – 2009. – Т. 79. – Вып. 4. – С. 104–110.
6. Рыбин В.В., Перевезенцев В.Н., Свирина Ю.В. Модель формирования оборванных дислокационных границ на стыковых дисклинациях // *Журнал технической физики.* – 2016. – Т. 86, № 6. – С. 100–105.

7. Перевезенцев В.Н., Рыбин В.В. Накопление дефектов на границах зерен и предельные характеристики структурной сверхпластичности // Поверхность. – 1982. – № 10. – С. 134–142.

8. Моделирование эволюции структуры поликристаллических материалов при упругопластическом деформировании / П.В. Трусов, В.Н. Ашихмин, П.С. Волегов, А.И. Швейкин // Ученые записки Казан. ун-та. Сер. Физико-математические науки. – 2010. – № 4. – С. 225–237.

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НАНОМОДИФИЦИРОВАННОЙ ПОЛИМЕРНОЙ МАТРИЦЫ

А.Д. Тиунова¹, М.А. Ташкинов²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹tiunova.anastasia@bk.ru, ²m.tashkinov@pstu.ru

Работа посвящена исследованию и моделированию различных аспектов механического и электрического поведения наномодифицированной полимерной матрицы в слоистых композитах. В частности, изучено влияние кривизны нанотрубок на эффективные механические характеристики, исследовано накопление повреждений в матрице при механическом нагружении, а также влияние эффекта перколяции на электропроводимость. Используются модели континуальной механики, в рамках которой нанотрубки и матрица моделируются как сплошная среда с заданными (определенными экспериментально или на более низких масштабных уровнях) свойствами.

Ключевые слова: нанокompозиты, критерии разрушения, прогрессирующее разрушение, эффект перколяции, проводимость.

В последние несколько десятилетий в строительстве, авиационной, морской и автомобильной промышленности происходит активное внедрение композиционных материалов. Композиты обладают высокой удельной прочностью и жесткостью, хорошей коррозионной стойкостью, усталостной прочностью и т.д. Однако наличие компонентов с резко различающимися механическими свойствами предопределяет особенно-

сти механики разрушения композитов, таких как дробление волокон, расслоение по границам компонентов, растрескивание матрицы или включений.

Для изучения и оценки внутренних повреждений слоистых композитов применяются различные методы неразрушающего контроля. Одним из современных подходов является использование методов, основанных на контроле электропроводимости, которые дают возможность контролировать состояние конструкции в течение срока службы [1]. При изменении свойств электропроводимости конструкции регистрируется изменение внутренней структуры композитов и определяется начало разрушения. Таким образом, чтобы обнаружить ранние режимы разрушения, полимерная матрица должна быть электропроводящей, для чего в матрицу внедряют наполнитель, например углеродные нанотрубки [2]. Кроме того, применение композиционных материалов с внедренными в матрицу нанотрубками позволяет существенно увеличить механические характеристики композиционного материала.

Для моделирования различных аспектов механического и электрического поведения полимерной матрицы с внедренными нанотрубками в данной работе исследуется: накопление повреждений в матрице при механическом нагружении, влияние кривизны нанотрубок на эффективные механические характеристики, эффект перколяции при изучении электропроводимости.

Для изучения прочностных свойств наномодифицированной матрицы была исследована модель прогрессирующего разрушения представительных объемов матрицы с нанотрубками различной объемной доли (рис. 1). Установлено, что представительные объемы с более высокой объемной долей включений обладают большей прочностью, чем композит с меньшей объемной долей. Также показано, что эффективный модуль упругости представительного объема с увеличением кривизны нанотрубок уменьшается (рис. 2).

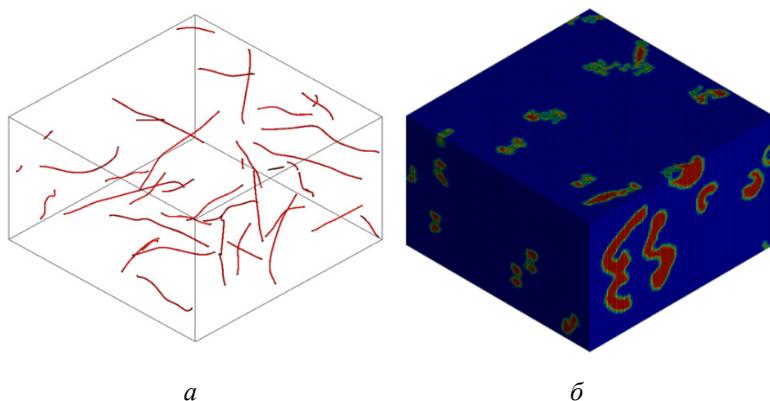


Рис. 1. Представительный объем матрицы с включениями в виде нанотрубок (а). Объёмная доля включений 0,05 %; моделирование разрушения матрицы (обозначено красным) при помощи модели прогрессирующего разрушения (б)

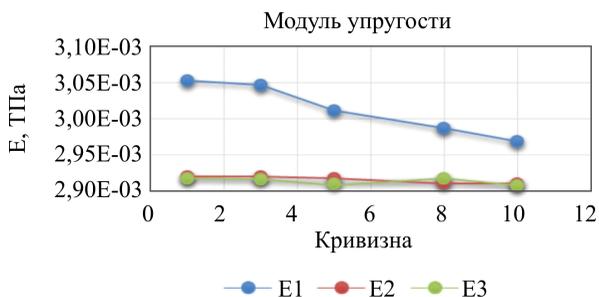


Рис. 2. График зависимости модуля упругости представительного объема от кривизны нанотрубок

Электропроводимость представительного объема наномодифицированной матрицы может быть описана в рамках теории перколяции. Эффект туннелирования для перколяционной сети, который заключается в протекании тока между близко расположенными, но не соприкасающимися нанотрубками, был смоделирован путем изменения сопротивления матрицы между нанотрубками [3]. При этом сопротивление туннелирования рассчитывается как

$$R_{\text{tunnel}} = \frac{V}{(JA_c)},$$

где V – приложенное напряжение; J – величина туннельного тока; A_c – поперечная площадь.

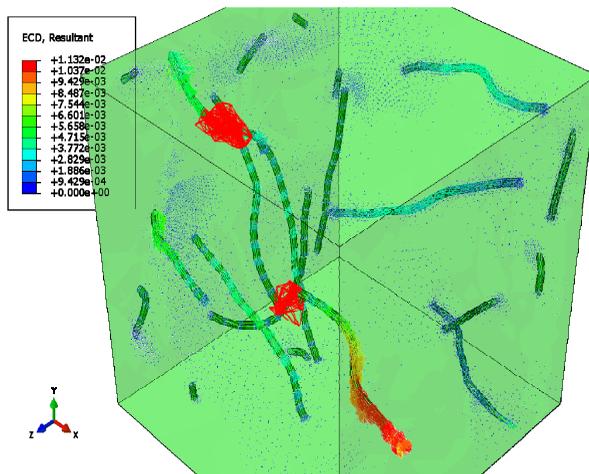


Рис. 3. Значение величины электрического тока на единицу площади при нарушении целостности в зоне соединения матрицы и нанотрубок

Таким образом, при помощи созданных моделей показано, что при увеличении объемной доли нанотрубок матрица становится прочнее, а с увеличением кривизны нанотрубок прочностные характеристики падают. Увеличение проводимости композиционного материала обусловлено появлением групп включений, находящихся в контакте между собой, т.е. находящихся в касании друг с другом или достаточно близко для обеспечения перетекания электронов от одного включения к другому за счет туннелирования.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-41-590259-р_a) и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (МК-2395.2017.1).

Список литературы

1. Zhang H., Bilotti E., Peijs T. The use of carbon nanotubes for damage sensing and structural health monitoring in laminated composites: a review // *Nanocomposites*. – 2015. – 1:4. – P. 167–184.
2. Гольдштейн Р.В., Морозов Н.Ф. Механика деформирования и разрушения наноматериалов и нанотехнологии // *Физическая мезомеханика*. – 2007. – № 10. – С. 17–30.
3. Yu Y., Song G., Sun L. Determinant role of tunneling resistance in electrical conductivity of polymer composites reinforced by well dispersed carbon nanotubes // *Journal of Applied Physics*. – 2010. – 108. – P. 084319. DOI: 10.1063/1.3499628

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СИНТЕЗА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОРПУСОВ ПРИЕМО-ПЕРЕДАЮЩИХ МОДУЛЕЙ АФАР

Д.И. Токмаков^{1,2}, Ю.О. Соляев^{2,2}, А.А. Орехов²

¹ПАО «Радиофизика», Москва, Россия,

²Московский авиационный институт, Москва, Россия,

²Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия,
dimatok87@gmail.com, yos@iam.ras.ru, a_orekhov@mai.ru

Обсуждаются проблемы применения расчетных систем при математическом моделировании процесса аддитивного производства. Приводится сравнение изготовленного корпуса приемо-передающего модуля АФАР со встроенной системой каналов охлаждения и результатов, полученных в расчетной модели. Приводится аргументация за применение систем моделирования при анализе технологического процесса выращивания изделия методом SLM.

Ключевые слова: аддитивное производство, конечно-элементное моделирование, SLM.

С увеличением мощности и уменьшением габаритов приемо-передающих модулей активных фазированных решеток (АФАР) появляется необходимость изготавливать корпуса с ин-

тегрированной системой охлаждения. Аддитивные технологии позволяют изготовить сложные заготовки под дальнейшую механообработку. Оптимальная геометрия каналов охлаждения, которая может быть реализована только методами трехмерной печати, позволяет повысить эффективность работы системы терморегулирования АФАР и обеспечить надежность и стабильность ее основных радиотехнических характеристик.

Несмотря на значительные успехи и прогресс, произошедшие за последние 15 лет в области технологий трехмерной печати металлических изделий, в настоящее время остается значительное количество нерешенных проблем*. Эти проблемы препятствуют полноценному внедрению этих технологий в производственный процесс. Основными ограничениями при использовании технологий послойного лазерного синтеза из металлов являются ограничения по габаритным размерам изделий, длительность синтеза, высокая себестоимость, ограничения по типу применяемых материалов, проблема возникновения остаточных напряжений и поводок, проблема получения высокого уровня механических свойств и качества поверхности без применения дополнительной обработки, необходимость построения и удаления поддержек и т.д.

Благодаря применению расчетных методов для оценки теплового и остаточного напряженно-деформированного состояния синтезируемых деталей можно выбирать оптимальные параметры технологического процесса для предотвращения возникновения дефектов – неспекание (осыпание) порошка, или, наоборот, нежелательное запекание порошка в каналах охлаждения, значительные поводки, отрыв от платформы построения в процессе синтеза и т.п.

Настоящая работа посвящена сравнению результатов, полученных при моделировании методом конечных элементов расчетной модели корпуса прямо-передающего модуля АФАР

* Гибсон Я., Розен Д., Стакер Б. Технологии аддитивного производства. – М.: Техносфера, 2016.

X-диапазона и изготовленного образца методом SLM. Показаны согласованность и отличия теоретических и экспериментальных данных. Обсуждается возможность уточнения результатов моделирования для более детального и достоверного прогноза остаточного НДС в синтезируемых изделиях.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (ФЦП «Исследования и разработки, соглашение № 14.577.21.0280, RFMEFI57717X0280).

**ОЦЕНКА РЕОЛОГИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СТАЛИ 40X
НА ЗАКРИТИЧЕСКОЙ СТАДИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ
ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ**

М.П. Третьяков, А.А. Мокина

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sem_tretyakov@mail.ru

Работа направлена на опытную оценку влияния процессов ползучести и релаксации на поведение стали 40X на стадии закритического деформирования при высоких температурах. Проведен анализ современного состояния изучения закритического деформирования конструкционных материалов. Проведены испытания на одноосное растяжение в условиях высоких температур. Отмечено влияние скорости деформирования на прочностные и деформационные характеристики исследуемой стали в опытах на растяжение при температуре 500 °С.

Ключевые слова: растяжение, высокие температуры, закритическое деформирование, ползучесть, разрушение.

Традиционные методы проектирования ответственных конструкций предполагают исключение возникновения предельных состояний частей несущих элементов в период эксплуатации в рабочих режимах. Однако возможность разрушения и возникновения аварийных ситуаций свойственна для каждой системы. Развитие научных основ анализа ответственных конструкций

в рамках представления о разрушении как о результате потери устойчивости процессов неупругого деформирования предполагает разработку многокритериальной оценки безопасности, а именно изучение моделей накопления повреждений и структурного разрушения, развитие численных методов решения нелинейных краевых задач, изучение основных закономерностей механического поведения, в частности, закритического деформирования, которое предшествует моменту разрушения. Кроме того, анализ должен включать изучение способов управления процессами потери устойчивости и разрушения путем обеспечения условий устойчивого протекания процессов, необходимых для приспособления объекта к условиям эксплуатации.

К основным механическим явлениям и процессам, которые требуют особого изучения, относится закритическое разрушение материалов. Закритическая деформация реализуется при определенных условиях нагружения и сопровождается равновесным снижением прикладываемой нагрузки при увеличении деформаций и развитии дефектных структур, что проявляется в испытаниях в виде ниспадающего участка на диаграмме деформирования. Анализ закономерностей и описание процессов накопления повреждений в материале на закритической стадии деформирования являются важной задачей механики конструкционных материалов [1–3]. Особую актуальность приобрели вопросы обоснования моделей разупрочняющихся сред и определения области их применимости.

Особый практический интерес среди подобных задач представляет изучение накопления повреждений и разрушения материалов и конструкций на закритической стадии деформирования в условиях высоких температур [4].

Экспериментальное изучение влияния повышенных температур на закономерности поведения сталей на закритической стадии, а также на прочностные и деформационные характеристики проведено на сплошных цилиндрических образцах конструкционной стали 40Х. Химический состав стали приведен в таблице.

Химический состав стали 40X

C	Cr	Mn	Si	Cu	Ni	W
0,362 %	0,996 %	0,619 %	0,240 %	0,204 %	0,166 %	0,030 %

Испытания на одноосное растяжение проводились на универсальной двухосевой сервогидравлической испытательной системе Instron 8801 с использованием высокотемпературной печи Instron SF 1770. Образцы для испытаний изготавливались в соответствии с требованиями ГОСТ 1497.

В результате выполненных испытаний на одноосное растяжение при повышенных температурах построены диаграммы деформирования рассматриваемой стали с развитыми участками разупрочнения. Отмечается, что стадия закритического деформирования при высоких температурах имеет более протяженный участок по отношению к области упругопластического деформирования. Для оценки проявления реологических свойств стали на закритической стадии при рассмотренных температурах реализованы испытания с различными скоростями деформирования.

На рисунке приведены диаграммы деформирования, построенные для образцов, изготовленных из стали 40X, в координатах «напряжение – деформация», полученные по встроенному датчику перемещений испытательной машины для скорости 0,6 мм/мин (сплошные линии) и скорости 6,0 мм/мин (пунктирные линии). Диаграммы, отмеченные одним штрихом, построены для образцов, разрушение которых произошло в рабочей части, а кривые с двумя штрихами соответствуют испытаниям, когда разрушение происходило по месту кернения, нанесенного механическим способом для измерения относительного остаточного удлинения после разрыва.

Таким образом, на основе полученных опытных данных можно сделать вывод, что для рассмотренных образцов конструкционной стали 40X уменьшение скорости деформирования приводит к снижению сопротивления материала как на стадии упруго

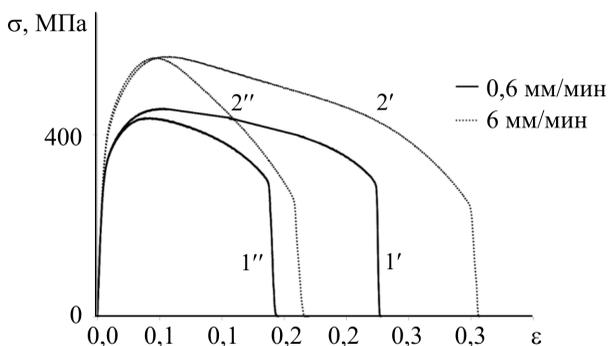


Рис. Диаграммы деформирования стали 40X при различных скоростях деформирования: 0,6 мм/мин (сплошные линии), 6,0 мм/мин (пунктирные линии)

пластического, так и на стадии закритического деформирования. Это проявляется в снижении прочностных и деформационных характеристик.

Работа выполнена в Центре экспериментальной механики Пермского национального исследовательского политехнического университета за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-79-00216).

Список литературы

1. Механика закритического деформирования и нелокальность условий разрушения / В.Э. Вильдеман, А.В. Ипатова, М.П. Третьяков, Т.В. Третьякова // Вестник Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4–5. – С. 2063–2065.
2. Чаусов Н.Г. Полная диаграмма деформирования как источник информации о кинетике накопления повреждений и трещиностойкости материалов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2004. – Т. 70, № 7. – С. 42–49.
3. Третьяков М.П., Вильдеман В.Э. Деформационное разрушение материалов в условиях плоского напряженного состоя-

ния // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2012. – № 2. – С. 190–203.

4. Агеев Н.П., Каратушин С.И. Механические испытания металлов при высоких температурах и кратковременном нагружении. – М.: Металлургия, 1988. – 276 с.

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ ПРОЧНОСТИ И ТВЕРДОСТИ СТАЛИ 40X В ОБЛАСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ШЕЙКИ В ПРОЦЕССЕ ЗАКРИТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

М.П. Третьяков, Т.В. Третьякова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sem_tretyakov@mail.ru

Работа посвящена изучению особенностей поведения конструкционной стали 40X на закритической стадии деформирования. Особое внимание уделено процессам развития локализации деформаций в виде «шейки» в рабочей части образца. Содержащиеся в работе результаты испытаний получены при совместном использовании испытательной машины и видеосистемы Vis 3D и иллюстрируют изменения неоднородных полей деформаций в зоне «шейки» в процессе растяжения образцов вплоть до разрушения. Реализована методика, позволяющая проводить оценку деформационных и прочностных характеристик, а также твердости стали в процессе закритического деформирования. Рассматриваются вопросы интерпретации опытных диаграмм растяжения образцов и построения диаграмм деформирования материалов, которые необходимы при моделировании процессов деформирования и разрушения элементов конструкций.

Ключевые слова: закритическое деформирование, локализация деформаций, шейка, растяжение, прочность, твердость, корреляция цифровых изображений.

В настоящее время исследователями отмечается важное значение закритической стадии деформирования в связи с решением вопросов прочностного анализа и безопасности конструкций с точки зрения обеспечения их живучести в аварийных ситуациях [1, 2].

Для уточненного моделирования процессов развития дефектов и протекания процессов разрушения требуется более полное понимание процессов, сопровождающих закритическое деформирование материалов, что связано с получением соответствующих экспериментальных данных о закритическом поведении конструкционных сталей и сплавов при различных видах напряженно-деформированного состояния и условиях нагружения. При этом под закритическим поведением понимается деформирование, характеризуемое появлением ниспадающего участка на диаграмме «нагрузка – удлинение», т.е. снижением нагрузки при прогрессирующих перемещениях. Для возможности использования опытных данных в моделях проводится сопоставление различных критериев перехода процесса деформирования на закритическую стадию при различных видах напряженно-деформированного состояния [1].

Важным аспектом при получении и интерпретации опытных данных о закритическом поведении конструкционных материалов (в особенности пластичных сталей) является локализация деформаций в рабочей части образца, которая приводит к формированию «шейки» [3–5]. При обработке соответствующих экспериментальных данных, полученных даже при одноосном растяжении образцов сталей, возникает ряд методических вопросов, связанных, прежде всего, с учетом изменения геометрии рабочей части в процессе деформирования.

На основе совместного использования испытательной машины Instron 8850 и видеосистемы анализа полей перемещений и деформаций Vic3D Correlated Solutions, основанной на методе корреляции цифровых изображений [5], получены данные о распределении деформаций в рабочей части образцов с шейкой при растяжении. Реализация испытаний по схеме «образец из образца» позволила провести оценку зависимости некоторых механических характеристик рассматриваемой стали 40X от степени достигнутой закритической деформации. Показано, что прочность стали в периферийных (по отношению к шейке) частях ра-

бочей зоны образца не зависит от уровня достигнутой закритической деформации исходного образца. В то же время прочность стали непосредственно в зоне шейки имеет зависимость от предварительной закритической деформации. При этом существенной зависимости модуля Юнга не обнаружено как для периферийных частей образца, так и для области шейки.

На рисунке приведены кривые распределения продольных деформаций по длине рабочей части исходного образца стали 40X к моменту разгрузки и зона формирования шейки (*а*), и аналогичные данные для образца после проточки по всей длине рабочей части (*б*).

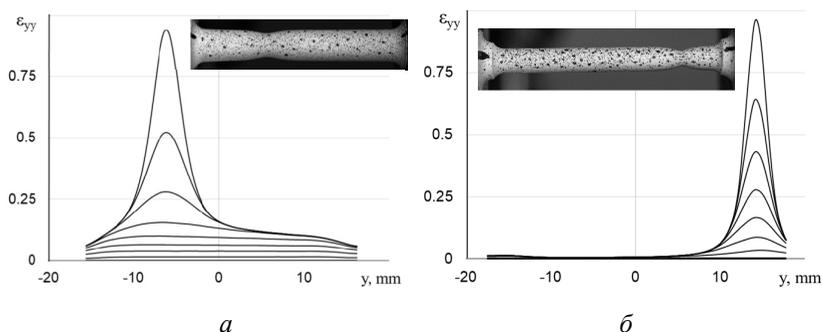


Рис. Распределение продольных деформаций по длине рабочей части исходного образца стали 40X к моменту разгрузки и зона формирования шейки (*а*), аналогичные данные для образца после проточки (*б*)

На рисунке по оси абсцисс отложена координата, совпадающая с продольной осью образца. При растяжении исходного образца до некоторого момента уровень деформаций увеличивается по всей длине рабочей части, после чего начинает формироваться локализация, и далее деформация возрастает только в области шейки. После проточки по всей длине рабочей части исходного образца с шейкой и последующего растяжения деформации нагружения локализуются в новой зоне по отношению к начальной шейке (см. рисунок, *б*). При этом периферийные участки практиче-

ски не деформируются. Проведены измерения твердости стали по Виккерсу в периферийных частях и непосредственно в шейке рабочей зоны образца. Наибольшее значение твердости зарегистрировано в шейке образца, предварительно проточенного в области локализации, что коррелирует с увеличением прочности рассматриваемой стали при испытаниях по соответствующей схеме.

В результате работы получены опытные данные о распределении продольных деформаций в рабочей части образцов стали 40Х как в исходном состоянии, так и после проточки предварительно деформированных образцов с шейкой на основе совместного использования испытательной машины и видеосистемы анализа полей перемещений и деформаций. Проведена оценка изменения деформационных и прочностных характеристик, а также твердости стали в зависимости от предварительно достигнутой степени деформаций на закритической стадии. Рассмотрены вопросы интерпретации диаграмм растяжения с учетом локализации пластических деформаций и изменения геометрии рабочей части.

Работа выполнена в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при финансовой поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (проект № МК-3293.2017.1).

Список литературы

1. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьяков М.П. Закритическое деформирование сталей при плоском напряженном состоянии // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2014. – Т. 49. № 1. – С. 26–36.

2. Третьяков М.П. Изучение закономерностей закритического деформирования конструкционных сталей при различной жесткости нагружающей системы // Математическое моделирование в естественных науках: материалы 23-й Всерос. шк.-конф. молод. ученых и студ. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – С. 259–261.

3. Механика закритического деформирования и нелокальность условий разрушения / В.Э. Вильдеман, А.В. Ипатова, М.П. Третьяков, Т.В. Третьякова // Вестник Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4–5. – С. 2063–2065.

4. Давиденков Н.А., Спиридонова Н.И. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца // Заводская лаборатория. – 1945. – № 6. – С. 583–593.

5. Бриджмен П. Исследования больших пластических деформаций и разрыва. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1955.

6. Закономерности развития неоднородных полей при закритическом деформировании стальных образцов в условиях растяжения / В.Э. Вильдеман, Е.В. Ломакин, Т.В. Третьякова, М.П. Третьяков // Известия Рос. акад. наук. Механика твердого тела. – 2016. – № 5. – С. 132–139.

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ РАВНОВЕСНОГО РОСТА ТРЕЩИН В МЕТАЛЛАХ ПРИ СМЕШАННЫХ МОДАХ НАГРУЖЕНИЯ

М.П. Третьяков, Е.В. Феклистова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sem_tretyakov@mail.ru

Выполнено экспериментальное исследование металлических трубчатых образцов с концентраторами в виде отверстия и исходными усталостными трещинами при испытаниях в условиях совместного растяжения с кручением для реализации сложного напряженно-деформированного состояния в вершине трещины. Осуществлена постановка краевых задач и получены результаты моделирования видов напряженно-деформированного состояния в области концентратора трубчатых образцов с концентраторами в виде отверстия и сплошных цилиндрических образцов с кольцевыми надрезами при различных видах нагружения и соотношениях задаваемых компонент растяжения и кручения.

Ключевые слова: трубчатые образцы, концентратор напряжения, трещина, кручение, прочность, численное моделирование, критерий разрушения.

Проектирование надежных и безопасных конструкций и изделий неотъемлемо связано с развитием моделей механики деформируемого твердого тела, в частности, механики разрушения, базирующихся на экспериментальных данных о закономерностях возникновения и процессах развития трещин в зависимости от условий нагружения. Важным направлением научных исследований прочности современных конструкций являются построение критериев разрушения и оценка ресурса конструкций при многоосном напряженном состоянии, в том числе при наличии концентраторов и трещин.

В настоящей работе были выполнены испытания на растяжение, кручение и совместное растяжение с кручением тонкостенных трубчатых образцов с концентратором напряжений на двухосевой (растяжение, кручение) испытательной системе. В работе использовались образцы большого диаметра для обеспечения условий тонкостенности (наружный диаметр 30 мм, стенка 2 мм). Получены результаты анализа возможных видов напряженно-деформированного состояния в области концентратора напряжений трубчатых образцов с отверстиями и при наличии трещины при различных соотношениях задаваемых компонент растяжения и кручения.

В рамках данной работы также осуществлена постановка краевых задач и получены результаты моделирования видов напряженно-деформированного состояния в области концентратора напряжений трубчатых образцов с концентраторами в виде отверстия. На текущем этапе задача решалась в упругой постановке. На рисунке приведены характерные картины полей интенсивности напряжений в области концентратора трубчатого образца для случаев растяжения (a), кручения (b) и совместного растяжения с кручением ($в$).

Как видно из рисунка, использование образцов рассматриваемой геометрии при нагружении в условиях совместного растяжения с кручением дает возможность изменения вида напряженно-деформированного состояния в окрестности исходного концентратора. Так, при варьировании соотношения задаваемых осевых нагрузок и крутящего момента можно изменить начальное направление роста трещины, что позволяет реализовать

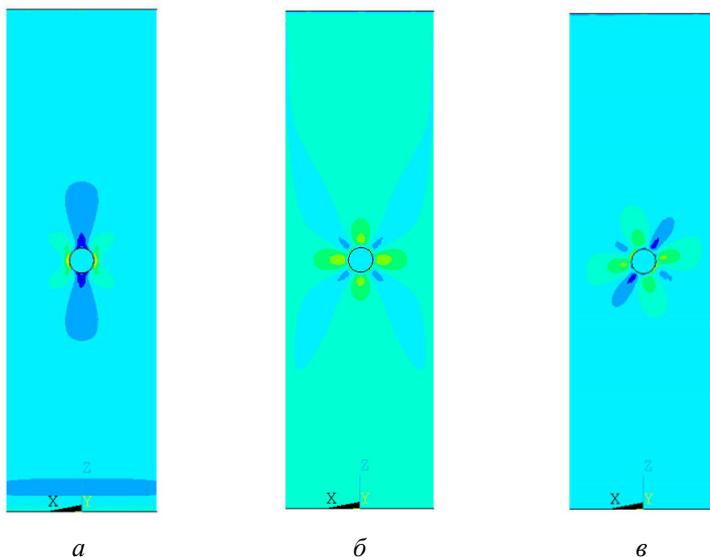


Рис. Характерная картина полей интенсивности напряжений в области концентратора трубчатого образца: *а* – растяжение, *б* – кручение, *в* – растяжение с кручением

наличие различных мод деформирования при последующем испытании образцов с исходной усталостной трещиной, расположенной под некоторым углом к продольной оси образца.

Работа выполнена в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ № 17-48-590096) и гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (проект № МК-3293.2017.1).

Список литературы

1. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьяков М.П. Закритическое деформирование сталей при плоском напряженном состоянии // Известия Рос. акад. наук. Механика твердого тела. – 2014. – Т. 49. № 1. – С. 26–36.

2. Третьяков М.П. Изучение закономерностей закритического деформирования конструкционных сталей при различной жесткости нагружающей системы // Математическое моделирование в естественных науках: материалы 23-й Всерос. shk.-конф. молод. ученых и студ. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – С. 259–261.

3. Давиденков Н.А., Спиридонова Н.И. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца // Заводская лаборатория. – 1945. – № 6. – С. 583–593.

4. Бриджмен П. Исследования больших пластических деформаций и разрыва. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1955.

5. Закономерности развития неоднородных полей при закритическом деформировании стальных образцов в условиях растяжения / В.Э. Вильдеман, Е.В. Ломакин, Т.В. Третьякова, М.П. Третьяков // Известия Рос. акад. наук. Механика твердого тела. – 2016. – № 5. – С. 132–139.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОВЗВЕСИ В ВОЗДУХОНОСНЫХ ПУТЯХ ЧЕЛОВЕКА

П.В. Трусов^{1,2}, М.Ю. Цинкер²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, tpv@matmod.pstu.ac.ru,

²Федеральное бюджетное учреждение науки «Федеральный научный центр
медико-профилактических технологий управления рисками здоровью
населения», Пермь, Россия, cinker@fcrisk.ru

Работа посвящена исследованию нестационарного течения и оседания запыленного воздуха в крупных нижних воздухоносных путях человека. Результаты, полученные с помощью подмодели движения воздуха в крупных нижних дыхательных путях человека, являются входной информацией для моделирования движения газовзвеси в легких человека. Кроме того, полученные результаты могут быть использованы для решения задач по оценке риска здоровью человека от действия взвешенных частиц, осевших в нижних воздухоносных путях человека.

Ключевые слова: математическое моделирование, дыхательная система человека, взвешенные частицы, воздухоносные пути.

Коллективом авторов разрабатывается многоуровневая математическая модель эволюции функциональных нарушений человеческого организма с учетом влияния внешнесредовых факторов [1]. В данной математической модели человеческий организм представлен набором органов и систем, взаимосвязанных между собой. В рамках многоуровневой модели разрабатываются подмодели «мезоуровня» дыхательной [2], пищеварительной [3, 4] и других систем человеческого организма.

Математическая модель дыхательной системы состоит из нескольких подмоделей, взаимосвязанных между собой: подмодель движения воздуха в крупных воздухоносных путях; подмодель распространения воздуха в деформируемой насыщенной пористой среде легких; подмодель газообмена через биологическую мембрану [1]. Крупные нижние воздухоносные пути представлены каналами реальной формы, восстановленными на основе данных медицинских атласов [5, 6].

С использованием разработанной математической модели выполнено исследование стационарного течения воздуха (многокомпонентной смеси газов) при спокойном дыхании и форсированном вдохе в первых четырех генерациях крупных воздухоносных путей здорового человека в предположении дыхания в условиях отсутствия запыленности [7], а также течения воздуха при патологии воздухоносных путей [8].

В настоящее время доказано негативное влияние на состояние здоровья дыхательной системы неблагоприятной санитарно-гигиенической обстановки [9, 10], в том числе запыленности воздуха [11]. Разработке эффективных методов лечения и профилактики заболеваний органов дыхания способствует понимание механики процесса дыхания, механизмов накопления функциональных нарушений при ингаляционном поступлении химических веществ с вдыхаемым воздухом.

Данная статья посвящена исследованию нестационарного течения воздуха в крупных нижних воздухоносных путях в запыленных условиях, оседанию твердых частиц в дыхательных путях.

Воздух представляет собой газозвесь – многокомпонентную смесь с твердыми частицами. При численном моделировании используется лагранжев подход. Несущая фаза описывается моделью вязкой жидкости; твердые частицы являются отдельными включениями различного размера, для которых записываются отдельные уравнения; предполагается, что твердые частицы имеют сферическую форму.

Длительность вдоха составляет две секунды. В начальный момент времени давление однородно и равно атмосферному, скорость течения воздуха равна нулю. На входе в трахею во время всего процесса дыхания задается давление, равное атмосферному. Давление на выходе из системы бронхов изменяется по периодическому закону:

$$p^{lung} = 101325 - 98 \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right),$$

где p^{lung} – давление на выходе из бронхов, Па; t – время, с.

Предполагается, что стенки бронхов покрыты высоковязким слоем, непроницаемым для газа, при контакте с которым твердые частицы гасят скорость и останавливаются. На стенке воздухоносных путей задается условие прилипания твердых частиц: если относительная (относительно точки стенки воздухоносного пути) скорость движения частицы составляет тупой угол с внешней нормалью к стенке пути, то фиксируется точка оседания частицы, а сама частица выводится из числа движущихся.

С использованием предложенной математической модели исследовалось содержание взвешенных веществ оксида алюминия, размером PM10 во вдыхаемом воздухе на уровне норматива «предельно допустимых среднесуточных концентраций», который составляет 0,06 мг/м³. Твердые частицы рас-

пределяются по размеру согласно нормальному закону распределения в интервале от 0 до 10 мкм. Расчеты нестационарного течения воздуха (многокомпонентной смеси с твердыми частицами) в крупных воздухоносных путях выполнены с использованием программного продукта ANSYS CFX. Получены параметры течения газовой смеси с твердыми частицами диаметром менее 10 мкм во время вдоха.

Установлено, что взвешенные частицы различного размера оседают в различных участках воздухоносных путей. Для частиц большего размера и массы (5–10 мкм) характерен инерционный механизм оседания, данные частицы оседают в трахее и главных бронхах, частицы размером 2,5–5 мкм – в долевых бронхах, частицы размером менее 2,5 мкм способны проникать более глубоко в воздухоносные пути и легкие человека. Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися литературными данными [12].

Попадая в легкие, взвешенные частицы способны в них накапливаться и оказывать негативное влияние на состояние здоровья человека, способствовать появлению заболеваний. Результаты, полученные с помощью подмодели движения воздуха в крупных нижних дыхательных путях человека, являются входной информацией для моделирования движения газовзвеси в легких человека. Кроме того, полученные результаты могут быть использованы для решения задач по оценке риска здоровью человека от действия взвешенных частиц, осевших в нижних воздухоносных путях человека.

Список литературы

1. Математическая модель эволюции функциональных нарушений в организме человека с учетом внешнесредовых факторов / П.В. Трусов, Н.В. Зайцева, Д.А. Кирьянов, М.Р. Камалтдинов, М.Ю. Цинкер, В.М. Чигвинцев, Д.В. Ланин // Математическая биология и биоинформатика. – 2012. – Т. 7. – № 2. – С. 589–610.

2. Трусов П.В., Зайцева Н.В., Цинкер М.Ю. Моделирование процесса дыхания человека: концептуальная и математическая постановки // Математическая биология и биоинформатика. – 2016. – Т. 11. – № 1. – С. 64–80. DOI: 10.17537/2016.11.64

3. Камалтдинов М.Р. Трехмерное моделирование моторики антродуоденальной области пищеварительного тракта для задач оценки риска здоровью при пероральной экспозиции химических веществ // Анализ риска здоровью. – 2014. – № 2. – С. 68–77.

4. Камалтдинов М.Р., Цинкер М.Ю., Чигвинцев В.М. Моделирование риска функциональных нарушений пищеварительной системы, обусловленного воздействием факторов образа жизни // Санитарный врач. – 2013. – № 9. – С. 67–69.

5. Синельников Р.Д., Синельников Я.Р. Атлас анатомии человека: в 4 т. Т. 2. – 2-е изд. – М.: Медицина, 1996. – 264 с.

6. Анатомия человека / Э.И. Борзяк, Л.И. Волкова, Е.А. Добровольская, В.С. Ревазов, М.Р. Сапин; под ред. М.Р. Сапина. – М.: Медицина, 1993. – Т. 1. – 544 с.

7. Цинкер М.Ю. Трехмерное моделирование дыхательной системы человека для задач оценки рисков здоровью при ингаляционной экспозиции химических веществ // Гигиена и санитария. – 2016. – Т. 95. – № 1. – С. 90–93.

8. Цинкер М.Ю. Исследование течение воздуха в крупных воздухоносных путях при патологии // Математика и междисциплинарные исследования – 2017: материалы всерос. науч.-практ. конф. молод. ученых с междунар. участ.; 15–20 мая 2017 г. – Пермь, 2017. – С. 243–247.

9. Онищенко Г.Г. Оценка и управление рисками для здоровья как эффективный инструмент решения задач обеспечения санитарно-эпидемиологического благополучия населения Российской Федерации // Анализ риска здоровью. – 2013. – № 1. – С. 4–14.

10. Современные проблемы оценки риска воздействия факторов окружающей среды на здоровье населения и пути ее

совершенствования / Ю.А. Рахманин, С.М. Новиков, С.Л. Авалиани, О.О. Сеницына, Т.А. Шашина // Анализ риска здоровью. – 2015. – № 2. – С. 4–14. DOI: 10.21668/health.risk/2015.2.01

11. An association between air pollution and mortality in six U.S. cities / D.W. Dockery, C.A. Pope III, X. Xu, J.D. Spengler, K.H. Ware, M.E. Fay, B.G. Ferris, F.E. Speizer // *New England J. Med.* – 1993. – Vol. 329. – P. 1753–1759.

12. Пневмокониозы: патогенез и биологическая профилактика / Б.А. Кацнельсон, О.Г. Алексеева, Л.И. Привалова, Е.В. Ползик. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 1995. – 325 с.

ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ: ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АНИЗОТРОПИИ

П.Ю. Фоминых, А.С. Соколов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, phominykh1997@gmail.com, aleks1997.1997@yandex.ru

Работа посвящена разработке двухуровневой модели, основанной на физической теории упруговязкопластичности. Рассматривается поведение анизотропного и соответствующего ему изотропного материала при различных схемах нагружения. Численные эксперименты поставлены и реализованы для материалов с различными кристаллическими решетками, использованы разные методы определения упругих характеристик соответствующих изотропных материалов, что позволило оценить влияние учета анизотропии упругих свойств.

Ключевые слова: тензор упругих характеристик, упругие модули, анизотропия, изотропия, подходы Фойгта, Рейсса, Хилла.

Широкое использование различного рода деталей и конструкций из новых искусственных материалов в строительстве, машиностроении и электронике приводит, с одной стороны, к необходимости исследования физических свойств этих материалов, с другой стороны, к контролю технологиче-

ских и прочностных характеристик самих деталей в зависимости от режимов и условий эксплуатации. Проведение подобных исследований связано с решением сложных прикладных задач статической и динамической теории упругости, необходимость решения которых определила создание математических моделей, с той или иной степенью точности отражающих процессы, происходящие в исследуемых материалах [1]. Важнейшим элементом при построении математических моделей являются определяющие соотношения, отражающие физико-механические свойства материалов изделий. Следует отметить, что последние зависят не только от химического состава материалов, но и от их микроструктуры, определяемой предшествующими процессами изготовления деталей, в качестве которых часто применяются методы интенсивной пластической деформации. В силу вышеизложенного возникает необходимость разработки и применения математических моделей, позволяющих исследовать процессы обработки металлов и сплавов давлением и описывать при этом эволюционирующую микроструктуру материалов. Для создания подобных математических моделей наиболее перспективным представляется применение многоуровневого подхода, основанного на физических теориях пластичности [2, 3].

При построении многоуровневых моделей для описания деформирования материалов на ранних стадиях развития данного подхода обычно полагалось, что материал является условно изотропным и обладает некоторыми усредненными свойствами. В то же время очевидно, что любой кристаллит является анизотропным телом, и применение изотропных определяющих соотношений для упругоанизотропного тела не имеет должного физического обоснования. Следует отметить, что при интенсивных пластических деформациях в поликристаллических материалах возникает текстура, что не позволяет считать даже представительный макрообъем изотропным. Для

использования усредненных свойств в рамках изотропного приближения при исследовании поликристаллических материалов необходимо знать наилучшее приближение изотропных констант как функций от анизотропных компонент и границы применимости данных усредненных характеристик [4]. В связи с этим возникла задача оценки влияния использования изотропного приближения для упругих характеристик кристаллитов на отклик представительного объема поликристалла на макроуровне, решению которой и была посвящена предлагаемая работа.

В рамках проделанной работы были найдены упругие модули для соответствующей изотропной среды методами Фойгта, Рейсса и Фойгта – Рейса – Хилла; представлены результаты численных экспериментов для материалов с ОЦК, ГЦК, ГПУ-решетками и различными схемами нагружения.

Список литературы

1. Белянкова Т. И., Калинин В.В. Свойства преднапряженных изотропных материалов при учете упругих модулей высших порядков // Наука Юга России. – 2017. – Т. 13. – № 2. – С. 3–12.
2. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые физические модели моно- и поликристаллов. Статистические модели // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14. – № 4. – С. 17–28.
3. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые физические модели моно- и поликристаллов. Прямые модели // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14. – № 5. – С. 5–30.
4. Кривошеина М.Н., Туч Е.В., Хон Ю.А. Применение критерия Мизеса – Хилла для моделирования динамического нагружения сильно анизотропных материалов // Известия РАН. Серия физическая. – 2012. – Т. 76. – № 1. – С. 91–96.

МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕУСТОЙЧИВОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ДИСЛОКАЦИОННОЙ ДИНАМИКИ

Е.А. Чечулина

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, zhenya-chechulina@yandex.ru

Представлена многоуровневая упруговязкопластическая физическая модель для описания динамического деформационного старения и эффектов, с ним связанных, в частности, эффекта Портевена – Ле Шателье, в моно- и поликристаллических материалах при термомеханическом нагружении, основанная на рассмотрении эволюции внутренней микроструктуры и диффузных процессов. Представлена общая структура модели, основное внимание уделено дислокационной подмодели мезоуровня II.

Ключевые слова: эффект Портевена – Ле Шателье, динамическое деформационное старение, многоуровневые модели, физические теории пластичности, прямые модели первого типа.

Из многочисленных экспериментальных данных известно, что различные металлы и сплавы в процессе пластической деформации могут демонстрировать сходные для широкого класса материалов закономерности (например, эффект Баушингера, эффект Портевена – Ле Шателье, зуб текучести). Неупругую деформацию моно- и поликристаллических материалов в широких диапазонах воздействий можно рассматривать как череду разномасштабных неустойчивостей. В случае реализации этих неустойчивостей на микромасштабах («перескоки» дислокаций в энергетическом рельефе Пайерлса и т.д.), на макро- и мезо-масштабах они наблюдаются как монотонные изменения конфигурации тела, так как неустойчивые процессы реализуются большими совокупностями физических носителей неупругой деформации неупорядоченно, несогласованно ни во времени, ни в пространстве. Однако при согласованном движении различных носителей или их групп неустойчивый характер деформирования наблюдается и на мезо- и макроуровне.

Прерывистая текучесть проявляется на деформационных кривых в виде повторяющихся неоднородностей – ступенек или зубцов различного типа и имеет ряд общих закономерностей для различных материалов и температур. Наиболее характерными проявлениями скачкообразной деформации металлов и сплавов может служить эффект Портевена – Ле Шателье [1].

Основной задачей теоретического исследования неустойчивого пластического деформирования является создание адекватных моделей, объясняющих процессы локализации деформации в материалах под нагрузкой [2]. Экспериментальным и теоретическим исследованиям эффекта Портевена – Ле Шателье посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных исследователей [3].

На основе физического анализа микроструктуры и состава материалов, обнаруживающих эффект Портевена – Ле Шателье, в качестве основной в настоящей работе принимается гипотеза Коттрелла [4]. Полагается, что все эффекты, связанные с прерывистой пластичностью, обусловлены динамическим деформационным старением: диффузией примесей к дислокациям и взаимодействием их с последними, образованием нано- и субмикроскопических вторичных включений из примесных атомов или их соединений.

Для комплексного описания деформирования поликристаллических материалов при термомеханическом нагружении предлагается использовать двухуровневую (макро- и мезоуровень) прямую модель первого типа [5], расширенную дислокационной подмоделью (мезоуровня-II), основанную на введении внутренних переменных и на физических теориях пластичности [6, 7], позволяющих явно описывать эволюцию внутренней структуры и различные физические механизмы деформирования. Конститутивные соотношения модели включают учет влияния температуры и ее изменения в процессе деформирования.

Описание дислокационной структуры основано на введении однородных (в пределах малых подобластей – конечных элементов) плотностей дислокаций на каждой системе скольжения, концентрации примесных атомов, формулировке эволюци-

онных уравнений, описывающих механизмы их взаимодействия. В уравнениях для описания эволюции дислокаций учитываются конкурентные процессы генерации и аннигиляции дислокаций различного вида, образование дислокационных барьеров, мобилизация и иммобилизация дислокаций.

Вводится дополнительный масштабный уровень (мезоуровень II), который позволяет учесть изменение внутренних напряжений в материале и критических напряжений на системах скольжения в процессе неупругого деформирования, обусловленных соответствующими физическими механизмами (включая взаимодействие дислокаций с примесными атомами), что является одним из ключевых факторов возникновения неустойчивости пластического течения.

Дислокационная подмодель позволяет проследить эволюцию дислокационной субструктуры с течением времени, задавая различные начальные дислокационные субструктуры в кристаллической решетке и распределение концентрации точечных дефектов при заданных внешних условиях: программа деформирования, параметры материала, напряжение Пайерлса на различных системах скольжения.

Текущее состояние микроструктуры отслеживается через плотности дислокаций, которые служат внутренними переменными мезоуровня II. Плотность дислокаций на каждой системе скольжения кристаллита полагается однородной и изменяющейся с течением времени. Для учета наиболее важных термически активируемых механизмов деформирования в работе вводятся соответствующие кинетические уравнения.

Разработан алгоритм реализации подмодели мезоуровня II, учитывающей генерацию новых дислокаций источниками дислокаций, аннигиляцию и изменение критических напряжений. Проведены численные эксперименты по определению изменения плотности дислокаций, изменения критических напряжений на различных системах скольжения с течением времени. Получены зависимости плотности дислокаций, критических напряжений от

времени, критических напряжений от плотности дислокаций на системах скольжения при различных нагружениях.

Разработана программа экспериментальных исследований для проведения верификации полученных данных.

Полученные результаты, в том числе характеристики изменяющейся внутренней структуры, показывают важность учета обозначенных механизмов для их описания.

Список литературы

1. Portevin A., Le Chatelier F. Sur unphenomene observe lors de l'essai de traction d'alliages en cours de transfor-mation // *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris.* – 1923. – Vol. 176. – P. 507–510.

2. Трусов П.В., Чечулина Е.А. Прерывистая текучесть: модели, основанные на физических теориях пластичности // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика.* – 2017. – № 1. – С. 134–163. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.09

3. Трусов П.В., Чечулина Е.А. Прерывистая текучесть: физические механизмы, экспериментальные данные, макрофеноменологические модели // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика.* – 2014. – № 3. – С. 186–232.

4. Cottrell A.H. A note on the Portevin–Le Chatelier effect // *Philosophical Magazine.* – 1953. – Ser. 7. – Vol. 44. – Iss. 355. – P. 829–832.

5. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые физические модели моно- и поликристаллов. Прямые модели // *Физическая мезомеханика.* – 2011. – Т. 14, № 5. – С. 5–30.

6. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры / П.В. Трусов, А.И. Швейкин, Е.С. Нечаева, П.С. Волегов // *Физическая мезомеханика.* – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 33–56.

7. Ашихмин В.Н., Волегов П.С., Трусов П.В. Конститутивные соотношения с внутренними переменными: общая структура и приложение к текстурообразованию в поликристаллах // *Вестник Перм. гос. техн. ун-та. Механика.* – 2006. – № 14. – С. 11–26.

РЕГУЛЯЦИЯ ПРОТИВОВИРУСНОГО ИММУННОГО ОТВЕТА ОРГАНИЗМА С УЧЕТОМ КОМБИНИРОВАННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ФАКТОРОВ СРЕДЫ ОБИТАНИЯ

В.М. Чигвинцев^{1,2}

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, cvm@fcrisk.ru,

²Федеральное бюджетное учреждение науки «Федеральный научный центр
медико-профилактических технологий управления рисками здоровью
населения», Пермь, Россия, cvm@fcrisk.ru

В статье представлена прогнозная математическая модель, позволяющая описать сложный многокомпонентный процесс взаимодействия регуляторных систем при воспалительных реакциях вирусного происхождения в условиях нарушения синтетической функции иммунной и нейроэндокринной систем. Модель разработана в рамках концепции многоуровневой модели организма человека, учитывающей взаимодействия между системами и функциональное состояние включенных в рассмотрение органов. В работе учитываются результаты эксперимента по определению параметров влияния симулятора вирусной нагрузки на синтетическую функцию иммунцитов в ответ на введение факторов, моделирующих инфекцию в условиях одновременного (сочетанного) воздействия негативных химических факторов среды обитания и эндокринных регуляторов. Проведен анализ влияния комбинированного воздействия факторов среды обитания на решение математической модели, описываемой системой обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Ключевые слова: математическая модель, динамическая система, иммунная система, нейроэндокринная система, вирусы.

Математическое моделирование динамических систем и, в частности, их применение для описания иммунных процессов в организме человека являются обширной и востребованной областью информатики. Это, кроме прочего, связано с тем, что существующие статистические методы не позволяют в полной мере оценить эффекты, вызванные процессом накопления функциональных нарушений в системах организма, в связи с ограничениями на разработку и проведение экспериментов [1]. Использование матема-

тических моделей позволяет анализировать влияние различных факторов и их комбинаций на человека и население в целом.

Моделирование процессов, протекающих в нейроэндокринной и иммунной системе, сопряжено с необходимостью учета сложности и разветвленности механизмов регуляции. Большинство работ в этой области посвящено биологическому и математическому описанию отдельных звеньев регуляторных механизмов, что существенно облегчает понимание изучаемых явлений, но не дает полного и системного представления о внутренних связях и протекающих процессах. Существующие модели не описывают сложные взаимодействия иммунной и нейроэндокринной систем, а также влияние их функционального состояния на ход вирусной инфекции.

В результате этого становится актуальной работа по созданию математической модели механизмов взаимодействия иммунной и нейроэндокринной систем в контексте вирусной инфекции, принимающей во внимание нарушение синтетической функции органов.

На основании проведенного литературного обзора сформирована блок-схема модели. Структурная схема модели состоит из совокупности взаимосвязанных элементов иммунной и нейроэндокринной систем, являющихся важнейшими составляющими в реакции организма на вирусную инфекцию. Моделирование учитывает функциональное состояние, включенных в исследование органов [2–4]. В качестве факторов, влияющих на изменение их состояния, можно выделить естественное старение и негативное воздействие различных химических веществ, поступающих из среды обитания. Нарушение функционального состояния костного мозга влияет на скорость производства различных клеток врожденного и приобретенного иммунитета. Нарушение функционального состояния элементов нейроэндокринной системы снижает эффективность регуляции иммунного ответа. Для того чтобы оценить ущерб, нанесенный вирусами, в модели учитывается функциональное состояние органа-мишени. Популяции клеток и вирусов предполагаются равномерно распределенными по эпителиаль-

ному слою органа-мишени в любой момент времени. Полагается, что скорость изменения любой переменной модели определяется текущим значением всех переменных. Считается, что основные процессы регуляции динамики иммунной защиты происходят в 3 локальных объемах: головном мозге (гипофизе, гипоталамусе), брюшной полости (надпочечниках) и объеме органа-мишени. Взаимодействие между данными локальными объемами происходит с запаздыванием по времени.

Сформулирована математическая постановка модели механизма регуляции с участием элементов иммунной и нейроэндокринной систем. Основываясь на созданной схеме взаимодействия, записывается система уравнений, состоящая из 18 обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с запаздывающим аргументом. Осуществлены выбор и анализ численных методов для реализации расчетов математической модели взаимодействию нейроэндокринной и иммунной систем. Для решения полученной задачи Коши используется неявный численный метод Рунге – Кутты третьего порядка – РадоПА, данный алгоритм принадлежит к группе алгоритмов, используемых для решения жестких систем дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Одним из важнейших этапов построения математических моделей являются разработка и реализация процедуры идентификации параметров взаимодействия элементов систем на основании экспериментальных данных. В ходе выполнения работы осуществлены планирование и реализация эксперимента по идентификации параметров сочетанного влияния биологических и химических, эндогенных и экзогенных факторов на функцию иммуноцитов. На основании полученных результатов эксперимента и литературных данных, описывающих процесс инфицирования организма вирусом гриппа, выполнена идентификация параметров модели. Использование представленной модели для описания инфекционного процесса, спровоцированного другим вирусом, возможно после дополнительной идентификации коэффициентов, отражающих специфику данного вируса (ско-

рость репликации, особенности органа-мишени). Проведен анализ влияния значений коэффициентов, входящих в дифференциальные уравнения, на общее решение математической модели.

Поставлен численный эксперимент для апробации модели. Реализованы три возможных сценария поведения системы, описывающие легкую, среднюю и тяжелую форму течения инфекционного заболевания. Сценарии различаются степенью нарушения синтетической функции костного мозга. При этом степень определяется интенсивностью воздействия негативных химических факторов. Каждый сценарий предполагает выведение системы из состояния равновесия заданием начального уровня вирусов.

В работе были исследованы вопросы устойчивости прямой задачи для системы нелинейных ДУЗА, основанные на исследовании фазовых портретов системы [5]. Изучено влияние вирусной нагрузки на тяжесть и продолжительность заболевания. Проведен анализ чувствительности результатов к изменению значений параметров модели.

Созданная прогностическая математическая модель функционирования регуляторных систем в условиях вирусной инфекции под воздействием химических факторов адекватно отражает происходящие процессы. Приведенная модель представляет упрощенный вариант сложного многокомпонентного процесса взаимодействия регуляторных систем при вирусной инфекции в условиях химической контаминации. Она позволяет показать механику многокомпонентного взаимодействия регуляторных систем при воспалительных реакциях вирусного генеза.

Список литературы

1. Методические подходы к расчету вероятности негативных ответов для оценки индивидуальных рисков здоровью человека / Н.В. Зайцева, П.З. Шур, Д.А. Кирьянов, В.М. Чигвинцев, О.В. Долгих, К.П. Лужецкий // Профилактическая и клиническая медицина. – 2015. – № 3 (56). – С. 5–11.

2. Цинкер М.Ю. Трехмерное моделирование дыхательной системы человека для задач оценки рисков здоровью при инга-

ляционной экспозиции химических веществ // Гигиена и санитария. – 2016. – Т. 95. – № 1. – С. 90–93.

3. Камалтдинов М.Р., Цинкер М.Ю., Чигвинцев В.М. Моделирование рисков функциональных нарушений пищеварительной системы, обусловленное воздействием факторов образа жизни // Санитарный врач. – 2013. – № 9. – С. 67–69.

4. Камалтдинов М.Р. Трехмерное моделирование моторики антродуоденальной области пищеварительного тракта для задач оценки риска здоровью при пероральной экспозиции химических веществ // Анализ риска здоровью. – 2014. – № 2. – С. 68–77.

5. Годунов С.И. Современные аспекты линейной алгебры. – Новосибирск: Научная книга, 1997. – 388 с.

БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ АДАПТАЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ ТРАБЕКУЛЯРНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ПРИ ПЕРЕСТРОЙКЕ

Т.Н. Чикова, А.А. Киченко

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ChikovaTN@gmail.com

В работе исследуются изменения, происходящие в костной структуре и пористости нижней челюсти человека со временем при действии на нее усилий от мышц и реакций височно-нижнечелюстного сустава. Рассматриваются различные условия нагружения зубного ряда. Результаты сравниваются с фотографиями архитектуры трабекулярной костной ткани в ветви нижней челюсти.

Ключевые слова: трабекулярная костная ткань, адаптация (перестройка), тензор структуры, закон Вольфа.

Скелет человека состоит из костей, которые в зависимости от местоположения и выполняемой функции имеют различную внутреннюю структуру. Структурной единицей костной ткани является трабекула, образующая, в зависимости от расположения, различные типы костной ткани: пористая костная ткань называется трабекулярной или губчатой, а плотная – компактной.

Примером кости, в значительной мере состоящей из губчатой костной ткани, является нижняя челюсть.

В течение жизни форма и структура нижней челюсти человека претерпевают значительные изменения [1], что во многом обусловлено влиянием на нее возрастающей с момента рождения нагрузки: изначально под давлением процесса сосания, а с прорезыванием зубов – акта жевания [2]. По мере роста, структура внутреннего пористого слоя кости (трабекулярная костная ткань) изменяется в соответствии с существующим напряженным состоянием (рисунок).

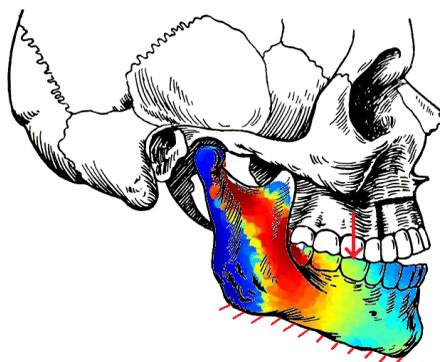


Рис. Распределение пористости в ветви нижней челюсти по окончании перестройки, вызванной нагрузкой на моляр

Экспериментально показано, что структурные единицы трабекулярной кости – трабекулы выстраиваются вдоль линий главных напряжений, т.е. вдоль главных направлений тензора напряжений и образуют арочную архитектуру в ветви нижней челюсти [2–6]. Данное утверждение согласуется с законом Вольфа, который говорит о том, что структура трабекулярной кости в локальной области структурно приспосабливается к местному напряженному состоянию. Математический аппарат теории перестройки [3–6] позволяет изобразить положение

трабекул и состояние пористости костной ткани в любой момент перестройки. Ранее полученный алгоритм применялся к случаю перестройки бесконечно малого объема в состоянии всестороннего сжатия [5] и консольной балки, находящейся под действием изгибающей нагрузки [6]. Идея управления внутренней структурой позволит персонифицировать подход к лечению патологических состояний, связанных с нарушениями функционирования костей, в которых преобладает трабекулярная ткань.

Список литературы

1. Бусыгин А.Т. Возрастные особенности строения восходящей ветви нижней челюсти. – Ташкент: Гос. мед. изд-во Министерства здравоохранения УзССР, 1961.
2. Биомеханический анализ развития и функционирования зубочелюстной системы человека / В.М. Тверье, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин, А.А. Киченко // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Т. 11, № 4. – С. 84–104.
3. Cowin S.C. An evolutionary Wolff's law for trabecular architecture // J. Biomech. Engng. – 1992. – Vol. 114. – P. 129–136.
4. О приложении теории перестройки трабекулярной костной ткани / А.А. Киченко, В.М. Тверье, Ю.И. Няшин, М.А. Осипенко, В.А. Лохов // Российский журнал биомеханики. – 2012. – Т. 16, № 4. – С. 53–72.
5. Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Решение задачи о перестройке трабекулярной костной ткани в конечно-элементном пакете ANSYS // Биомеханика – 2016: тез. докл. XII Всерос. (с междунар. участием) конф. – Пермь, 2016. – С. 36–37.
6. Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Математическое моделирование перестройки трабекулярной костной ткани // Математическое моделирование в естественных науках: материалы XXVI Всерос. шк.-конф. молодых ученых и студ.; Пермь 4–7 октября 2017 г. – Пермь, 2017. – С. 191–193.

ТРЕХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ В УСЛОВИЯХ СТРУКТУРНОЙ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

Э.Р. Шарифуллина, А.И. Швейкин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, elvira16_90@mail.ru

Экспериментальные кривые растяжения, полученные при испытаниях материала в условиях структурной сверхпластичности, зачастую демонстрируют стадийность, что связано с действием различных механизмов, их взаимодействием и сменой их ролей в процессе деформирования. Предлагается математическая модель для описания поведения поликристаллических металлов и сплавов, позволяющая учесть наблюдаемые закономерности. Модель построена в рамках многоуровневого подхода на основе физических теорий пластичности и включает описание основных механизмов неупругого деформирования – зернограничного скольжения, внутризеренного дислокационного скольжения, а также аккомодационных процессов – зернограничной диффузии, ротаций решеток кристаллитов, динамической рекристаллизации. Основное внимание уделяется описанию и физическому обоснованию законов упрочнения для зернограничного и внутризеренного скольжения, учитывающих взаимовлияние механизмов, а также изменение их роли в процессе деформирования. Полученные результаты численных расчетов для деформирования алюминиевого сплава в условиях структурной сверхпластичности демонстрируют наблюдаемую в экспериментах стадийность зависимости напряжений от деформаций. Определена и проанализирована роль основных механизмов и процессов на каждой стадии.

Ключевые слова: структурная сверхпластичность, стадийность, модифицированная статистическая модель, внутризеренное дислокационное скольжение, зернограничное скольжение.

При структурной сверхпластичности (СП) наблюдаются высокие показатели относительного удлинения, отсутствие ярко выраженной зоны локализации деформации – шейки, заметное снижение сопротивления неупругому деформированию (пониженное напряжение течения), высокая чувствительность напряжения течения к скорости деформации, что является ре-

результатом действия определенных физических механизмов. Результаты исследований по структурной СП металлов и сплавов показывают, что преобладающую роль играет механизм зернограничного скольжения (ЗГС), при этом, как правило, рассматриваются закономерности его взаимодействия с внутризерненным дислокационным скольжением (ВДС) и зернограничной диффузией. Кроме того, при температурно-скоростных условиях, характерных для СП, интенсифицируется динамическая рекристаллизация. Важными при моделировании являются учет всех перечисленных механизмов и процессов и их физически обоснованное описание, для чего предлагается использовать многоуровневый подход на основе физических теорий пластичности (ФТП) [1].

Зависимости напряжений от деформаций для многих материалов (в том числе широко применяемых в промышленности), полученные при испытаниях в условиях структурной СП, при определенных диапазонах температурно-скоростных воздействий демонстрируют стадийность (например, для алюминиевых сплавов [2 и др.]) – в общем случае, это стадии упрочнения (сразу после участка упругости), стабильного течения и разупрочнения. Наличие, а также протяженность каждой из стадий зависят от исходного фазового, химического состава материала, от степени его подготовленности к СП (в зависимости от доли рекристаллизованной мелкозернистой структуры с равноосной формой зерен), от температурно-скоростных условий испытания на растяжение и определяются преобладающим действием различных механизмов и процессов. Для определения рациональных технологических режимов актуальной задачей является построение моделей, способных описывать наблюдаемую в экспериментах стадийность или, иначе говоря, разные режимы: «вход» в режим структурной СП, сам режим структурной СП и «выход» из него. Используемый многоуровневый физический подход представляется перспективным и для решения данной задачи, поскольку позволяет определять изменение роли действующих механизмов и структуры материала в процессе всего деформирования.

Предлагается модифицированная статистическая модель [3], включающая макроуровень (для описания отклика представительного объема (ПО) поликристалла), мезоуровень (для описания поведения кристаллитов) и подмодель для описания ЗГС. Используется новая формулировка определяющих соотношений (ОС), позволяющая корректно описывать деформирование при больших градиентах перемещений [4]. Учитываются температурные воздействия и их изменение за счет неупругого деформирования. Кинематические воздействия передаются с макроуровня на мезоуровень с помощью расширенной гипотезы Фойгта с учетом реализации части деформаций за счет механизма ЗГС. Отклик представительного макрообъема определяется с помощью процедуры осреднения, основанной на согласовании определяющих соотношений соседних уровней [1]. Преимуществом данной постановки является возможность явного описания эволюционирующей внутренней структуры материала и физических механизмов деформирования, а с учетом ЗГС и динамической рекристаллизации – различных режимов и переходов между ними.

Для определения вклада в неупругие деформации за счет механизмов ВДС и ЗГС осуществляется переход от скоростей смещений к деформационным характеристикам – скоростям сдвигов, которые формулируются с помощью соотношений аррениусовского типа. Соотношение для скоростей зернограничных сдвигов установлено по аналогии с выводом уравнения Орована и базируется на степенном законе с использованием параметра скоростной чувствительности: полагается, что скорость сдвига ЗГС в представительном макрообъеме определяется путем осреднения скоростей смещений пар соседних кристаллитов по общей границе (т.е. действие механизма ЗГС описывается статистически) [3]. Из анализа результатов экспериментальных и теоретических исследований установлено, что на реализацию ЗГС по рассматриваемой границе между двумя кристаллитами влияет их окружение (соседние кристал-

литы могут служить препятствиями скольжению), действующее в соседствующих кристаллитах ВДС (приток решеточных дислокаций в границу), зернограничная диффузия («диффузионное выглаживание» границ), при этом кристаллиты в ходе относительного смещения могут «механически выглаживать» границы. Всё перечисленное учтено в эволюционном уравнении для критических напряжений зернограничных сдвигов. Эволюционное соотношение для критических напряжений внутриверных сдвигов содержит две составляющие, одна из которых описывает скорость изменения критических напряжений за счет барьеров дислокационной природы внутри зерна, другая – за счет границ кристаллитов.

Постановка содержит описание размеров, формы, взаиморасположения кристаллитов и границ, а также их изменения в процессе деформирования с учетом динамической рекристаллизации. Предполагается, что при не очень высоких температурах в СП-материалах зародышеобразование подавлено, рост зерен ограничен и основная роль рекристаллизации заключается в завершении подготовки структуры материала к режиму СП – снижении плотности дислокаций в зернах и приближении к практически полностью рекристаллизованной малодефектной структуре с равноосной формой зерен (исходно удлиненные или изменившие форму в результате действия ВДС зерна возвращают обратно равноосную форму).

Проведены результаты численных расчетов по моделированию СП деформирования представительного объема поликристаллического материала с параметрами, соответствующими алюминиевому сплаву 1420. Получена наблюдаемая в экспериментах стадийность кривой растяжения [2]: до некоторой степени деформации ВДС являются основным механизмом и кривая характеризуется упрочняющимся участком, при этом за счет действия рекристаллизации и постепенного вовлечения границ в процесс деформирования происходят снижение темпа упрочнения и перегиб кривой, после чего начинается следующая ста-

дия, определяемая ниспадающим участком кривой и преобладающей ролью механизма ЗГС (с сохранением равноосной формы зерен). Также наблюдается рассеяние текстуры, образующейся на начальном этапе до активизации зернограницного скольжения по всем границам [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (базовая часть государственного задания ПНИПУ, проект № 9.7434.2017/8.9), Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-01-00379-а).

Список литературы

1. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры / П.В. Трусов, А.И. Швейкин, Е.С. Нечаева, П.С. Волегов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 33–56.

2. Fabrication of bulk ultrafine-grained materials through intense plastic straining / P. Berbon [et al.] // Metallurgical and materials transactions A. – 1998. – Vol. 29A. – P. 2237–2243.

3. Sharifullina E.R., Shveykin A.I., Trusov P.V. Multilevel model of polycrystalline materials: grain boundary sliding description // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2017. – Vol. 286. – 012026.

4. Трусов П.В., Швейкин А.И., Янц А.Ю. О разложении движения, независимых от выбора системы отсчета производных и определяющих соотношениях при больших градиентах перемещений: взгляд с позиций многоуровневого моделирования // Физическая мезомеханика. – 2016. – Т. 19, № 2. – С. 47–65.

5. Perez-Prado M.T., Gonzales-Doncel G. Texture changes during deformation of a 7475 superplastic aluminum sheet alloy // Textures and Microstructures. – 2000. – Vol. 34, no. 1. – P. 33–42.

РАСЧЁТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ НОВЫХ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ ЗАПОЛНИТЕЛЕЙ КОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Г.С. Шипунов¹, А.А. Воронков¹, А.А. Тихонова^{1, а)},
К.А. Пеленев¹, К.Н. Шестакова¹

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ^{а)} tikaleksandra@yandex.ru

В статье рассматриваются образцы нового вида звукопоглощающего заполнителя конической формы для создания авиационных звукопоглощающих конструкций. Разработана лабораторная технология изготовления нового вида заполнителя. Проведены экспериментальные исследования по определению физико-механических характеристик, разработана математическая модель с применением эффективных характеристик нового заполнителя для прогнозирования прочностных и жесткостных свойств конструкций с элементами звукопоглощающего контура.

Ключевые слова: полимерные композиционные материалы, звукопоглощающие конструкции, математические модели с эффективными характеристиками, прочность, жесткость, напряженно-деформированное состояние.

Мировой тенденцией при проектировании перспективных авиационных двигателей нового поколения является все более широкое применение полимерных композиционных материалов (ПКМ). В настоящее время ПКМ применяются в основном в деталях мотогондолы и корпусных узлах внутреннего кожуха двигателя с элементами звукопоглощающего контура. Развитие технологий композиционных материалов приводит к снижению себестоимости изготовления деталей и узлов, а появление новых высокомодульных и высокопрочных композиционных материалов расширяет спектр их применения в деталях и узлах авиационных двигателей.

В связи с ужесточением экологических норм по шуму самолетов на местности, введенных с декабря 2016 г. в 4-й главе ИКАО [1], для перспективных авиационных двигателей требу-

ется значительное повышение эффективности звукопоглощающих конструкций (ЗПК) из композиционных материалов. При создании новых типов звукопоглощающих конструкций основное внимание уделяется акустической эффективности разработанных резонаторов, однако корпусные детали с ЗПК зачастую несут в себе ещё и силовые эксплуатационные нагрузки, поэтому данный вопрос по большей части не рассматривается.

Одним из наиболее эффективных способов снижения шума авиационных двигательных установок является применение деталей с элементами звукопоглощающего контура (ЗПК). Объектом исследования в данной работе является новый тип звукопоглощающего наполнителя, разработанный и запатентованный авторским коллективом, доказавший свою высокую акустическую эффективность, однако апробация акустических характеристик проводилась с применением методов быстрого прототипирования. В связи с этим основной задачей данного исследования является разработка технологии изготовления, определение физико-механических характеристик новых, разработка математических моделей для прогнозирования эффективных характеристик [2] ячеистых резонаторов конической формы.

В ходе проведения исследований разработана лабораторная технология изготовления нового вида звукопоглощающего наполнителя конической формы и изготовлены образцы для сравнительных испытаний и определения, первичных физико-механических характеристик (рисунок).



a

б

Рис. Виды ЗПК: *a* – сотовые; *б* – конические

В результате исследования ячеистых резонаторов конической формы из полимерных композиционных материалов для заполнителей звукопоглощающих конструкций авиационной двигательной установки были выявлены такие особенности, как повышенная прочность, жёсткость, эксплуатационный ресурс, по сравнению с ячеистыми заполнителями сотовой формы. Полученные результаты использовались для создания математической модели крупногабаритного корпуса авиационной двигательной установки с элементами звукопоглощающего контура [2, 3], для оценки его прочности и жесткости с новым видом звукопоглощающего заполнителя.

Исследование выполнено в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-38-00746 мол_a)

Список литературы

1. Соболев А.Ф. Повышение эффективности снижения шума в канале с потоком при наличии звукопоглощающих облицовок // Акуст. журн. – 1999. – Т. 45. – № 3. – С. 404–414.
2. Аношкин А.Н., Шустова Е.Н., Страумит И.С. Прогнозирование эффективных свойств ячеистых заполнителей из композиционных материалов // Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации – 2009: сб. науч. тр. XII Всерос. науч.-техн. конф.; г. Пермь, 9–10 апреля 2009 г. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2009. – С. 257.
3. Мирошниченко И.П. Об особенностях напряженно-деформированного состояния слоистых цилиндрических конструкций из трансверсально-изотропных материалов // Концепт: науч.-метод. электрон. журнал. – 2016. – Т. 15. – С. 2431–2435.

ВЛИЯНИЕ ЛАЗЕРНОЙ И МЕХАНИЧЕСКОЙ УПРОЧНЯЮЩЕЙ ОБРАБОТКИ НА СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ

А.А. Ширяев, В.Н. Трофимов, Н.В. Винокуров, В.В. Карманов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, alex.shiryayev.pstu@gmail.com, tvn_perm@mail.ru

Процессы поверхностной упрочняющей обработки – лазерная ударная и накатывание шариком – являются процессами финишной обработки изделий авиа- и машиностроения, позволяющими получить требуемые физико-механические характеристики поверхности изделий: твердость, прочность, коррозионную стойкость и износостойкость. Приведены результаты влияния упрочняющей обработки на свойства поверхностного слоя образцов из жаропрочных сплавов: величину остаточных напряжений, шероховатость, микротвердость, глубину смятия поверхности.

Ключевые слова: остаточные напряжения, упрочнение поверхности, поверхностная пластическая деформация, накатывание, лазерный удар, шероховатость, микротвердость, жаропрочные сплавы.

Как правило, эксплуатационные свойства детали могут быть улучшены за счет проведения термической обработки (ТО): закалка, отпуск, отжиг и т.д. Несмотря на высокую стоимость и временные затраты, ТО иногда недостаточно для получения необходимых свойств материала. Поэтому в производстве прибегают к процессам поверхностной пластической деформации, таким как накатывание роликом или шариком, которое приводит к появлению сжимающих остаточных напряжений (ОН) в поверхностном слое [1].

Основными параметрами, влияющими на процесс накатывания, являются диаметр индентора, усилие инструмента, скорость, количество проходов инструмента и начальная шероховатость заготовки, тип смазочно-охлаждающей жидкости [2–7].

Основными производителями инструмента для накатывания являются компании Ecoroll AG и Lambda Technologies.

Упрочняющая накатка производилась с помощью гидростатического инструмента HG6-9_SL (K) фирмы Esogoll, закрепленного в установке для сварки трением ISTIR PDS-5.

В ходе исследования получены следующие результаты:

- 1) сжимающие остаточные напряжения: $-800-300$ МПа;
- 2) уменьшение шероховатости в 2–4 раза;
- 3) увеличение микротвердости на 25–33 %;
- 4) на уровень ОН, шероховатость и микротвердость наибольшее влияние оказали шаг и схема движения инструмента;
- 5) глубина смятия поверхностного слоя зависит от усилия инструмента и шага.

Лазерный наклеп является одним из перспективных и широко используемых за рубежом методов поверхностного упрочнения [8–10].

В работе для исследования эффективности лазерного упрочнения использовались образцы из жаропрочных сплавов.

Лазерная ударная обработка производилась с импульсным лазером Nd: YAG Q-Switched LQ529, энергия импульса 0,35 Дж. Варьировались частота, время импульса и фокусное расстояние.

Показано, что наибольший эффект упрочнения при лазерной ударной обработке достигается при частотах 1, 3 Гц и длительности импульса порядка 10 нс. При этом режиме на поверхности образцов получены сжимающие ОН $-300 \div -150$ МПа в направлении движения лазерного луча.

Список литературы

1. Технологические остаточные напряжения / под ред. д-ра техн. наук проф. А.В. Подзея. – М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.
2. Горохов В.А., Спиридонов Н.В. Способы отделочно-упрочняющей обработки материалов: учеб. пособие. – Минск: Технопринт, 2003. – 96 с.
3. Горохов В.А. Обработка деталей пластическим деформированием. – Киев: Техніка, 1978. – 192 с.

4. Папшев Д.Д. Упрочнение деталей обкаткой шариками. – М.: Машиностроение, 1968. – 132 с.

5. Improvement of surface conditions of 36 Cr Ni Mo 6 steel by ball burnishing process / H. Hamadache, Z. Zemouri, L. Laouar, S. Dominiak // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2014. – № 28 (4). – С. 1491–1498. DOI 10.1007/s12206-014-0135-1.

6. Mohammadi F., Sedaghati R., Bonakdar A. Finite element analysis and design optimization of low plasticity burnishing process // Int J Adv Manuf Technol. – 2014. – № 70. – С. 1337–1354. DOI 10.1007/s00170-013-5406-y.

7. Investigations on the effect of ball burnishing parameters on surface hardness and wear resistance of HSLA dual-phase steels / D.S. Rao, H.S. Hebbar, M. Komaraiah, U.N. Kempaiah // Mater Manuf Process. – 2008. – № 23. – С. 295–302.

8. Effect of laser shock processing on the mechanical properties and fatigue lives of the turbojet engine blades manufactured by LY2 aluminum alloy / Y.K. Zhang, J.Z. Lu, X.D. Ren, H.B. Yao, H.X. Yao // Mater Des. – 2009. – № 30. – С. 1697–1703.

9. Effect of laser shock processing on fatigue crack growth and fracture toughness of 6061-T6 aluminum alloy / C. Rubio-González, J.L. Ocaña, G. Gomez-Rosas, C. Molpeceres, M. Paredes, A. Banderas, J. Porro, M. Morales // Mater Sci Eng A. – 2004. – № 386. – С. 291–295.

10. Influence of the microstructure and laser shock processing (LSP) on the corrosion behavior of the AA2050–T8 aluminum alloy / H. Amar, V. Vignal, H. Krawiec, C. Josse, P. Peyre, S.N. Silva, L.F. Dick // Corros Sci. – 2011. – № 53. – С. 3215–3221.

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩЕГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ

Е.Н. Шустова, М.А. Аликин, А.А. Тихонова, А.В. Шевырина

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, alik87miha@gmail.com

Широко распространенные в таких традиционных отраслях промышленности, как судостроение, машиностроение, автомобилестроение, авиационная и др., сэндвич-структуры могут использоваться преимущественно там, где требуются малый вес, высокая жесткость и прочность. Сэндвич-структура состоит из двух лицевых оболочек, связанных между собой различными видами заполнителей, в частности, сотовым заполнителем. Сотовый заполнитель – тип ячеистой структуры конструкционного назначения, получивший своё название благодаря геометрическому подобию пчелиным сотам. В данной работе была отработана методика определения эффективных упругих характеристик сэндвич-панели с сотовым заполнителем и перфорацией на одной из оболочек.

Ключевые слова: композитные сэндвич-панели, напряженно-деформированное состояние, сотовый заполнитель, пластина с перфорацией, полимерный материал, конечно-элементное моделирование, ANSYS.

Работа посвящена определению эффективных упругих характеристик сэндвич-панели с сотовым заполнителем и перфорацией на одной из оболочек. Элементы с заполнителями могут быть применены в качестве отдельных деталей: панелей, стенок, балок и оболочек, обеспечивающих местную жесткость и прочность конструкции, а также для звукопоглощающих элементов [1–3]. Наиболее распространенный вид сотового заполнителя – заполнитель с гексагональной ячейкой, имеющий регулярную, периодическую структуру, а также сдвоенные стенки в направлении Ox_2 , $h = 1$, $\theta = 30^\circ$, в силу основных технологических особенностей изготовления сотового заполнителя (рис. 1).

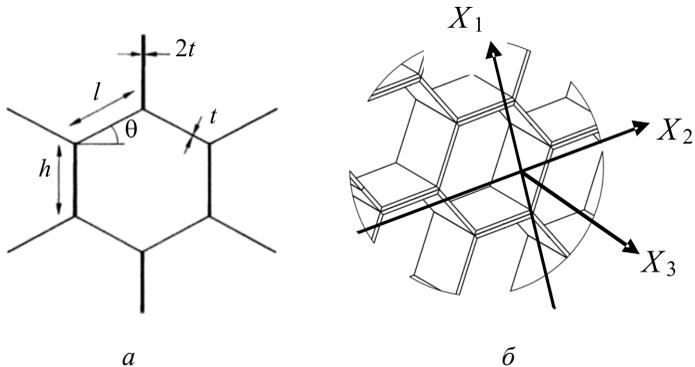


Рис. 1. Структура сотового заполнителя с двойными вертикальными стенками: а) t – толщина стенки, θ – угол между осью X_1 и наклонной стенкой сотового заполнителя, l – длина наклонной стенки, h – длина вертикальной стенки; б) пространственная структура сотового заполнителя в декартовой системе координат.

Современные методы расчета на жесткость и прочность крупногабаритных деталей и узлов подразумевают многоуровневые модели, так как явное представление всех элементов многослойных сэндвич-панелей увеличивает расчетные мощности и время для их проведения. Поэтому работа была разделена на несколько этапов: определение эффективных упругих характеристик сотового заполнителя и оболочки с перфорацией методом конечных элементов, а затем верификация модели сэндвич-панели с эффективными свойствами с натурным экспериментом.

Для определения эффективных свойств сотового заполнителя и оболочки с перфорацией методом конечных элементов построены трехмерные геометрические модели (рис. 2). Геометрия выбиралась таким образом, чтобы элементарную ячейку периодичности сотового заполнителя и оболочки с перфорацией окружали несколько таких же ячеек, что соответствует методу локального приближения [4]. Использовались как оболочечные, так и объемные элементы. Численное решение нахождения эф-

фактивных упругих свойств было выполнено в пакете ANSYS из соответствующих численных экспериментов. Для проведения расчета использовались свойства изотропного полимерного материала, применяемого при 3D-печати, которые были получены экспериментально, $E = 1,95$ ГПа, $\nu = 0,4$. Большинство оболочек сэндвич-панелей с перфорацией представляет собой тонкую пластину, ослабленную большим количеством круглых отверстий. Ранее в наших работах рассматривалось вычисление эффективных упругих характеристик пластин с перфорацией тетрагональной структуры, выполненных из стеклопластика, методом конечных элементов. В рамках данной работы рассмотрен частный случай пластины с перфорацией гексагональной структуры из изотропного полимерного материала, применяемого при 3D-печати, свойства которого были описаны выше. Численное решение нахождения эффективных упругих свойств было выполнено в пакете ANSYS из соответствующих численных экспериментов.

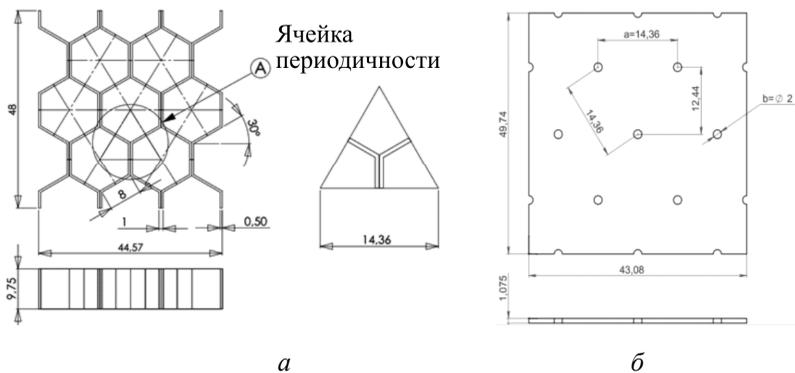


Рис. 2. Эскиз геометрической модели:
a – сотового заполнителя; *б* – перфорированной оболочки

Аналитические методы определения эффективных упругих характеристик заполнителя, представляющего собой сотовую структуру из изотропного материала, были рассмотрены

в исследованиях [5, 6]. Решение задачи определения жесткости перфорированных пластин аналитическим методом было рассмотрено в работе [7]. При сравнении результатов эффективных свойств сотового заполнителя и оболочки с перфорацией методом конечных элементов с результатами, полученными аналитическими методами, была получена хорошая сходимость.

Далее для определения эффективных упругих характеристик сэндвич-панели с сотовым заполнителем, имеющим перфорацию на одной или более оболочках, содержащую один и более заполнитель, не нужно представлять конструкцию в явном виде. Достаточно рассмотреть эту панель в слоистом виде и получить эффективные упругие характеристики аналогично с описанной ранее методикой. Эскиз образца панели, изготовленного при помощи 3D-печати, представлен на рис. 3. На рис. 4 представлены результаты испытаний образца на растяжение сэндвич-панели. Для проверки эффективности применения данной методики была проведена верификация с результатами натурных испытаний сэндвич-панели. Погрешность эксперимента от МКЭ составила менее 10 %.

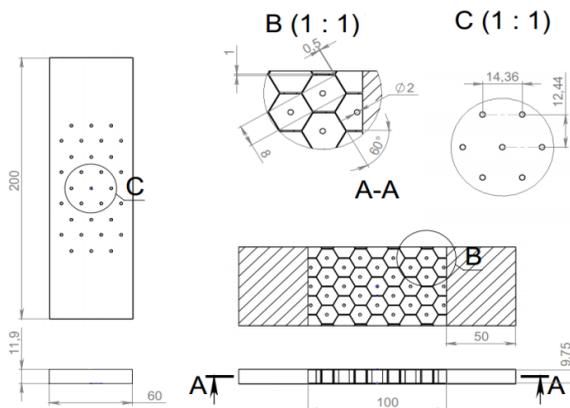


Рис. 3. Эскиз образца сэндвич-панели напечатанного на 3D-принтере из полимерного материала для испытания на растяжение

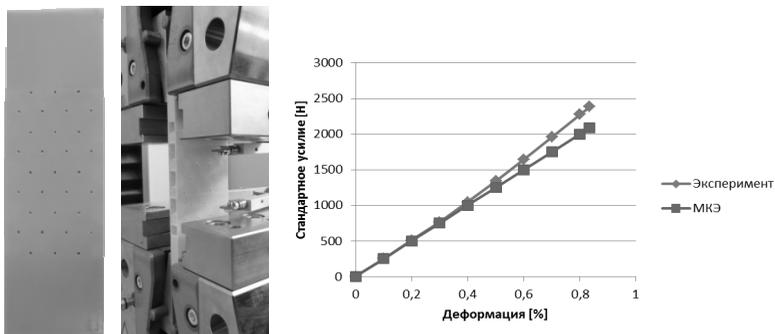


Рис. 4. Испытания образца на растяжение сэндвич-панели с сотовым наполнителем и перфорированной оболочкой из полимерного материала, напечатанного на 3D-принтере

Данная методика будет использоваться для проведения исследований механического поведения периодических структур новых ячеистых резонаторов конической формы из полимерных композиционных материалов для наполнителей звукопоглощающих конструкций авиационных двигательных установок.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-38-00746.

Список литературы

1. Расчетно-экспериментальные исследования резонансных многослойных звукопоглощающих конструкций / А.Н. Аношкин, А.Г. Захаров, Н.А. Городкова, В.А. Чурсин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 1. – С. 5–20.
2. Аношкин А.Н., Захаров А.Г., Шустова Е.Н. Ячеистые наполнители звукопоглощающего контура авиационного двигателя // Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. – № 3. – С. 25–29.
3. Аношкин А.Н., Зуйко В.Ю., Чугайнова А.В. Исследование влияния отверстий на напряженно-деформированное состояние слоистых композитов // Математическое моделирование в естественных науках. – 2015. – № 1. – С. 14-17.

4. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. – М.: Наука. Физматлит, 1997. – 288 с.

5. Панин В.Ф., Гладков Ю.А. Конструкции с наполнителем: справочник. – М.: Машиностроение, 1991. – 272 с.

6. Gibson L.J., Ashby M.F. Cellular Solids: Structure and properties. – Pergamon Press, Oxford, 1988.

7. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Перфорированные пластины и оболочки. – М.: Наука, 1970. – 556 с.

МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ГЦК-КРИСТАЛЛЕ

Г.А. Южаков, А.В. Копьев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия, George_the_Victorious@inbox.ru

При помощи методов молекулярной динамики проводится численное моделирование поведения представительного объема ГЦК-кристалла при динамическом нагружении. Исследуется формирование полос локализованной пластической деформации на микроуровне. Согласно результатам моделирования при перпендикулярном расположении решетки кристаллита к направлению сжатия формируются две полосы локализованного сдвига, перпендикулярные друг другу. В случае, когда положение решетки слегка наклонено, формируется лишь одна полоса локализованной пластической деформации. Из чего следует вывод о существенном влиянии изначальной ориентации кристаллитов в поликристалле на место локализации деформации.

Ключевые слова: молекулярно-динамическое моделирование, ГЦК-кристалл, локализация пластической деформации.

Локализация пластической деформации является до конца неизученным явлением, которое может происходить на различных масштабных уровнях и по-разному проявлять себя. От по-

лос Людерса – Чернова при квазистатическом нагружении до полос адиабатического сдвига при ударно-волновом. Инициирование процесса локализации пластической деформации связано с потерей структурной устойчивости, формированием зон локализации на поверхности и дальнейшим их распространением в глубь материала [1]. Этому предшествуют рассогласованные смещения атомов в приповерхностных областях. Регистрация пространственно-временных распределений локальных компонент тензора пластической дисторсии при активной деформации растяжением показывает их взаимосвязь в зоне локализации [2]. При интенсивной пластической деформации локализация пластического течения может определяться как геометрией задачи, так и микроскопическими локализациями, возникающими вследствие прохождения по материалу ударной волны [3]. В [4–6] показано, что полоса сдвига может проходить по недеформированному материалу. Установлено, что трещины и их продолжения в виде сдвиговых полос возникают на стадии разгрузки. Механизмы неустойчивости при динамическом деформировании связываются с коллективными эффектами в ансамбле микросдвигов в пространственно-локализованных областях [7]. Дислокационно-кинетический расчет зон пластической деформации вокруг зародышей пор как концентраторов напряжений и мест локализации деформации на фронте ударной волны показывает, что коалесценция пор и образование откольной трещины являются результатом суперпозиции касательных напряжений и пластических деформаций [8]. С использованием молекулярно-динамического моделирования в [9] показано различие в деформационных свойствах в зависимости от кристаллографической ориентации плоскости основания. В [10] установлено, что небольшой концентратор напряжений является аттрактором полос макролокализованной пластической деформации, начиная с полосы Людерса и заканчивая стартом магистральной трещины. Согласно автоволновому механизму развития локализованной пластической деформации кристаллических твердых тел [11] явление

локализации пластического течения определяется связью упругих и пластических явлений в деформируемых материалах, при этом основной характеристикой деформационных процессов является упругопластический инвариант деформации – безразмерная величина, количественно связывающая параметры упругих волн и автоволн локализованной пластической деформации.

Моделирование с использованием макрофеноменологического подхода не позволяет составить представление о природе появления полос локализованной пластичности, так как механизмы их образования обусловлены эволюцией структуры на мезо- и микроуровнях. Поэтому молекулярно-динамическое моделирование [1, 9] является предпочтительным.

Рассматривается поведение кристаллита представительного объема с ГЦК-решеткой, который нагружался в динамическом режиме. Динамическое нагружение имитировалось заданием специальных граничных условий, а именно в направлении [001] проекции скоростей были зафиксированы и равны 25 и –25 м/с соответственно. Такой тип граничных условий имеет ряд преимуществ по сравнению с жесткими, так как поведение атомов в направлениях, отличных от [001], не регламентируется и определяется исключительно окружающими атомами. В направлении [010] были заданы периодические граничные условия, а для [100] – условия свободной границы.

Результаты моделирования показывают, что при достижении определенной величины деформации происходит формирование двух полос локализованного сдвига, расположенных под углом 45 градусов к направлению нагружения и перпендикулярных друг другу. В случае, если изначально кристаллит был наклонен под небольшим углом по отношению к направлению сжатия, происходит формирование лишь одной полосы локализованного сдвига. Таким образом, подтверждается вывод о существенном влиянии ориентации кристаллитов в поликристалле на место локализации пластической деформации.

Список литературы

1. Дмитриев А.И., Псахье С.Г. Молекулярно-динамическое исследование зарождения процесса локализации деформации в поверхностных слоях материала на наномасштабном уровне // Письма в Журнал технической физики. – 2004. – Т. 30, № 14. – С. 8–12.
2. Баранникова С.А., Зуев Л.Б. Об особенностях картин локализации пластической деформации на площадке текучести в монокристаллах стали гадфильда // Письма в Журнал технической физики. – 2008. – Т. 34, № 14. – С. 24–31.
3. Бородин И.Н., Майер А.Е. Локализация пластической деформации в процессе динамического канального углового прессования // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83, № 8. – С. 76–80.
4. Беликова А.Ф., Буравова С.Н., Петров Е.В. Локализация деформации при динамических нагрузках // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83, № 8. – С. 68–75.
5. Беликова А.Ф., Буравова С.Н., Гордополов Ю.А. Локализация деформации и связь ее с деформированным состоянием материала // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83, № 2. – С. 153–155.
6. Буравова С.Н. Эффект самозалечивания откольной повреждаемости // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, № 10. – С. 1502–1508.
7. Неравновесные переходы в ансамблях дефектов при динамической локализации пластической деформации / М.А. Соколов, Д.А. Билалов, В.В. Чудинов, С.В. Уваров, О.А. Плехов, А.И. Терехина, О.Б. Наймарк // Письма в Журнал технической физики. – 2014. – Т. 40, № 23. – С. 82–88.
8. Малыгин Г.А., Огарков С.Л., Андрияш А.В. Дислокационно-кинетический анализ откольного разрушения ГЦК- и ОЦК-кристаллов при ударно-волновом нагружении // Физика твердого тела. – 2015. – Т. 57, № 9. – С. 1772–1779.
9. Дмитриев А.И., Никонов А.Ю., Бондарь М.П. Численное изучение процесса локализации пластической деформации

на примере высокоскоростного сжатия полого монокристаллического цилиндра // Журнал технической физики. – 2016. – Т. 86, № 11. – С. 16–22.

10. Динамика полосы людерса и разрушение алюминий-магниевого сплава, инициированные концентратором напряжений / А.А. Шибков, М.А. Желтов, М.Ф. Гасанов, А.Е. Золотов // Физика твердого тела. – 2018. – Т. 60, № 2. – С. 315–322.

11. Природа упругопластического инварианта деформации / Л.Б. Зуев, В.И. Данилов, С.А. Баранникова, Н.А. Плосков // Журнал технической физики. – 2018. – Т. 88, № 6 (6803). – С. 855–859.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕКСТУРЫ, ДОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАКСИМУМ ПРЕДЕЛУ УПРУГОСТИ ДЛЯ ЗАДАННОГО НАГРУЖЕНИЯ

А.Ю. Яковлев¹, А.Ю. Янц²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹ya.anton.96@gmail.com, ²maximus5.59@gmail.com

Работа посвящена исследованию и нахождению траектории деформирования, которая доставляет максимум пределу упругости заданного материала в заданном направлении. Описывается построенная двухуровневая математическая модель пластического деформирования поликристалла, основанная на физических теориях пластичности. В качестве определяющего соотношения используется закон Гука в скоростной релаксационной форме, мезо- и макроуровень связываются при помощи гипотезы Фойгта (Рейса), нахождение оптимальной траектории деформирования осуществляется при помощи метода Нелдера – Мида.

Ключевые слова: двухуровневая упруговязкопластическая модель, функциональные материалы, упрочнение материалов.

На сегодняшний день в большинстве конструкций встречаются металлические детали, поэтому развитие различных направлений металлообработки весьма актуально. Одним из наиболее перспективных направлений является создание функциональ-

ных материалов, которыми считаются материалы с заданными заранее физико-механическими свойствами. Это обусловлено некоторыми требованиями, предъявляемыми к характеристикам материала, например, к пределу прочности, текучести и упругости, которые являются наиболее существенными при эксплуатации. Зачастую для исследования физических свойств материала используются математические модели, основанные на экспериментальных данных, которые позволяют сократить расходы на проведение экспериментов. Наиболее распространённым способом получения материалов является метод интенсивных пластических деформаций. Интенсивными пластическими деформациями сопровождаются такие процессы, как волочение, прессование, дорнование, прокатка, угловое прессование и т.д.

Известно, что при интенсивном деформировании образуется кристаллографическая текстура. Кристаллы являются анизотропными относительно большинства физических свойств. Анизотропия может проявляться для кристаллов в упругости, электро- и теплопроводности, в фотоупругости, в электрооптических эффектах и т.д. [1]. Соответственно, материал, обладающий кристаллографической текстурой, также будет проявлять различные свойства в различных направлениях.

В ряде практических задач детали долгое время подвергаются одним и тем же видам механических нагрузок (например, несущие металлоконструкции), следовательно, для таких материалов требуется повышенная стойкость к нагрузкам такого рода. Это означает, что материал должен оставаться в зоне упругих деформаций как можно дольше. С точки зрения физики твёрдого тела это означает, что предел упругости для такого нагружения будет наибольшим. В связи с этим для подобного рода механических условий эксплуатации возникает необходимость изготавливать материал с соответствующей кристаллографической текстурой.

Данная работа посвящена разработке и реализации алгоритма для поиска способа создания материала с пределом упру-

гости для заданного нагружения. Под способом создания материала понимается нагружение (траектория деформации), которым необходимо подействовать на поликристалл, чтобы получить в нем кристаллографическую текстуру, доставляющую максимум пределу упругости для заданного нагружения.

Требования на материал и кинематика целевого нагружения, для которого необходимо получить максимум предела упругости, накладываются, исходя из требований прикладной задачи. В рамках данной работы будет исследоваться поликристалл меди, состоящий из одной тысячи кристаллитов. В качестве материала может использоваться любой другой поликристаллический металл или сплав.

Очевидно, что для нахождения максимума предела упругости необходимо решить задачу оптимизации. Основная сложность заключается в связи задачи оптимизации и математической модели упруговязкопластического деформирования поликристалла.

В качестве основного определяющего соотношения мезоуровня, как и макроуровня, используется закон Гука, записанный в скоростно-релаксационной форме [2, 3]:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}^{\text{cr}} &= \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Pi} : (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{\text{in}}), \\ \boldsymbol{\Sigma}^{\text{cr}} &= \dot{\boldsymbol{\Sigma}} - \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Pi} : (\mathbf{Z} - \mathbf{Z}^{\text{in}}),\end{aligned}\tag{1.1}$$

где $\boldsymbol{\sigma}^{\text{cr}}, \boldsymbol{\Sigma}^{\text{cr}}$ – коротационная производная тензора напряжений Коши мезо- и макроуровня соответственно, $\boldsymbol{\Pi}, \boldsymbol{\Pi}$ – тензор упругих свойств материала четвертого ранга мезо- и макроуровня соответственно, $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega}$ – тензор спина мезо- и макроуровня соответственно.

В качестве меры скорости деформаций выступает несимметричная и объективная мера \mathbf{Z} . Предполагается аддитивность упругой и пластической составляющих меры [2, 3]:

$$\begin{aligned}
\mathbf{z} &= (\nabla \mathbf{v})^T - \boldsymbol{\omega}, \\
\mathbf{z} &= \mathbf{z}^{\text{in}} + \mathbf{z}^{\text{e}}, \\
\mathbf{Z} &= (\nabla \mathbf{V})^T - \boldsymbol{\Omega}, \\
\mathbf{Z} &= \mathbf{Z}^{\text{in}} + \mathbf{Z}^{\text{e}}.
\end{aligned}
\tag{1.2}$$

Пластическая составляющая меры скорости деформации определяется соотношением:

$$\mathbf{z}^{\text{in}} = \sum_{j=1}^J \dot{\gamma}^{(j)} \mathbf{n}^{(j)} \mathbf{b}^{(j)},
\tag{1.3}$$

где $\dot{\gamma}^{(j)}$ – скорость сдвига по системе скольжения, характеризующаяся вектором нормали $\mathbf{n}^{(j)}$ и вектором Бюргерса $\mathbf{b}^{(j)}$, J – количество систем скольжения для рассматриваемой задачи.

В ходе работы был проведен процесс верификации двухуровневой упруговязкопластической численной модели деформирования поликристаллического материала. Также была поставлена задача оптимизации и предложен вариант связи данной задачи с математической моделью. Поставленная задача оптимизации была решена при помощи численного метода оптимизации Нелдера – Мида. В качестве целевого нагружения исследовались простой сдвиг и псевдоодноосное растяжение. Для нагружения простым сдвигом получена траектория деформации, воздействиями по которой на материал с хаотичным распределением кристаллитов можно получить материал, предел упругости которого на 22 % больше, чем у исходного материала. Для псевдоодноосного нагружения растяжения удалось найти траекторию деформации, которая позволяет изготовить материал, предел упругости которого на 17 % больше, чем у материала с хаотичным распределением кристаллитов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-01-00379-а).

Список литературы

1. Теория образования текстур в металлах и сплавах / Я.Д. Вишняков, А.А. Бабарэко, С.А. Владимиров, И.В. Эгиз. – М.: Наука, 1979. – 343 с.
2. Трусов П.В., Нечаева Е.С., Швейкин А.И. Применение несимметричных мер напряженного и деформированного состояния при построении многоуровневых конститутивных моделей материалов // Физ. мезомех. – 2013. – Т. 16. – № 2. – С. 15–31.
3. Трусов П.В., Волегов П.С., Янц А.Ю. Двухуровневые модели поликристаллов: приложение к оценке справедливости постулата изотропии Ильюшина в случае больших градиентов перемещений // Физ. мезомех. – 2015. – Т. 18. – № 1. – С. 23–37.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА АНСАМБЛИРОВАНИЯ НА GPGPU И CPU

А.Ю. Янц^{1, а)}, А.А. Токарев^{1, б)}

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия, ^{а)} maximus5.59@gmail.com, ^{б)} tokarev28.art@gmail.com

Рассмотрены возможные реализации параллельного алгоритма ансамблирования с использованием GPGPU и CPU, а также некоторые особенности данных реализаций. Проведено сравнение эффективности различных реализаций алгоритма, на основе чего сделан вывод о том, что он отлично позволяет параллельное исполнение как на GPGPU, так и на CPU.

Ключевые слова: большие деформации, МДТТ, МКЭ, матрица жёсткости, ансамблирование, параллельные алгоритмы, CUDA.

В настоящее время необходимость решения краевых задач является неотъемлемой частью любых прикладных исследований в механике деформируемого твердого тела. Одним из наиболее распространенных подходов к решению краевых задач является метод конечных элементов. Данный метод реализован в таких пакетах программ, как ABAQUS, ANSYS и др. В настоящее вре-

мя на кафедре ММСП ПНИПУ ведется разработка пакета прикладных программ, реализующих метод конечных элементов, ориентированного на решение геометрически и физически нелинейных задач МДГТ при больших упругопластических деформациях. Постановка задачи МКЭ в скоростях является отличительной особенностью разрабатываемого пакета [1].

Известно, что при реализации МКЭ значительные вычислительные затраты идут на ансамблирование глобальной матрицы жёсткости.

В настоящее время активно развиваются параллельные технологии и всё больше алгоритмов реализуются с их использованием, так как это может дать существенный прирост скорости вычислений. Вследствие этого был реализован параллельный алгоритм ансамблирования с использованием GPGPU и CPU.

Ввиду того, что классический алгоритм ансамблирования, основанный на переборе конечных элементов, не позволяет параллельного исполнения из-за возникновения ситуации одновременной записи данных в одну ячейку памяти разными потоками («гонка данных»), было решено реализовать параллельный алгоритм, описанный в работе [2].

Каждая строка глобальной матрицы высотой DIM, где DIM – это размерность пространства, представляет собой связи текущего узла с остальными, и эти строки независимы, поэтому по ним можно распараллелить, не опасаясь возникновения «гонки данных». Таким образом, можно распределить общее количество узлов по потокам, где в каждом потоке осуществляется обработка связей только выделенных ему узлов. Для реализации параллельного алгоритма на CPU необходимо распределить общее число узлов равномерно по параллельным потокам, что было реализовано с помощью технологии OpenMP.

Данный алгоритм также был реализован на GPGPU на архитектуре CUDA. Стоит обратить внимание на то, что реализация на GPGPU имеет больше особенностей и ограничений по сравнению с реализацией на CPU. Во-первых, если входные данные копируются из оперативной памяти, то из-за особенно-

стей обращения к видеопамяти стоит хранить каждую матрицу и каждый копируемый массив одним непрерывным блоком памяти, иначе время копирования памяти может превысить время ансамблирования на порядки. Во-вторых, графические ускорители с поддержкой CUDA имеют в наличии несколько видов памяти помимо глобальной, в которой размещаются входные данные. Один из таких видов памяти называется shared. Особенность заключается в том, что скорость копирования из одной ячейки глобальной памяти в разделяемую память, а затем копирования из неё в глобальную память выше, чем напрямую копирование из глобальной в глобальную. Данная особенность была использована при копировании блоков памяти размером $DIM \times DIM$, представляющих собой связь одного узла с другим, выделив для каждого потока свой буфер размером $DIM \times DIM$ и работая с ним по описанному ранее сценарию.

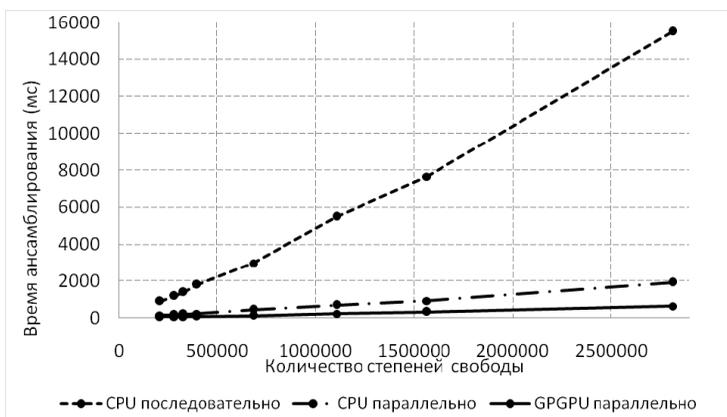


Рис. Графики зависимости времени работы алгоритмов ансамблирования глобальной СЛАУ от величины степеней свободы

На рисунке представлены зависимости времени ансамблирования при использовании последовательного и двух параллельных (на CPU и GPGPU) алгоритмов. Использовались для

вычислений CPU: 2 x Intel Xeon E5-2680 v4 (14 cores, 2.4GHz) и GPGPU: NVIDIA Titan V (12Gb HBM2, 5120 CUDA cores, 1.4GHz). Вычисления производились в двойной точности. Из представленных результатов видно, что ускорение ансаблирования СЛАУ в параллельном режиме достигает 8 раз (CPU алгоритм) и до 24 раз (GPGPU алгоритм с учетом копирования) по сравнению с последовательным алгоритмом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01292).

Список литературы

1. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.

2. Marcelo Novaes De Rezende, Joao Batista de Paiva A parallel algorithm for stiffness matrix assembling in a shared memory environment // Computers and Structures. – 2000. – 76. – 593–602.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАСШТАБНЫХ ЭФФЕКТОВ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КРУГЛОМ ДИСКЕ С ОТВЕРСТИЕМ В РАМКАХ МИКРОДИЛАТАЦИОННОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

А.В. Волков^{1,2}

¹Институт прикладной механики Российской академии наук,
Москва, Россия, volkov.9291@mail.ru,

²Московский авиационный институт, Москва, Россия

Рассмотрено численное решение задачи нахождения температурных напряжений в круглом диске с отверстием при осесимметричном стационарном температурном поле в рамках микродилатационной теории упругости (теории упругости с порами). Рассмотрено численное решение задачи с использованием метода конечных элементов в среде конечно-элементного моделирования COMSOL.

Ключевые слова: пористые среды, микродилатация, термоупругость, масштабные эффекты.

В микродилатационной теории упругости (elastic materials with voids theory) вводится дополнительный кинематический параметр – изменение объемного содержания материала φ [1]. Такую среду можно считать упрощённой моделью континуума Миндлина [3]. В ней допускается присутствие только свободных деформаций изменения объема (свободной дилатации). В работе [4] дан пример модели метаматериала, в котором проявляются эффекты микродилатационной теории упругости.

В микродилатационной теории термоупругости имеются следующие кинематические соотношения:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \varphi = P_R - P.$$

Здесь u_i – поле перемещений, ε_{ij} – тензор деформаций, P_R – исходное объемное содержание пор, P – текущее объемное содержание пор.

Физические соотношения записываются в виде:

$$\sigma_{ij} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{ij} + \beta\varphi\delta_{ij} - 3Ka\Delta T,$$

$$h_i = \alpha\varphi_{,i}, \quad g = -\xi\varphi - \beta(\theta - a\Delta T).$$

Здесь σ_{ij} – тензор напряжений, θ – дилатация, $\theta = \varepsilon_{kk}\delta_{ij}$, λ, μ – параметры Ламе, h_i, g – неклассические самоуравновешенные напряжения, β, ξ, α – дополнительные материальные константы теории пористых сред, $K = \lambda + 2\mu/3$. Для удобства вычислений можно ввести параметр связанности модели: $N = \beta^2 / (K\xi)$, $N \in [0, 1)$. Также удобно ввести параметр ℓ – имеющий размерность длины $\ell^2 = \frac{\alpha}{\xi - H\beta}$, $H = \frac{\beta}{\lambda + 2\mu}$. Его фи-

зический смысл может быть объяснён как характерный размер неоднородности (поры).

Температура и микродилатационная теория упругости задаются как два отдельных физических модуля General form PDE. Для формулировки граничной задачи необходимо выписать определяющие соотношения в дивергентной форме. Вместе с граничными условиями для области Ω получаем:

$$\begin{aligned} \nabla \Gamma &= p \text{ в области } \Omega, \\ -n \cdot \Gamma &= P \text{ на } \partial\Omega_p, \\ u &= u^0 \text{ на } \partial\Omega_u. \end{aligned}$$

Здесь Δ – оператор Набла, Γ – тензор потока (тензор напряжений Коши в классической теории упругости), p – вектор объёмных сил, n – вектор внешней нормали на части границы области $\partial\Omega_u$, P – вектор поверхностных источников на части границы области $\partial\Omega_p$, u – вектор кинематических переменных, u^0 – заданные значения кинематических переменных на границе $\partial\Omega_u$.

Переменные удобно записать в матричной форме для двумерного случая:

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \varphi \end{pmatrix}; \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \\ h_1 & h_2 \end{pmatrix}; \quad p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}; \quad P = \begin{pmatrix} -P_1 \\ -P_2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Comsol автоматически преобразует систему уравнений микродилатационной теории в слабую формулировку и решает её, используя метод конечных элементов.

В работе приведено сравнение результатов численного моделирования для конечно-элементных моделей разного размера и с разными параметрами связанности N .

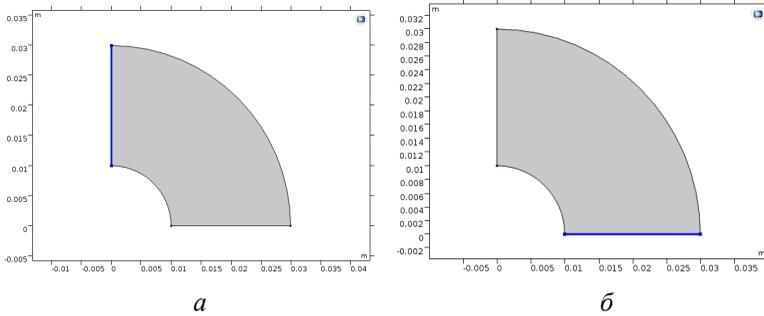


Рис. 1. Геометрическая модель с условиями симметрии.

Граничные условия для перемещений:

r_0 – внешний радиус, r_i – внутренний радиус;

$$a - u_x = 0, \quad \bar{b} - u_y = 0$$

В рамках классической теории термоупругости при одинаковых значениях отношения внешнего радиуса диска r_0 к внутреннему радиусу r_i будут получаться одинаковые максимальные напряжения σ_r и σ_θ .

Сравним распределение напряжений для разных значений N при одинаковых значениях $r_0 / r_i = 3$. Варьировать будем внешний радиус r_0 . Модуль Юнга во всех моделях равен 200 МПа. Коэффициент Пуассона равен 0,3.

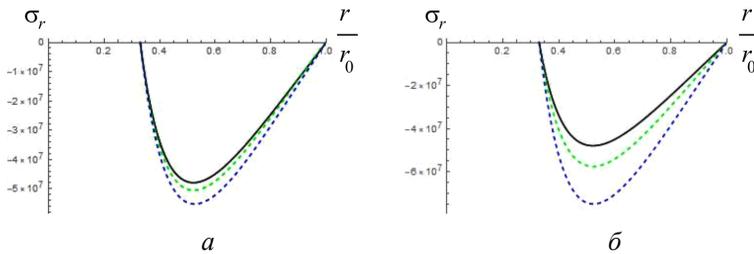


Рис. 2. Распределение напряжений σ_r по радиусу. Чёрным цветом

показано классическое решение, зелёным – решение микродилатационной теории при $N = 0,5$, синим при $N = 0,9$;
 a – внешний радиус $r_0 = 0,03$ м, внутренний радиус $r_i = 0,01$;

\bar{b} – внешний радиус $r_0 = 0,3$, внутренний радиус $r_i = 0,1$

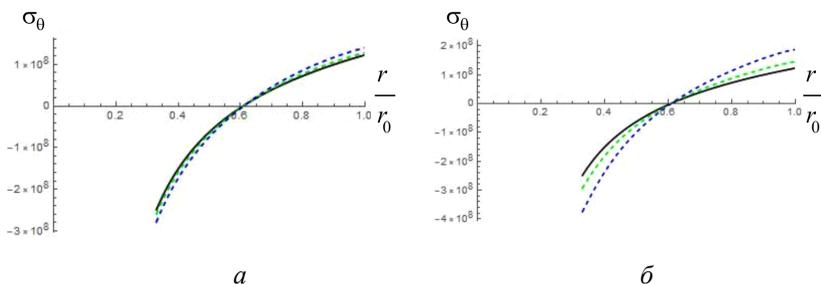


Рис. 3. Распределение напряжений σ_θ по радиусу. Чёрным цветом показано классическое решение, зелёным – решение микродилатационной теории при $N = 0,5$, синим при $N = 0,9$. a – внешний радиус $r_0 = 0,03$ м, внутренний радиус $r_i = 0,01$; b – внешний радиус $r_0 = 0,3$, внутренний радиус $r_i = 0,1$

Из графиков видно (рис. 1–3), что в рамках микродилатационной теории упругости даже при одинаковых значениях r_0 / r_i наблюдается разное напряжённо-деформированное состояние. Максимальные напряжения растут при увеличении внешнего радиуса r_0 .

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (ФЦП «Исследования и разработки, соглашение № 14.574.21.0166, RFMEFI57417X0166).

Список литературы

1. Stephen C. Cowin, Jace W. Nunziato Linear elastic materials with voids // Journal of Elasticity. – 1983. – 13.
2. Белов П.А., Лурье С.А., Континуальная модель микрогетерогенных сред // ПММ. – 2009. – Т. 73, № 5. – С. 833–848.
3. Миндлин Р.Д. Микроструктура в линейной упругости // Механика. – 1964.
4. Continuum micro-dilatation modeling of auxetic metamaterials / S.A. Lurie, A.L. Kalamkarov, Y.O. Solyaev, A.D. Ustenko, A.V. Volkov // International Journal of Solids and Structures 132–133 (2018). – P. 188–200.

АНАЛИЗ СИГНАЛОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ В ОБРАЗЦАХ КОНСТРУКЦИОННОГО СТЕКЛОПЛАСТИКА ДО И ПОСЛЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО СТАРЕНИЯ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА РАСТЯЖЕНИЕ

Е.М. Зубова, Д.С. Лобанов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия sem.zubova@mail.ru, sem.lobanov@gmail.com

Проведены экспериментальные исследования влияния температурного старения на механическое поведение и остаточную прочность конструкционного стеклопластика с использованием современного испытательного оборудования и системы для регистрации сигналов акустической эмиссии. Представлены результаты анализа полученных опытных данных. Описаны закономерности механического поведения композиционного материала до и после предварительного температурного старения.

Ключевые слова: испытания на растяжение, композиционные материалы, экспериментальная механика, температурное старение, акустическая эмиссия.

Общие тенденции внедрения новых технологий и материалов, связанные с необходимостью повышения эксплуатационных характеристик изделий при снижении материалоемкости новой техники, приводят к повышению требований по надежности в условиях сложных термомеханических воздействий. При внедрении композиционных материалов особое значение приобретают вопросы анализа условий разрушения и живучести изделий.

Актуальной задачей являются исследование и анализ влияния повышенных и пониженных (эксплуатационных) температур на механические свойства и механизмы разрушения армирующих и композиционных материалов, а также установление температурных зависимостей упругих и прочностных свойств волокнистых композитов, применяемых в ответственных конструкциях. Важной задачей являются диагностика и контроль температурного и климатического старения полимерных волокнистых композитов на ранней стадии.

Целью работы являлась экспериментальная оценка влияния температурного старения на механическое поведение, остаточную прочность и жесткость конструкционных полимерных волокнистых композиционных материалов.

Механические испытания проводились на универсальной электромеханической системе Instron 5882. Температурное старение реализовывалось в термокамере Instron SFL 3119 при температурах 120, 160 и 200 °С в течение 5 и 15 суток. При проведении механических испытаний дополнительно использовалась система регистрации и анализа сигналов акустической эмиссии Vallen AMSY-6.

Программа испытаний включала в себя проведение испытаний на одноосное растяжение при нормальной температуре образцов композиционного материала без старения и после предварительного температурного старения. Всего испытано 7 серий образцов – на каждую температуру и период старения. Образцы нагружались с постоянной скоростью передвижения траверсы 1 мм/мин. Запись сигналов акустической эмиссии осуществлялась в непрерывном режиме в течение всего процесса нагружения.



Рис. 1. Образец КМ в захватах испытательной системы с установленными датчиками регистрации сигналов акустической эмиссии

В результате испытаний были определены значения предела прочности и остаточной прочности после температурного старения образцов при растяжении и значения модуля упругости. Построены зависимости остаточной прочности от значения температуры и продолжительности температурного старения. Проанализированы графики зависимостей параметров акустической эмиссии от времени для композиционных образцов, нагруженных при нормальной температуре без старения, и композиционных образцов после старения. Выявлены и описаны закономерности механического поведения конструкционного стеклопластика до и после предварительного температурного старения на ранней стадии деформирования.

Исследование выполнено в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-79-00209).

Список литературы

1. Механика материалов / В.Э. Вильдеман [и др.] // Методы и средства экспериментальных исследований. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 165 с.
2. Research of the effectiveness of mechanical testing methods with analysis of features of destructions and temperature effects / A.V. Babushkin, D.S. Lobanov, A.V. Kozlova, I.D. Morev // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2013. – Vol. 24. – P. 89–95.
3. Lobanov D.S., Slovikov S.V. Mechanical behavior of a uni-directional basalt-fiber-reinforced plastic under thermomechanical loadings // *Mechanics of Composite Materials*. – 2017. – Vol. 54. – № 3. – P. 351–358.
4. Lobanov D.S., Babushkin A.V. Experimental studies of the high temperature influence on strength and deformation properties of combined glass organoplastics // *PNRPU Mechanics Bulletin*. – 2017. – № 1. – P. 104–117. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.07

5. Исследование механизмов разрушения углеродных композиционных материалов на основе механических испытаний с регистрацией сигналов акустической эмиссии / А.И. Шилова, В.Э. Вильдеман, Д.С. Лобанов, Ю.Б. Лямин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2013. – № 4. – С. 169–179.

6. Экспериментальное исследование влияния высокотемпературной обработки тканого наполнителя на прочностные свойства углеродных композитов / А.И. Шилова, В.Э. Вильдеман, Д.С. Лобанов, Ю.Б. Лямин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 4. – С. 221–239.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКОГО СКОПЛЕНИЯ ДИСЛОКАЦИЙ

Е.И. Овчинников, П.С. Волегов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, efm620@gmail.com

Рассматриваются некоторые вопросы, связанные с применением моделей, основанных на физических теориях пластичности, для описания эволюции поврежденности в процессе деформирования поликристаллических материалов. В работе подробно рассмотрена задача моделирования плоского скопления дислокаций, позволяющая получить связь между процессами деформирования и накопления поврежденности. Представлены схема рассматриваемой задачи, используемые соотношения, результаты численных экспериментов по расчету параметров дислокационного скопления для чистой меди и их анализ.

Ключевые слова: физические теории пластичности, плоские скопления дислокаций, поврежденность, разрушение.

При моделировании процессов обработки металлов и (или) эксплуатации металлических изделий особое внимание необходимо уделять физически корректному описанию механизмов

накопления поврежденности и разрушения, поскольку чисто механический подход к проблеме разрушения исчерпал себя [1], а проблема разрушения, равно как и задача определения диапазонов допустимых внешних воздействий, остается первостепенной для современной механики. Решение этой комплексной задачи осложнено тем, что из экспериментальных данных известно большое количество механизмов накопления и эволюции поврежденности, а также множество теорий и моделей, позволяющих описывать процессы деформирования и разрушения металлов. В рамках большинства таких моделей потенциально возможно описание механизмов накопления поврежденности, однако для более корректного описания этих механизмов необходимо наделять используемый математический аппарат определенным и прозрачным физическим смыслом. С этой точки зрения представляется вполне обоснованным применение подхода, основанного на физических теориях пластичности (ФТП), который широко используется при описании процессов интенсивных пластических деформаций поликристаллических металлов [2].

Зачастую накопление и эволюцию поврежденности связывают с процессами пластического деформирования, которые, в свою очередь, определяются движением дислокаций и их взаимодействием друг с другом; поэтому описание эволюции поврежденности в рамках ФТП представляется уместным начинать с рассмотрения взаимодействия дислокаций, приводящем к образованию микротрещин. В рамках работы поставлена задача моделирования плоского скопления краевых дислокаций. Рассматривается некоторая система скольжения, в которой находится непреодолимое препятствие дислокационного типа (например, дислокационный барьер либо включение жесткой фазы). На системе скольжения под действием внешней нагрузки τ скапливаются дислокации. Необходимо оценить минимальное расстояние между дислокациями в головной части скопления x_1 в зависимости от приложенного касательного напряжения τ ,

а также оценить максимальную длину скопления n , при которой это минимальное расстояние перестает изменяться. Схематично постановка задачи представлена на рис. 1,

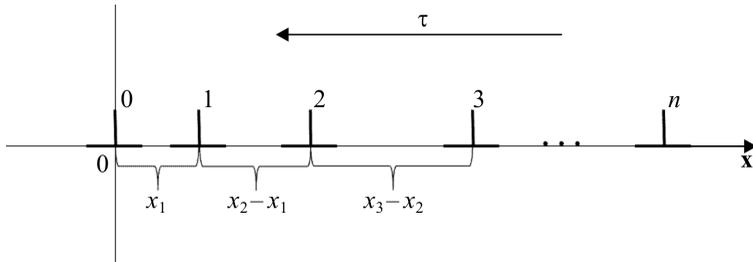


Рис. 1. Схематическое представление задачи моделирования плоского скопления дислокаций

где x_i – расстояние от i -й дислокации до препятствия, обозначенного индексом 0.

Для корректного решения задачи необходимо учитывать действие полей напряжений всех дислокаций скопления на каждую его дислокацию, однако поскольку все дислокации находятся в одной плоскости, ненулевой будет только сдвиговая компонента поля тензора напряжений, выражаемая соотношением [3]:

$$\sigma_{12} = D \frac{y_1(y_1^2 - y_2^2)}{(y_1^2 + y_2^2)^2},$$

где y_1, y_2 – расстояния в декартовой ортогональной системе координат между дислокацией, создающей поле напряжений, и дислокацией, действие на которую рассматривается; D – параметр, зависящий от свойств рассматриваемого материала. Поскольку в качестве аргументов соотношения принимаются относительные расстояния между дислокациями, то при решении задачи удобнее оперировать разностями расстояний, как показано на рис. 1.

Таким образом, для решения задачи об определении параметров скопления для каждой дислокации необходимо записать уравнение равновесия, в котором учесть действующие на рассматриваемую дислокацию напряжения со стороны каждой из оставшихся дислокаций скопления, а также внешнее касательное напряжение, действующее на системе скольжения. Совокупность уравнений равновесия для всех дислокаций является системой нелинейных уравнений, которая в рамках работы решается с помощью математического пакета символьных вычислений Wolfram Mathematica.

На рис. 2 представлена зависимость минимального расстояния между дислокациями в головной части скопления x_1 от числа дислокаций в скоплении n , полученная в рамках численного эксперимента, все параметры которого соответствовали характеристикам чистой меди.

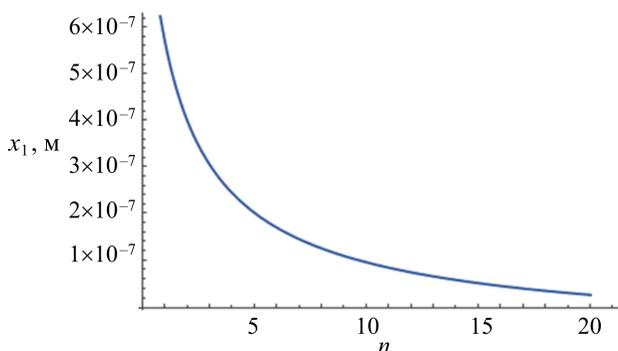


Рис. 2. Результаты численного моделирования для чистой меди

Проводя анализ представленного графика, можно сделать вывод о том, что при определенном количестве дислокаций в скоплении расстояние между дислокациями в его головной части перестанет изменяться, поскольку график имеет асимптоту при увеличении количества дислокаций скопления. Очевидно, что точность определения минимального расстояния между

дислокациями зависит от выбора допустимой погрешности, однако время расчета модели существенно увеличивается с добавлением каждой новой дислокации в скопление. Эти факторы необходимо учесть при использовании данной модели в рамках моделей, описывающих накопление и эволюцию напряженности на более крупных масштабных уровнях.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1298.2017.1.

Список литературы

1. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. – М.: Металлургия, 1984. – 280 с.
2. Трусов П.В., Волегов П.С., Кондратьев Н.С. Физические теории пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 244 с.
3. Трусов П.В., Швейкин А.И. Теория пластичности: учеб. пособие. – Пермь: Перм. гос. техн. ун-т, 2011. – 425 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РОСТА БАКТЕРИЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Н.Е. Пиль¹, В.М. Чигвинцев²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, nikitapil32@gmail.com,

²Федеральный научный центр медико-профилактических технологий
и управления рисками здоровья населения, Пермь, Россия, cvm@fcrisk.ru

В работе представлена математическая модель динамики роста бактерий в легких человека, которые описываются пористой средой. Описываются процесс роста бактериальной популяции в легких человека и факторы, влияющие на него: наличие субстрата, реакция иммунного ответа. Сформулирована концептуальная постановка. Приведена математическая постановка модели для описания эволюции чис-

ленности бактериальной популяции в пористой среде и получены результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: математическое моделирование, динамика роста бактерий, пористая среда, дыхательная система, иммунная система.

В рамках создания комплексной модели описания человеческого организма как связанной совокупности органов и систем [1], решается подзадача по описанию процесса роста бактерий в легких человека. Математическое моделирование является одним из актуальных подходов для реализации данной задачи. Разрабатываемая модель должна описывать процесс роста популяции бактерий, давать оценку функционального повреждения легких человека, позволять прогнозировать процесс инфицирования. Под величиной функционального повреждения понимается характеристика органа, показывающая насколько нарушена его функция.

Задача решается на двух уровнях – на уровне альвеолы и уровне легких в целом. На уровне альвеол решается вспомогательная задача для нахождения параметров, необходимых для решения задачи распространения бактерий в пористой среде. На уровне легких рассматривается распространение бактерий и оцениваются изменение фильтрационных свойств и функциональная поврежденность.

Численность популяции бактерий обуславливается количеством субстрата, наличием конкурирующей популяции, а также влиянием иммунного ответа, который, в свою очередь, восполняется ресурсами организма и в то же время ослабевает из-за нейтрализации бактериальных клеток. Количество субстрата, выделяемого в альвеолах, зависит от их функциональности, которая поддерживается ресурсами организма и повреждается в результате действия токсинов, выделяющихся при микробиологическом синтезе бактерий. Взаимодействия представлены на рис. 1.

Подробное рассмотрение легочного древа является трудной задачей ввиду большого количества разветвлений системы бронхов и множества альвеол, осуществляющих газообмен.

В настоящей модели легкие представляются в виде пористой среды, в которой порами являются альвеолы легких. Данный подход представлен в ряде работ [2, 3].

Подмодель иммунного ответа основывается на гуморальном механизме, поскольку он вносит наибольший вклад при антибактериальной защите [4].

В качестве эволюционной модели для бактериальной популяции была выбрана модель Моно [4], в которой полагается, что численность популяции зависит от концентрации субстрата – питательного вещества. Качественно данная зависимость представлена на рис. 2.

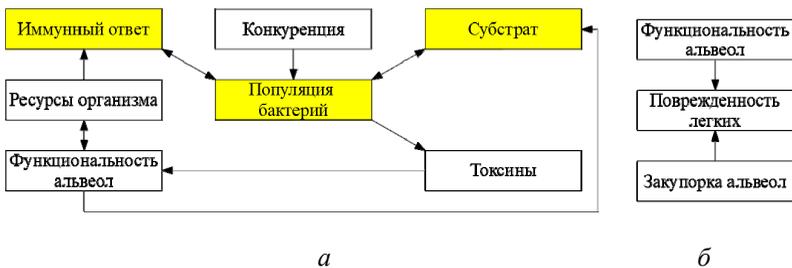


Рис. 1. Схемы: а – влияния факторов на размножение бактерий; б – компонентов поврежденности легких

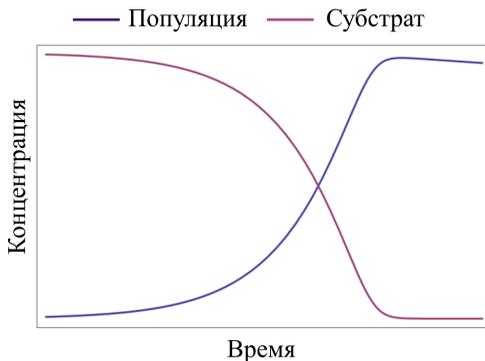


Рис. 2. Характер изменения численности и концентрации субстрата модели Моно

Сформулирована математическая постановка для трехмерной задачи распространения бактериальной популяции в пористой среде.

Вводится система, описывающая изменения концентраций бактериальной популяции, субстрата и компонентов иммунного ответа. Модель Моно входит в качестве массовых сил для изменения концентрации бактериальной популяции и субстрата. Система дополняется начальными и граничными условиями 1-го и 2-го рода.

В ходе работы проведен анализ существующих моделей. Сформулирована концептуальная постановка. Приведена математическая постановка для трехмерной задачи распространения бактериальной популяции в пористой среде. Получены результаты численных экспериментов.

Список литературы

1. Математическая модель эволюции функциональных нарушений в организме человека с учетом внешних факторов / П.В. Трусов, Н.В. Зайцева, Д.А. Кирьянов, М.Р. Камалдинов, М.Ю. Цинкер, В.М. Чигвинцев, Д.В. Ланин // Математическая биология и биоинформатика. – 2012. – № 2. – С. 589–610.

2. Цинкер М.Ю. Трехмерное моделирование дыхательной системы человека для задач оценки рисков здоровью при ингаляционной экспозиции химических веществ // Гигиена и санитария. – 2016. – Т. 95. – № 1. – С. 90–93.

3. DeGroot C.T., Straatman A.G. A conjugate fluid-porous approach for simulating airflow in realistic geometric representation of the human respiratory system // Journal of Biomechanical Engineering. – 2016. – Vol. 138, № 3. DOI: 10.1115/1.4032113

4. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. – М., 1991. – 304 с.

5. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии. – М.; Ижевск, 2003.

АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ОБРАЗЦОВ В ОБЛАСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ

Е.М. Струнгарь, Т.В. Третьякова, В.Э. Вильдеман

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, sem.spaskova@mail.ru

В работе проведены экспериментальные исследования образцов слоистых композиционных материалов с предварительно заложенными технологическими дефектами, соответствующими возможной непропрессовке слоев материала в заданной ограниченной области с целью их обнаружения различными современными средствами и методами диагностики. В результате испытаний получены экспериментальные данные при растяжении и совместном растяжении с кручением композитных пластин, демонстрирующие наличие неоднородных полей деформаций, а также изменение деформаций в окрестности дефекта.

Ключевые слова: экспериментальная механика, внутренний дефект, сложное напряженное состояние, метод корреляции цифровых изображений, инфракрасная термография.

Необходимость своевременного обнаружения технологических дефектов приводит к задачам, связанным с оперативным контролем состояния конструкций и их последующим ремонтом с целью продления ресурса. Широким классом композиционных материалов, используемых при производстве конструкций для авиастроения, являются слоистые материалы. Для таких материалов основными видами повреждений, предшествующих механической потере несущей способности и работоспособности элементов конструкции, являются расслоение, накопление повреждений в полимерной матрице и на более поздней стадии разрывы волокон ткани [1, 2]. Надежная система мониторинга состояния конструкций из полимерных композиционных материалов в настоящее время предполагает использование оптических волокон с нанесенными брэгговскими решетками. С помощью внедрения волоконно-оптических датчиков в состав композитных материалов осуществляется проверка соответствия элементов техническим условиям, а также мониторинг конструкционной целостности по сроку его

службы. Большое количество экспериментальных исследований посвящено возможностям использования оптических волокон в композитах [3, 4]. При эксплуатации изделий из композиционных материалов со встроенными оптоволоконными датчиками для анализа механического поведения особое значение приобретают оценки адекватности сигналов, полученных с датчиков при действии нагрузок сложного вида [5].

В работе предложена методика проведения испытаний образцов с предварительно заложенными технологическими дефектами при сложных режимах нагружения с использованием средств регистрации данных и неразрушающих методов контроля [6]. Механические испытания на растяжение с кручением проводились на двухосевой сервогидравлической испытательной системе Instron 8850 при комнатной температуре 23 °С. В процессе нагружения образцов регистрировались поля деформаций на одной из поверхностей образцов с использованием бесконтактной видеосистемы регистрации полей перемещений и деформаций Vic3D. Температурные поля в процессе нагружения регистрировались инфракрасной тепловизионной системой Flir SC7600. Для регистрации деформаций на поверхности образцов в зоне дефектов использовались наклеиваемые оптоволоконные датчики.

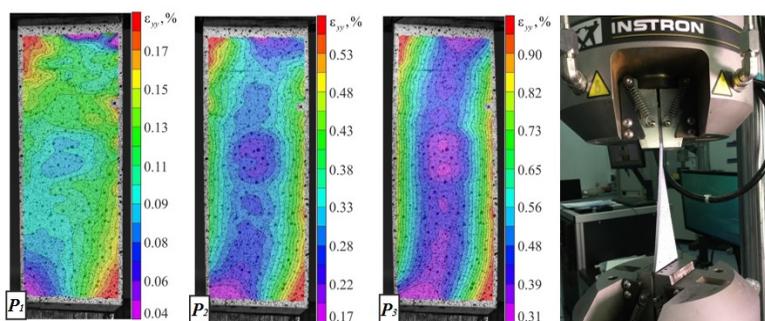


Рис. Эволюция полей продольных деформаций для образца с дефектом 20×20 мм²

Представляет интерес анализ эволюции неоднородных полей продольных деформаций на поверхности исследуемых образцов в процессе нагружения. На рисунке представлены деформационные поля для образца с дефектом $20 \times 20 \text{ мм}^2$ при нагрузках $P_1=10 \text{ кН}$, $P_2=30 \text{ кН}$, $P_3=50 \text{ кН}$.

Падение значений продольной деформации соответствует области расположения дефекта в образце. На поверхности отмечается неоднородность полей в центральной части образца. По мере увеличения нагрузки возрастает степень неоднородности в области внутреннего дефекта.

Исследование выполнено в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при поддержке Российского научного фонда (проект № 15-19-00243).

Список литературы

1. Экспериментальное исследование влияния дефектов на прочность композитных панелей методами корреляции цифровых изображений и инфракрасной термографии / Д.С. Лобанов, В.Э. Вильдеман, Е.М. Спаскова, А.И. Чихачев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 4. – С. 159–170.

2. Механика материалов. Методы и средства экспериментальных исследований: учеб. пособие / В.Э. Вильдеман, А.В. Бабушкин, М.П. Третьяков [и др.]; под ред. В.Э. Вильдемана. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 165 с.

3. Измерение неоднородных полей деформаций встроенными в полимерный композиционный материал волоконно-оптическими датчиками / А.Н. Аношкин, А.А. Воронков, Н.А. Кошелева, В.П. Матвеев, Г.С. Сероваев, Е.М. Спаскова, И.Н. Шардаков, Г.С. Шипунов // Механика твердого тела. – 2016. – № 5. – С. 42–51.

4. Лобанов Д.С., Шипунов Г.С., Воронков А.А. Оценка работоспособности и целесообразности использования внедренных в композиционный материал волоконно-оптических датчи-

ков при повышенных температурах // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2017. – № 50. – С. 36–45.

5. Оценка работоспособности внедренных в композитный материал волоконно-оптических датчиков с использованием данных цифровой оптической видеосистемы анализа деформаций / В.Э. Вильдеман, Е.М. Струнгарь, Д.С. Лобанов, А.А. Воронков // Дефектоскопия. – № 1. – 2018. – С. 65–71.

6. Вильдеман В.Э., Третьякова Т.В. Исследование развития трещин при сложных режимах нагружения методом корреляции цифровых изображений // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2012. – Т. 78. – № 6. – С. 54–58.

КИНЕТИКА ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ ПРИ СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Т.В. Третьякова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, ivanov@ya.ru

Работа посвящена экспериментальному исследованию закономерностей неупругого деформирования в условиях проявления деформации Чернова – Людерса и эффекта Портевена – Ле Шателье при различных видах напряженно-деформированного состояния на примере конструкционных углеродистых сталей и Al–Mg сплавов. Рассмотрены методические аспекты, связанные с переходом в цилиндрическую систему координат при построении полей перемещений на поверхности трубчатых образцов. Проведен анализ кинетики инициирования и развития деформационных полос локализованного пластического течения на основе регистрации эволюции неоднородных деформационных и температурных полей.

Ключевые слова: прерывистая текучесть, эффект Чернова – Людерса, эффект Портевена – Ле Шателье, метод корреляции цифровых изображений, инфракрасная термография, поле деформаций, локализация деформаций.

К числу актуальных задач механики деформируемого твердого тела относится комплексное исследование механического поведения и выявление закономерностей механического поведения конструкционных металлов и сплавов в условиях проявления пространственно-временной неоднородности пластического течения при сложных термомеханических воздействиях на основе развития современных методов экспериментальной механики при совместном использовании испытательных систем, высокоточных средств измерений и бесконтактных систем регистрации деформационных полей, методов неразрушающего контроля.

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию закономерностей неупругого деформирования в условиях проявления пространственно-временной неоднородности пластического течения при различных видах напряженно-деформированного состояния в испытаниях на растяжение и кручение сплошных цилиндрических и трубчатых образцов конструкционных углеродистых сталей и Al–Mg сплавов.

Проведен анализ кинетики инициирования и развития деформационных полос локализованного пластического течения (полос Чернова – Людерса и Портевена – Ле Шателье) на основе регистрации эволюции неоднородных деформационных и температурных полей с использованием бесконтактной трехмерной цифровой оптической системы Vic-3D и тепловизора FLIR SC7700M соответственно. Работа направлена на получение данных о влиянии вида напряженно-деформированного состояния на квазипериодический характер развития при прерывистой пластической текучести, заключающийся в чередовании стадий возникновения и развития локальных зон активного пластического течения материала (инициирование и распространение деформационных полос) и стадий макроскопического выравнивания уровня деформации по образцу.

Для отработки методических вопросов экспериментального изучения неоднородных полей деформаций и температур

в условиях плоского напряженного состояния реализована серия механических испытаний на одноосное растяжение, кручение и растяжение с кручением трубчатых образцов алюминиевого сплава АД31 с номинальным внешним диаметром 30 мм и толщиной стенки 2 мм с концентратором в виде сквозного отверстия диаметром 5 мм. Закрепление образцов осуществлялось с использованием захватов цангового типа с применением цанг с диапазоном рабочего диаметра 28–30 мм. Нагружение образцов производилось на универсальной двухосевой (растяжение/кручение) сервогидравлической испытательной системе Instron 8850 (± 100 кН, ± 1000 Н·м, 30 Гц) с применением специализированных гидравлических захватов цангового типа. Рассмотрены методические аспекты, связанные с переходом в цилиндрическую систему координат при построении полей перемещений на поверхности трубчатых образцов.

В качестве примера на рис. 1 приведена зависимость изменения крутящего момента (M , Н·м) от угла закручивания (φ , deg) при кручении трубчатого образца с концентратором. Скорость закручивания составляла 10 % /мин.

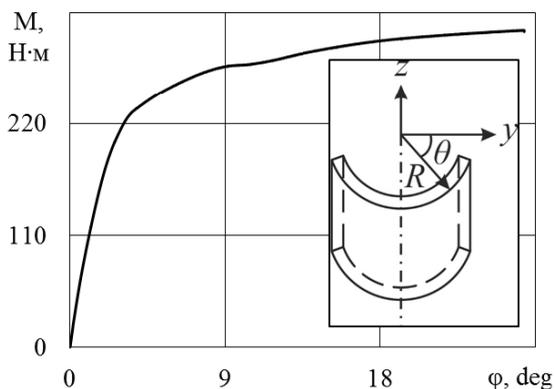


Рис. 1. Зависимость изменения крутящего момента от угла закручивания при кручении трубчатого образца с концентратором

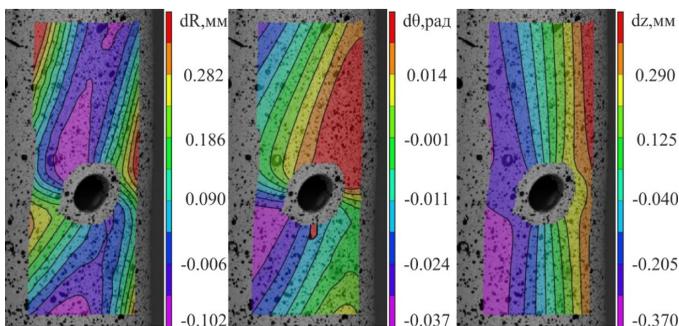


Рис. 2. Конфигурация поля перемещений в цилиндрической системе координат на его поверхности

Конфигурация неоднородного поля перемещений в цилиндрической системе координат соответствует максимальному значению крутящего момента (рис. 2). Таким образом, методом корреляции цифровых изображений получены результаты анализа эволюции полей перемещений в области концентраторов (в виде сквозного отверстия) в условиях плоского напряженного состояния.

Работа выполнена в ЦКП «Центр экспериментальной механики» при финансовой поддержке РФФИ и Пермского края в рамках научного проекта № 17-48-590158.

Список литературы

1. Ломакин Е.В., Третьякова Т.В., Вильдеман В.Э. Эффект квазипериодической гомогенизации пластических деформаций в процессе растяжения образцов алюминий-магниевого сплава // ДАН. – 2015. – Т. 461, № 2. – С. 168–171. DOI: 10.7868/S0869565215080095
2. Закономерности развития неоднородных полей при закритическом деформировании стальных образцов в условиях растяжения / В.Э. Вильдеман, Е.В. Ломакин, Т.В. Третьякова, М.П. Третьяков // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2016. – № 5. – С. 132–139.

3. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьякова Т.В. Запаздывание текучести и пространственно-временная неоднородность пластического деформирования углеродистой стали // Известия Рос. акад. наук. Механика твердого тела. – 2015. – № 4. – С. 56–67.

БИОМЕХАНИКА МЕЖФАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ «ВОДА–БАКТЕРИИ–УГЛЕВОДОРОД»

Е.В.Феоктистова¹, М.А.Осипенко¹, М.С.Куюкина²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, Ekaterina_feoktistova@bk.ru,

²Институт экологии и генетики микроорганизмов УрО РАН,
Пермь, Россия, kuyukina@iegm.ru

Разработаны детерминированная и вероятностная модели для прогнозирования нестабильного поведения бактерий рода *Rhodococcus*, а также предложена модель формирования биоплёнки родококками на границе раздела фаз: клеточная суспензия и жидкий углеводород. В предложенной математической модели своеобразная временная зависимость межфазного натяжения объясняется лавинообразным возникновением единого кластера клеток, что в отсутствие измерений привело бы к скачкообразному уменьшению межфазного натяжения, а в присутствии измерительного кольца приводит к случайным осцилляциям натяжения за счет случайного взаимодействия кольца с пленкой бактерий.

Ключевые слова: *Rhodococcus*, бактериальная пленка, межфазное натяжение, математическая модель, метод Монте–Карло.

Одним из основных загрязняющих факторов окружающей среды во всем мире являются нефть и нефтепродукты. Потребляя каждый день около 14 млн т нефти, промышленность в процессе её транспортировки и переработки, за счёт утечек и экологических происшествий различного уровня, ежегодно выбрасывает в окружающую среду несколько тысяч тонн этого сырья. Проблема загрязнения приобрела огромную актуальность как во всём мире, так и в нашей стране. Один из самых эффективных способов ликвидировать нефтепродукт является применение биосорбентов [1].

Актинобактерии рода *Rhodococcus* являются представителями группы экологически значимых микроорганизмов, окисляющих природные и антропогенные углеводороды. Также способность родококков разлагать различные ксенобиотики эффективно используется в природоохранных целях; на основе представителей *Rhodococcus* spp. создаются различные биопрепараты для биоремедиации земель и воды [2].

Реализация биотехнологического потенциала родококков предусматривает всестороннее изучение механизмов их адгезии к различным углеводородам. При этом характерным явлением, которое в настоящее время интенсивно исследуется, оказывается формирование биопленок [3], особенно на границе раздела жидких фаз [4–5]. В частности, нами изучаются закономерности адгезии клеток родококков к жидким *n*-алканам. С помощью установки Sigma 701 проведен эксперимент по измерению методом отрыва кольца межфазного натяжения в системе «*n*-гексадекан – клеточная суспензия *R. ruber* ИЭГМ 123». Эксперимент показывает, что с течением времени межфазное натяжение в среднем уменьшается, но в определенном временном интервале его изменение имеет случайный, быстроосциллирующий характер.

Целью настоящей работы является построение теоретического объяснения этой зависимости.

Предполагается, что концентрация клеток на межфазной границе $n(t) = n_1 (1 - \exp(-t/t_1))$, где t – время; n_1 , t_1 – постоянные. Межфазное натяжение: $\sigma(t) = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_1(s(n(t))))n(t)/n_1$, где $\sigma_1(s) = \sigma_{10} - (\sigma_{10} - \sigma_{11})s$; $0 \leq s(n) \leq 1$ – случайная величина (степень образования единой биопленки) со средним значением и среднеквадратическим отклонением соответственно,

$$Ms(n) = 1/2 + (1/\pi) \arctg((n - n_2)/n_3),$$

$\sqrt{Ds(n)} = An^{2B}(1-n)^B$, где σ_0 , σ_{10} , σ_{11} , n_2 , n_3 , A , B – постоянные. Построенная модель адекватно описывает эксперименталь-

ные данные (рис. 1); соответствующая теоретическая зависимость приведена на рисунке (более тонкая линия, не проходящая непосредственно через точки).

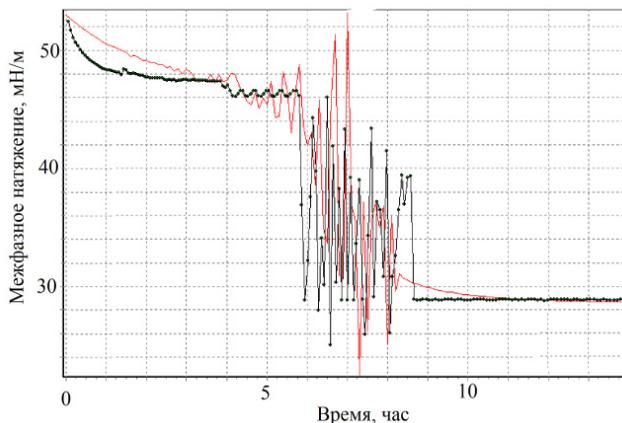


Рис. 1. Зависимость межфазного натяжения от времени

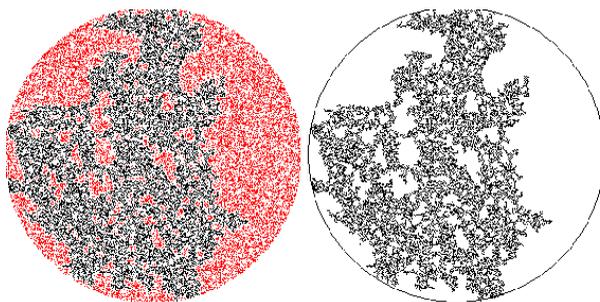


Рис. 2. Скопление бактерий (а); наибольший кластер (б)

По мере накопления клеток на межфазной границе, межфазное натяжения постепенно уменьшается. При достаточно большой концентрации возникают качественно новые явления. Во-первых, за счёт межклеточного взаимодействия формируются клеточные кластеры (рис. 2), которые при некотором критическом значении концентрации объединяются в один кластер.

Во-вторых, измерительное кольцо при каждом измерении случайным образом разрушает этот кластер. В отсутствие измерений межфазное натяжение снижалось бы плавно. При наличии разрушения межфазное натяжение меняется случайно и скачкообразно (рис. 3). Практически моделирование указанных случайных процессов проводилось методом Монте–Карло.

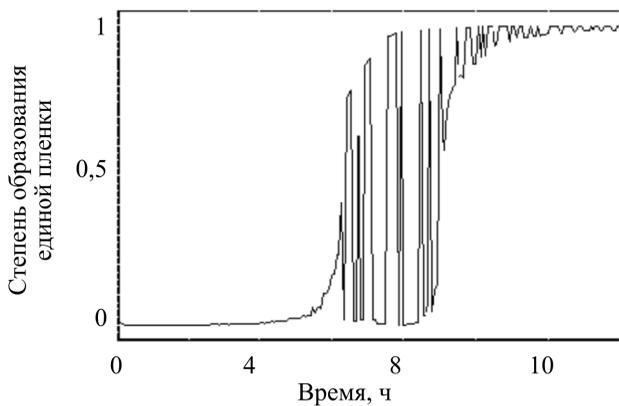


Рис. 3. Степень разрушения кольцом пленки бактерий

В данной работе предложена теория перемещения бактерий в жидкой субстанции, которая основана на возможном проявлении эффекта конвекции. Рассмотрены теория о возможном наложении слоев бактерий (рис. 4), а также эффект «случайного блуждания» (рис. 5).

Результаты. Полученная математическая зависимость полностью соответствует имеющимся экспериментальным данным.

Вывод. Проведено моделирование данных эксперимента, но модель допускает дальнейшее развитие, которое должно состоять в уточнении механизма межклеточного взаимодействия, приводящего к образованию бактериальных кластеров. Также необходимо создать новую модель «случайного блуждания», которая будет учитывать все факторы.

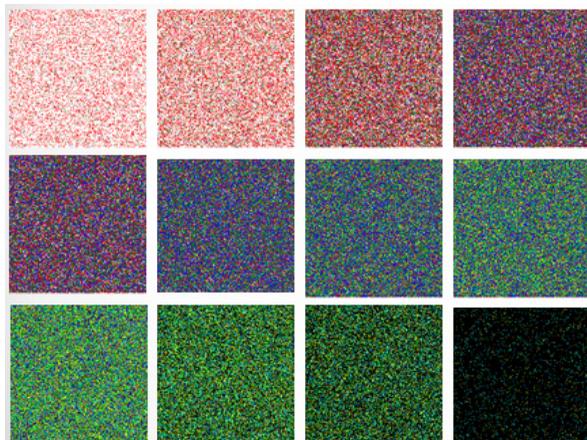


Рис. 4. Возможное распределение слоёв бактерий в системе «вода–бактерии–углеводород»

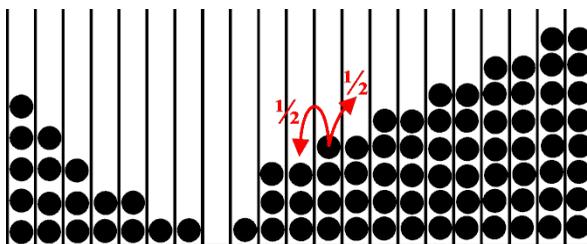


Рис. 5. Модель «случайного блуждания» на межфазной границе

Список литературы

1. Перспективы применения биосорбентов для очистки водоемов при ликвидации аварийных разливов нефти / Е.А. Артюх, А.С. Мазур, Т.В. Украинцева, Л.В. Костюк // Известия СПбГТИ (ТУ). – 2014. – № 26. – С. 58–66.

2. Kuykina M.S., Ivshina I.B. Application of Rhodococcus in bioremediation of contaminated environments // Microbiology Monographs / Ed. A. Steinbuchel. – Springer-Verlag, Dordrecht, London, New York, 2010. – Vol. 16. – P. 231–262.

3. Николаев Ю.А., Плакунов В.К. Биопленка – «город микробов» или аналог многоклеточного организма? // Микробиология. – 2007. – Т. 76, № 2. – С. 149–163.

4. Mechanical properties of hexadecane–water interfaces with adsorbed hydrophobic bacteria / Z. Kang, A. Yeung, J.M. Foght, M.R. Gray // Colloids and Surfaces B: Biointerfaces. – 2008. – 62. – P. 273–279.

5. Hydrophobic bacteria at the hexadecane–water interface: examination of micrometre scale interfacial properties / Z. Kang, A. Yeung, J.M. Foght, M.R. Gray // Colloids and Surfaces B: Biointerfaces. – 2008. – 67. – P. 59–66.

РОЛЬ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ДЕТЕКТИРОВАНИИ ПОВРЕЖДЕНИЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

М.М. Гончаров, А.Н. Кондрашов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, 123goncharov@mail.ru, akon.psu@yandex.ru

Обсуждаются вопросы построения адекватной математической модели адиабатического истечения газа из цилиндрического отверстия в воздушный зазор между деформируемой теплоизолирующей оболочкой и нагретой металлической поверхностью трубопровода, а также возможности её использования для интерпретации показаний интегральных оптоволоконных датчиков температуры.

Ключевые слова: CFD, FSI, дросселирование, сверхзвуковое течение, анализ повреждений трубопроводов.

Поломка магистральных труб – очень распространенное явление*. Порой это может привести к потерям экономического характера или к техногенной катастрофе. Поэтому своевременное обнаружение места утечки, особенно в случае сильно про-

* Савина А. В., Сумской С. И., Лисанов М. В. Анализ риска аварий на магистральных трубопроводах при обосновании минимальных безопасных состояний // Безопасность труда в промышленности. – 2012. – №. 3. – С. 58–63.

тяжелого трубопровода, остается крайне важной задачей, несмотря на большое количество существующих решений. Для локализации разрывов часто применяются электронные или оптоволоконные интегральные датчики температуры. Однако в ходе эксплуатации измерительной системы возникает проблема интерпретации их показаний, ведь повреждения, произошедшие в разных местах трубопровода, могут привести к абсолютно различным структурам теплового поля на поверхности внешней трубы. Например, если разрыв происходит под непроницаемой теплоизолирующей оболочкой, вытекший газ организует зазор, внутри которого организуется интенсивное течение. Такое течение экранирует теплоизоляционный материал от поверхности трубы и тем самым изменяет интенсивность теплоотдачи. Более того, в различных областях может происходить как понижение температуры в результате расширения газа, так и повышение, обусловленное сжатием. Поэтому на поверхности теплоизоляции способна возникнуть достаточно сложная структура температурного поля. В докладе будут обсуждаться вопросы построения адекватной математической модели такого процесса, а также возможности её использования для интерпретации показаний интегральных оптоволоконных датчиков температуры.

В ходе выполнения поставленной задачи была решена задача об адиабатическом истечении газа из цилиндрического отверстия в воздушный зазор между теплоизолирующей оболочкой и нагретой металлической поверхностью трубопровода. Возникшее течение считалось трансзвуковым и изменяло тепловые граничные условия на внутренней поверхности теплоизоляционного материала, а также приводило к высокочастотным колебаниям этой поверхности. В связи с этим исследовалась зависимость распределения температуры на внешней поверхности теплоизоляции от величины её установившейся деформации, т.е. от различных значениях внутреннего давления в трубе, модуля упругости и толщины теплоизолятора (рис. 1, 2).

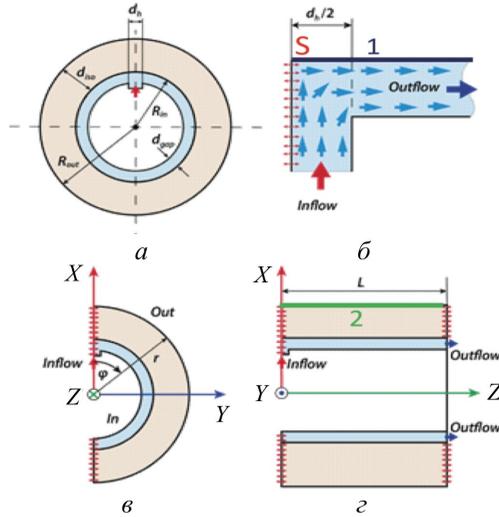


Рис. 1. Схема задачи и система координат: *a* – поперечный срез трубопровода; *б* – принципиальная схема течения газа в зазоре; *в* – *XY* – проекция расчетной области; *г* – *XZ* – проекция расчетной области

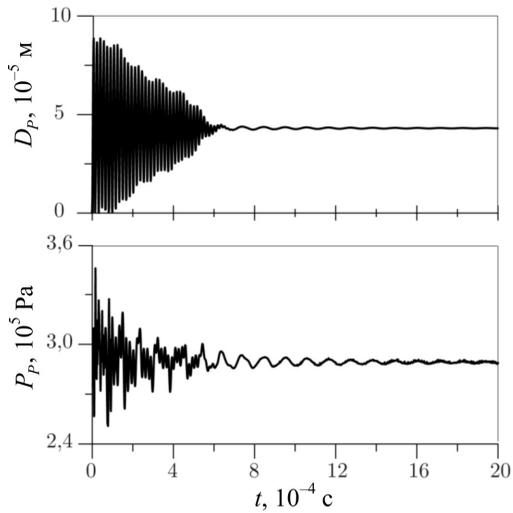


Рис. 2. Отклонение от положения равновесия и давление в точке *S*

В ходе выполнения численного моделирования были получены результаты, показывающие стремительное повышение температуры в результате резкого сжатия высвободившегося газа вблизи повреждений и охлаждение с обратной стороны трубы. Проведены оценки минимального времени регистрации разрыва, необходимой точности оборудования, а также сформулированы рекомендации по способу установки чувствительных элементов интегральных оптоволоконных датчиков температуры. Также изучен спектр частот колебаний теплоизолятора при различных управляющих параметрах, что может быть использовано в проектировании акустических датчиков разрыва труб.

МОДЕЛИ СОВМЕСТНОГО ПРОТЕКАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

С.В. Фирсов¹, А.Н. Прокудин²

Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения РАН,
Комсомольск-на-Амуре, Россия,
¹firsov.s.new@yandex.ru, ²sunbeam_85@mail.ru

Рассмотрены несколько вариантов совместного учёта двух механизмов накопления необратимых деформаций: ползучести и пластичности. Построена математическая модель антиплоской задачи движения среды в цилиндрическом канале под действием градиента давления. Произведён численный эксперимент на основе построенной модели. Сравнены результаты для разных моделей совместного учёта деформаций ползучести и пластичности.

Ключевые слова: большие деформации, антиплоская деформация, упруговязкопластичность, степенной закон Нортона.

В данной работе рассмотрена задача антиплоской деформации течения среды в цилиндрическом канале под действием задаваемого градиента давления. Для исследования используется теория больших деформаций [1, 2], исходящая из формализма неравновесной термодинамики. Текущая работа является логиче-

ским развитием работ [3, 4], в которых использовалась сходная постановка задачи, но только для пластического течения, а также является продолжением работы [5], в которой рассматривался только первый этап деформации, обусловленной ползучестью.

В соответствии с выбранной теорией обратимые и необратимые деформации определяются дифференциальными уравнениями переноса, принимающими в нашем случае вид: для необратимых деформаций:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{rr}}{dt} &= \gamma_{rr} (1 - 2p_{rr}) - p_{rz} (2\gamma_{rz} + v_{,r} (1 - z')); \quad \frac{dp_{\varphi\varphi}}{dt} = \gamma_{\varphi\varphi} (1 - 2p_{\varphi\varphi}); \\ \frac{dp_{zz}}{dt} &= \gamma_{zz} (1 - 2p_{zz}) - p_{rz} (2\gamma_{rz} - v_{,r} (1 - z')); \\ \frac{dp_{rz}}{dt} &= \gamma_{rz} (1 - p_{rr} - p_{zz}) + \frac{1}{2} v_{,r} (1 - z') (p_{rr} - p_{zz}) - p_{rz} (\gamma_{zz} + \gamma_{rr}), \end{aligned} \quad (1)$$

а для обратимых деформаций:

$$\begin{aligned} \frac{de_{rr}}{dt} &= \gamma_{rr} (e_{rr} - 1) + e_{rz} \left(\gamma_{rz} - v_{,r} \left(\frac{3}{2} - z' \right) \right); \quad \frac{de_{\varphi\varphi}}{dt} = \gamma_{\varphi\varphi} (e_{\varphi\varphi} - 1); \\ \frac{de_{zz}}{dt} &= \gamma_{zz} (e_{zz} - 1) + e_{rz} \left(\gamma_{rz} + v_{,r} \left(\frac{1}{2} - z' \right) \right); \\ v_{,r} (2 + e_{rr} - 3e_{zz} - z' (3e_{rr} - e_{zz})) &= 4 \frac{de_{rz}}{dt} + 2\gamma_{rz} (2 - e_{rr} - e_{zz}) - \\ &- 4e_{rz} (\gamma_{rr} + \gamma_{zz}), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$z' = A^{-1} \left(B^2 (e_{zz} - e_{rr}) + B (e_{zz}^2 - e_{rr}^2) + e_{rz}^2 (e_{rr} - e_{zz}) + e_{rr} e_{zz} (e_{zz} - e_{rr}) \right);$$

$$A = 8 - 8E_1 + 3E_1^2 - E_2 - \frac{1}{3}E_1^3 + \frac{1}{3}E_3;$$

$$B = 2 - E_1; E_1 = e_{jj}; \quad E_2 = e_{jm} e_{mj}; \quad E_3 = e_{jm} e_{mn} e_{nj}. \quad (3)$$

В приведенных соотношениях γ_{ij} – источник необратимых деформаций. При упругости он равен нулю. При ползучести или пластичности он соответственно равен скоростям деформации ползучести или пластичности.

Рассмотрим случай совместного протекания механизмов ползучести и пластического течения. Для описания ползучести воспользуемся степенным законом Нортона с потенциалом Мизеса. В итоге получим следующие формулы для описания ползучести:

$$\varepsilon_{ij}^v = \frac{3}{2} B n \Sigma^{n-2} \tau_{ij}; \quad \Sigma^2 = \frac{3}{2} \tau_{ij} \tau_{ij}; \quad \tau_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}. \quad (4)$$

Для описания пластичности используем модель вязкопластичности с расширенным потенциалом Мизеса:

$$\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{\eta} \frac{\Sigma - 2k}{\Sigma} \tau_{ij}, \quad \Sigma = \sqrt{\frac{3}{2} \tau_{ij} \tau_{ij}}. \quad (5)$$

Рассмотрим три модели для источника необратимых деформаций. Первая модель – раздельный учёт ползучести и пластичности для области пластического течения Ω_p :

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \varepsilon_{ij}^v, & r \in \Omega_v; \\ \varepsilon_{ij}^p, & r \in \Omega_p. \end{cases} \quad (6)$$

Вторая модель – учёт накопленных скоростей ползучести при наступлении пластического течения:

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \varepsilon_{ij}^v, & r \in \Omega_v; \\ \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^0, & r \in \Omega_p. \end{cases} \quad (7)$$

И третья модель – одновременный учёт и скоростей ползучести, и скоростей пластичности:

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \varepsilon_{ij}^v, r \in \Omega_v; \\ \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^v, r \in \Omega_p. \end{cases} \quad (8)$$

Проведя численные расчёты по представленным моделям, получили следующие результаты. На рис. 1 представлены графики изменения компонент обратимых и необратимых деформаций на правой границе среды. Как видно из них, разница между результатами, полученными с помощью трех представленных моделей, не очень велика, за исключением компоненты p_{rr} . Но если посмотреть на рис. 2, на котором представлены распределения

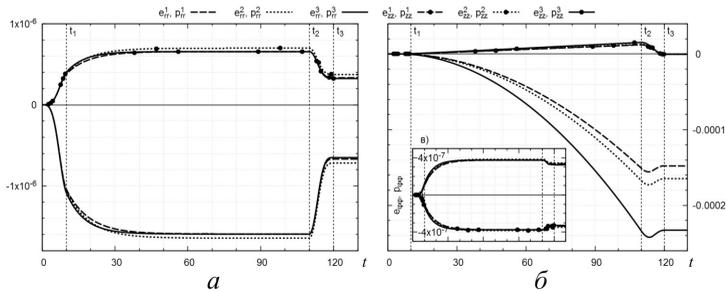


Рис. 1. Изменение компонент деформаций на правой границе: a – обратимых; b – необратимых; v – $e_{\varphi\varphi}$ и $p_{\varphi\varphi}$

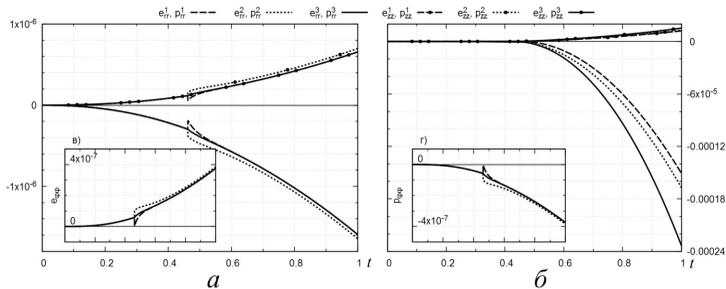


Рис. 2. Распределение деформаций при $t = t_2$: a – обратимых; b – необратимых; v – $e_{\varphi\varphi}$; z – $p_{\varphi\varphi}$

компонент деформаций внутри среды перед началом разгрузки, то можно наблюдать разрыв деформаций на границе области пластичности для первых двух моделей. Для третьей модели такого разрыва не наблюдается. Это можно обосновать наличием разрыва в функции источника необратимых деформаций. Причем в случае второй модели этот разрыв меньше, чем для первой. В случае третьей модели наблюдается лишь небольшой перегиб.

Список литературы

1. Буренин А.А., Быковцев Г.И., Ковтанюк Л.В. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях // ДАН. – 1996. – Т. 347, № 2. – С. 199–201.
2. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В. Большие необратимые деформации и упругое последствие. – Владивосток: Дальнаука, 2013. – 312 с.
3. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В., Мазелис А.Л. Развитие прямолинейного осесимметричного вязкопластического течения и упругое последствие после его остановки // Прикл. механика и техн. физика. – 2010. – Т. 51, № 2. – С. 261–268.
4. Буренин А. А., Ковтанюк Л.В. Развитие и торможение течения упруговязкопластической среды в цилиндрической трубе // ПММ. – 2013. – Т. 77. – Вып. 5. – С. 788–798.
5. Firsov S.N., Prokudin A.N. Antiplane axisymmetric creep deformation of incompressible medium // Журнал Сибирского федерального университета. Сер. Математика и физика. – 2015. – Т. 8, № 4. – С. 406–415.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ
ФИБРОЗНОГО КОЛЬЦА НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА НДС
МЕЖПОЗВОНОЧНОГО ДИСКА**

Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, horosh-den@mail.ru

Продолжается разработка конечно-элементной модели межпозвоночного диска L4-L5 в поясничном отделе позвоночника. В качестве первого приближения рассматривается двухмерная модель в сагиттальной плоскости. Задача решается как пороупругая по теории Био. Рассмотрены две модели, которые отличаются проницаемостью в фиброзном кольце. Представлено сравнение результатов расчета напряженно-деформированного состояния между моделями с использованием программного пакета Ansys. Цель данной статьи изучить зависимость результатов от проницаемости фиброзного кольца.

Ключевые слова: межпозвоночный диск, пороупругая модель, поясничный отдел, фиброзное кольцо.

Позвоночник – это своего рода главный стержень тела, обеспечивающий ему статическую устойчивость и динамическую активность. Однако каждый человек в мире хотя бы раз в жизни испытывал боль в спине. Она не зависит от пола или возраста человека, возникает лишь раз или возвращается снова и снова. Согласно исследовательским данным более половины жителей мира периодически испытывают боли в спине и около 80 % из них приходится на поясничный отдел позвоночника [1]. Как показывает врачебная практика, почти в половине случаев боль в поясничном отделе позвоночника связана с грыжей межпозвоночного диска L4–L5.

За основу взята модель из статьи [2], где смоделирован межпозвоночный диск L4-L5 в сагиттальной плоскости. На рис. 1 представлена расчетная схема модели. Рассматривается напряженно деформированное состояние межпозвоночного диска L4-L5. Задача решается как пороупругая по теории Био [3]. Позвонок L5

жестко закреплен, а к позвонку L4 по линии S2 приложена распределенная нагрузка $P2=227$ кН/м, что соответствует нагрузке в 500 кг. Внутрисквозное давление $P1 = 0$ Па. Действие сил со стороны связок $\vec{H} = 0$ Н. На рис. 1 фиброзное кольцо разделено на мембраны (синие) и эластические волокна (красные). В текущей работе представлено влияние изменения проницаемости в фиброзном кольце межпозвоночного диска L4-L5 на результаты расчета НДС межпозвоночного диска. Цель данной статьи изучить зависимость результатов от проницаемости фиброзного кольца.

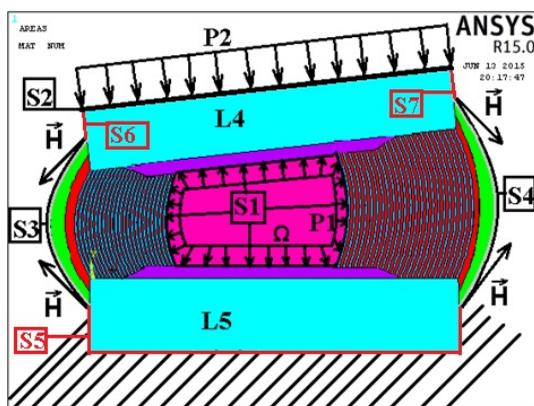


Рис. 1. Расчетная схема

В исследовании сравниваются результаты расчета НДС между моделями № 1 и 2. В модели № 1 проницаемость мембран и эластических волокон является величиной постоянной, а в модели № 2 изменяется по убывающей линейной функции так, что наибольшая величина проницаемости находится ближе к ядру диска. Размерность проницаемости $\text{м}^2/\text{Па}\cdot\text{с}$ по закону Дарси из статьи [3]:

$$x = 1,94 - 0,02 * n, n \in [1, 23], \tag{1}$$

$$y = 1,90 - 0,02 * n, n \in [1, 23], \tag{2}$$

$$x = 2,09 - 0,02 * n, n \in [1, 22], \quad (3)$$

$$y = 1,78 - 0,02 * n, n \in [1, 22]. \quad (4)$$

Формулы (1) и (2) характеризуют изменение проницаемости мембран, где x – проницаемость по оси x , а y – соответственно по оси y . Поскольку мембран всего 23, то n – количество мембран, где первая мембрана находится ближе к ядру диска, а 23-я дальше всех. Формулы (3) и (4) отображают изменение проницаемости эластических волокон, где x , y и n выполняют аналогичные функции. В данном случае волокон на единицу меньше, чем мембран, вследствие чего n изменяется до 22. Численная реализация модели проведена с использованием программного пакета Ansys. Получены распределения перемещений, напряжений и деформаций.

Поскольку максимальные значения перемещений одинаковы и поля перемещений идентичны друг другу, данный результат не представлен.

На рис. 2 и 3 представлены поля интенсивности упругих деформаций моделей № 1 и 2. Анализ изображений показывает, что максимальные значения интенсивности упругих деформаций различаются на 0,3 %, а в целом поля аналогичны.

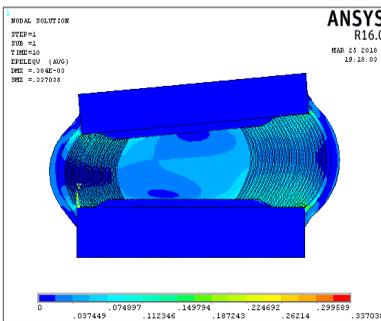


Рис. 2. Интенсивность упругих деформаций модели № 1

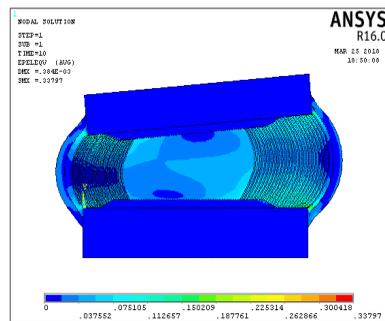


Рис. 3. Интенсивность упругих деформаций модели № 2

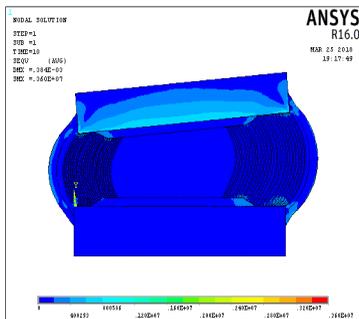


Рис. 4. Интенсивность упругих напряжений модели №1 в Па

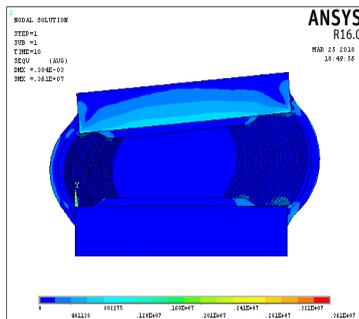


Рис. 5. Интенсивность упругих напряжений модели №2 в Па

Анализ результатов на рис. 4 и 5 показывает различие максимальных значений интенсивности упругих напряжений на 0,3 %, а поля интенсивности упругих напряжений так же не имеют видимых различий. Заметим, что наибольшие значения упругих напряжений располагаются на краях позвонка L4, что связано с его геометрией. В реальности края позвонков не прямые, а кругловатые.

Из всего вышеизложенного следует, что изменение проницаемости фиброзного кольца не влияет на полученные результаты. Это связано либо с малым изменением проницаемости по кольцу, либо с малым влиянием величины проницаемости.

Список литературы

1. Алексеев А. Боль в спине: факты и статистика [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.medhouse.ru/entries/273/> (дата обращения: 04.02.2018).
2. Хорошев Д.В., Ильялов О.Р. Построение пороупругой конечно-элементной модели межпозвоночного диска в поясничном отделе // Журнал магистров. – 2016. – Т. 1. – С. 498–507.
3. Тверье В.М., Миленин А.С. Биомеханика моделирования диска височно-нижнечелюстного сустава как пороупругого тела // Российский журнал биомеханики. – 2014. – Т. 18. – С. 294-310.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИИ ЗУБНОЙ ПАРЫ НА КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ПРОТЕТИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ

А.А. Каменских, К.С. Крецу, Т.Н. Устюгова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, anna_kamenskih@mail.ru

В работе, в рамках модельной задачи, исследовано контактное взаимодействие зубной пары через однослойную протетическую конструкцию из этиленвинилацетата (Eva). Исследование проходило в 3 этапа: анализ деформационного поведения зубной пары без учета протетической конструкции с учетом контактного взаимодействия по сопрягаемым поверхностям, анализ биомеханического контактного взаимодействия пары зубов через однослойную протетическую конструкцию, анализ влияния геометрии зубной пары на контактное взаимодействие пары зубов с учетом и без учета зубной шины. В рамках численного эксперимента получены характер распределения и уровни контактного давления, контактного касательного напряжения, интенсивности напряжений. Выявлены качественные и количественные закономерности изменения параметров зоны контакта.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, метод конечных элементов, индентор, упругопластическое поведение, биомеханическое поведение, этиленвинилацетат.

В рамках исследования рассмотрены расчетные схемы контактного взаимодействия пары зубов через однослойную протетическую конструкцию и без ее учета. Расчетные схемы отличаются геометрией зуба из нижнего зубного ряда. Сила индентирования варьируется в диапазоне 100–500 Н, коэффициент трения постоянный 0,3. На рис. 1 представлена схема контактного взаимодействия зубов.

В работе рассмотрена задача численного моделирования контактного взаимодействия зубов верхнего (1) и нижнего (2) зубного ряда через однослойную протетическую конструкцию (3). Рассмотрены три разных геометрических конфигурации зуба из нижнего зубного ряда (*a*, *b*, *в*) с разной по величине первоначальной площадкой контакта. Материал каппы Eva с модулем Юнга 17,1 МПа и коэффициентом Пуассона 0,46 проявляет уп-

ругопластические свойства [1], для его описания выбрана деформационная теория упругопластичности [2]. Твердые ткани зубов рассматриваются как упругий материала с модулем Юнга $80,4 \cdot 10^3$ МПа и коэффициентом Пуассона 0,3. Задача рассматривается с учетом фрикционного контактного взаимодействия по сопрягаемым поверхностям, учитывающего все типы контактных состояний [2].

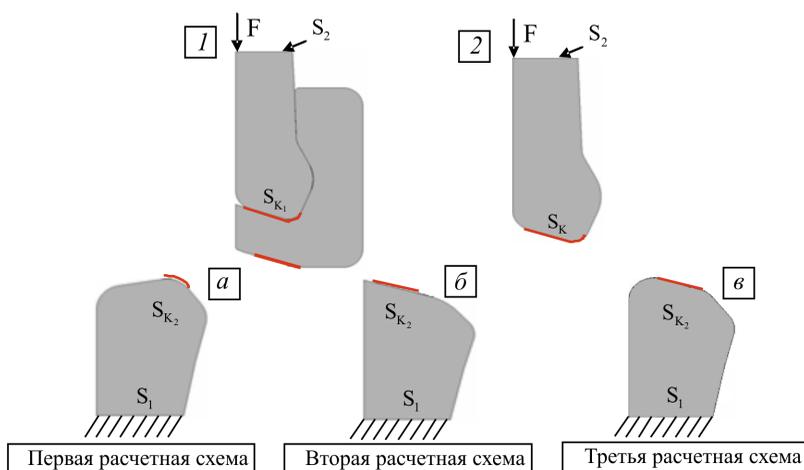


Рис. 1. Расчетные схемы: 1, 2 – контакт с учетом и без учета протетической конструкции соответственно; а, б, в – формы зубов из нижнего ряда

Особый интерес при реализации задачи контактного взаимодействия пары зубов через протетическую конструкцию представляет распределение пластических деформаций в капле. На рис. 2 представлен качественный характер распределения пластических деформаций при разном уровне силы индентирования в капле для трех расчетных схем.

Для 1-й и 3-й расчетной схемы пластические деформации появляются при $F = 100$ Н, при этом во 2-й расчетной схеме пластические деформации появляются только при $F = 200$ Н. Для всех расчетных схем при $F = 300$ Н характерно распределение

пластических деформаций вблизи областей контакта с зубной парой. С увеличением нагрузки (более 300 Н) происходит распределение пластических деформаций по всей толщине протетической конструкции с различной площадью распределения. При максимальном уровне силы индентирования пластические деформации 1-й расчетной схемы имеют больший уровень на меньшей площади, что связано с меньшей по величине поверхностью контакта, чем во 2-й и 3-й расчетных схемах. Уровень пластических деформаций 1-й расчетной схемы более чем в 2,5 раза больше, чем у двух оставшихся вариантов.

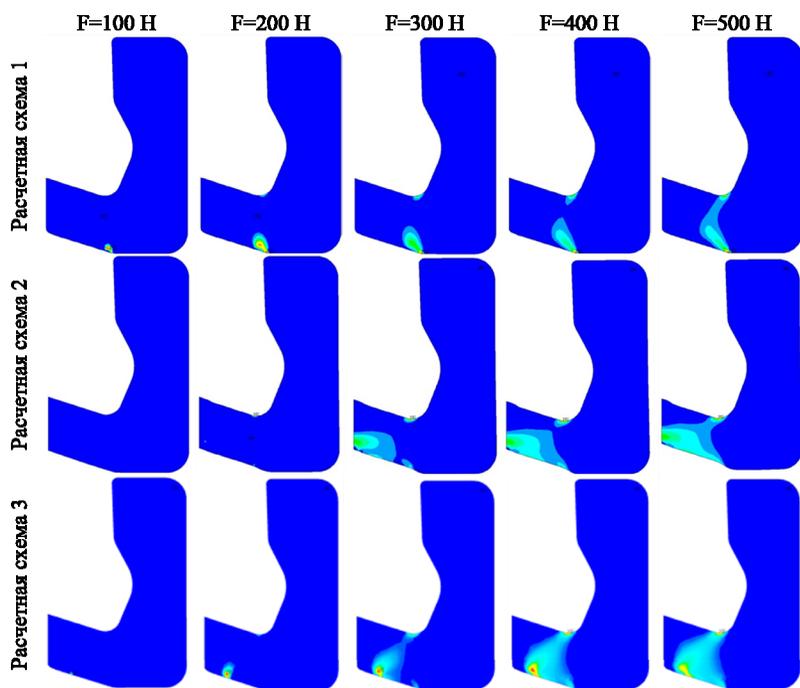


Рис. 2. Поля распределения пластических деформаций в каппе

На рис. 3, *а*, *б* представлено распределение уровней максимальных пластических деформаций и максимальной интен-

сивности напряжения в зависимости от силы индентирования соответственно.

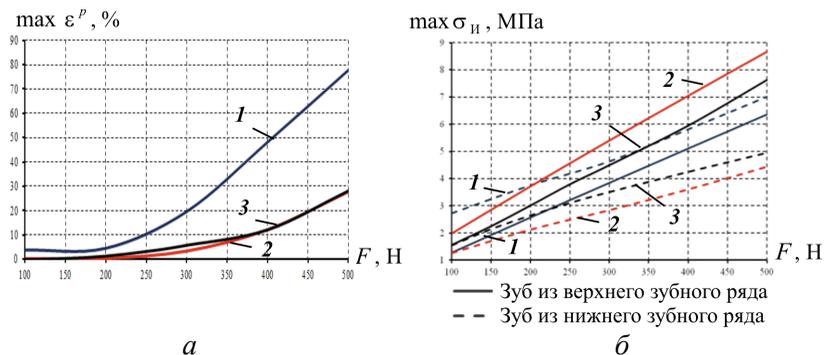


Рис. 3. Зависимости $\max \varepsilon^p$ от F (а):
 1 – первая, 2 – вторая и 3 – третья расчетная схема;
 $\max \sigma_{и}$ от F (б):
 1 – первая, 2 – вторая и 3 – третья расчетная схема

С увеличением силы индентирования уровень пластических деформаций возрастает нелинейно и достигает максимального значения 78 % для 1-й расчетной схемы и 28 % для 2-й и 3-й расчетных схем.

Как и следовало ожидать, максимальные уровни интенсивности напряжения при учете защитной протетической конструкции меньше по величине, чем при контакте зубов без учета защитной шины при одном уровне силы индентирования. Величина максимальной интенсивности напряжения для 1-й расчетной схемы без учета защитной протетической конструкции значительно превышает значение этой же величины для 2-й расчетной схемы, практически в 20 раз. При этом стоит отметить, что уровни интенсивности напряжения в расчетных схемах с использованием защитной протетической конструкции имеют малые количественные отличия, в среднем около 1 МПа.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 17-48-590411 р_а.

Список литературы

1. Экспериментальное исследование материалов новой конструкции спортивной зубной шины / В.А. Лохов, А.Г. Кучумов, А.Ф. Мерзляков, Н.Б. Асташина, Е.С. Ожгихина, В.А. Тропин // Российский журнал биомеханики. – 2015. – Т. 19. – № 4. – С. 409–420.
2. Каменских А.А., Адамов А.А. Численное исследование сферического контактного узла с полимерной антифрикционной прослойкой // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2012. – № 3–2. – С. 48–55.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ПОЛИФРАКЦИОННОЙ АЭРОВЗВЕСИ АЛЮМИНИЯ, УЧИТЫВАЮЩЕЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СУБОКСИДА АЛО СО СВОБОДНОЙ ОТ ОКСИДА ПОВЕРХНОСТЬЮ ЧАСТИЦ

А.Ю. Крюков, В.И. Малинин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, alexkryukov@list.ru, malininvi@mail.ru

Выполнено математическое моделирование горения аэровзвеси порошка алюминия АСД-1 с учётом взаимодействия субоксида АЮ с поверхностью частиц. Исследованы кинетические ограничения процессов: впервые учтено конечное значение скоростей реакции АЮ с жидким алюминием. Получены зависимости давлений АЮ от коэффициентов эффективности взаимодействия с поверхностью частиц и от начального радиуса частиц. Проведено сравнение параметров неравновесной термодинамики с равновесными термодинамическими, исследована динамика изменения температуры, давления компонентов у поверхности, доли свободной поверхности для частиц разных фракций.

Ключевые слова: математическое моделирование, горение, аэровзвесь, алюминий, субоксид, давление, коэффициент эффективности взаимодействия, неравновесная термодинамика, кинетика процессов.

Математическое моделирование горения аэрозвесей металлических порошков и, в частности, порошков алюминия имеет большое прикладное значение при проектировании технологических и энергетических установок на порошкообразном металлическом горючем [1, 2]. При этом в расчётах процессов горения необходимо учитывать образование не только основного, конечного продукта реакции – оксида Al_2O_3 , но и промежуточных – субоксидов Al_2O и AlO , которые при определённых условиях могут оказывать влияние на образование основного продукта сгорания – оксида Al_2O_3 через промежуточные реакции на поверхности частиц и в потоке.

Образование субоксидов алюминия учитывается во многих моделях горения алюминия, например в [1–3], где выполнены исследования горения как одиночных частиц [3], так и полифракционных порошков [1, 2]. Однако в существующих исследованиях [3] скорость взаимодействия AlO с поверхностью частиц определяется через коэффициенты диффузии субоксида к частице. Расчёт при указанном приближении недостаточен, поскольку учёт только диффузии не позволяет точно определять скорости реакций и, соответственно, рассчитывать концентрацию компонентов у поверхности частицы.

В работе [1] реакция AlO с жидким Al на поверхности частиц, свободной от оксида (далее – «свободная поверхность»), не рассматривается, а в исследованиях [3] не учитывается кинетическое ограничение скорости этой реакции:



Индексы «с» и «g» обозначают конденсированные и газообразные компоненты соответственно, а α_{E31} – коэффициент аккомодации (эффективности взаимодействия AlO со свободной поверхностью), входящий в константу скорости реакции и учитывающий долю молекул AlO , оседающих на поверхность частицы из всего числа молекул, соударяющихся с ней.

Исходя из изложенного выше, целью настоящей работы является анализ горения полифракционной аэрозвеси частиц алюминия с использованием модели [1], усовершенствованной путем введения реакции (1) взаимодействия АЮ со свободной поверхностью частиц с учётом кинетических ограничений (включением скоростей реакций в соответствующие уравнения). Остальные физико-химические процессы, входящие в модель описания горения полифракционной аэрозвеси алюминия, подробно представлены в [1].

Преимуществом модели [1] является учёт кинетики и неравновесной термодинамики процессов на поверхности частиц металла и в объеме потока, температурной и скоростной неравновесности между частицами и газом.

Основные задачи работы:

– модернизация модели [1] введением реакции АЮ с Al на свободной поверхности частиц с учётом кинетических ограничений;

– расчёт динамики процесса выгорания порошкообразного металла;

– получение зависимостей термодинамических параметров, определяющих количество субоксидов в продуктах сгорания, от параметров реакций образования субоксидов.

В результате моделирования получены зависимости давлений АЮ в потоке и у поверхности частиц от коэффициентов эффективности соударений (коэффициентов аккомодации) молекул АЮ с поверхностью частиц металла, свободной от оксида, α_{E31} и окисленной поверхностью частиц α_{E32} . Исследования проведены для $0,0001 \leq \alpha_{E31} \leq 1$ и $0,0001 \leq \alpha_{E32} \leq 1$ с учётом неравновесной термодинамики процессов горения.

Получены зависимости относительных давлений субоксида АЮ, температур частиц и газа от времени, позволяющие анализировать динамику и режимы процесса горения и воспламенения частиц.

Основные результаты настоящей работы, отражающие изменение физических, химических и термодинамических параметров газообразных компонентов и конденсированной фазы в процессе горения, следующие:

1. Усовершенствована модель [1, 2]: в отличие от ранее выполненных исследований [3] учтено кинетическое ограничение взаимодействия АЮ с поверхностью частиц алюминия.

2. Установлено, что термодинамические параметры, определённые по усовершенствованной математической модели неравновесной термодинамики, при достаточно больших временах расчёта τ стремятся к равновесным термодинамическим значениям. Это показывает сохранение адекватности модели и описания физико-химических процессов при введении дополнительной реакции (1) взаимодействия субоксида АЮ и алюминия.

3. Расчёты показывают, что частицы мелких фракций (фракции 1.. 6, со средним диаметром до 28 мкм) горят нестационарно в течение всего процесса, а частицы крупных фракций горят в квазистационарном режиме за исключением момента воспламенения и окончания горения. В квазистационарном режиме следующие термодинамические параметры – температура, давление компонентов у поверхности, доля свободной поверхности частиц – изменяются достаточно медленно с течением времени.

4. Конечное значение коэффициента α_{E31} (в пределе равное 1), учитывающего эффективность взаимодействия АЮ со свободной поверхностью частиц, подтверждается тем, что относительное давление паров АЮ у поверхности, полученное в расчётах, так же, как и в экспериментах [4], не равно нулю (давление АЮ у поверхности отличается от 0 даже при предельном значении $\alpha_{E31}=1$).

5. В целом в расчётах учтено конечное значение скоростей процессов взаимодействия АЮ с поверхностью частиц, и, следовательно, образования субоксида Al_2O при непосредственном

соединении АЮ с металлом, что является более точным описанием процессов горения, чем в ранее выполненных исследованиях [1, 3]. Подход к расчётам образования субоксидов, представленный в данной работе, учитывает в том числе неравновесную термодинамику. Также показана возможность адаптации математической модели [1] к широкому кругу параметрических исследований, актуальных для детального понимания и прикладного использования процессов горения алюминиевоздушных смесей.

Список литературы

1. Крюков А.Ю., Малинин В.И. Математическое моделирование горения переобогащённой алюминиевоздушной смеси на основе неравновесной термодинамики процессов // Физика горения и взрыва. – 2018. – Т. 54, № 1. – С. 39–51.

2. Крюков А.Ю., Малинин В.И. Математическое моделирование горения алюминиевоздушной смеси при низких коэффициентах избытка воздуха // Математическое моделирование в естественных науках: материалы XXIV Всероссийской школы-конференции молодых ученых и студентов (Россия, 7–10 октября 2015 г.). – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2015. – С. 231–235.

3. Бекстед М.В., Лианг У., Паддуппаккам К.В. Математическое моделирование горения одиночной алюминиевой частицы (обзор) // Физика горения и взрыва. – 2005. – Т. 41, № 6. – С. 15–33.

4. Aluminum particle gas-phase flame structure / P. Bucher, R.A. Yetter, F.L. Dryer [et al.] // 34th JANNAF Combustion Meeting. V II. CPIA Pub. N 662. – Laurel, MD, 1997. – P. 295–305.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ САУ ТРДД ДЛЯ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ

А.С. Плешивых¹, Н.Г. Ламанова²

¹Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, arthur.p.s.1995@mail.ru

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, nglaman@mail.ru

Анализировалась математическая модель современной системы автоматического управления авиационного турбореактивного двигателя на основе измерительной информации, полученной в результате летных испытаний. Проводилась рекуррентная идентификация математической модели для синтеза согласованного с ней оптимального наблюдателя на основе методов регрессионного и дисперсионного анализа. Использовался метод наименьших квадратов в движущемся окне. Осуществлялась оптимизация ширины движущегося окна для достижения требуемого запаздывания и обеспечения качества идентификации.

Ключевые слова: математическая модель, идентификация, метод наименьших квадратов, оптимальный наблюдатель, оценивание.

Для обеспечения отказоустойчивости системы автоматического управления авиационного турбореактивного двигателя (САУ ТРДД) необходима информационная избыточность. Вычислительные возможности современных БЦВМ позволяют использовать алгоритмические методы для её создания и свести к минимуму аппаратное резервирование. К таким методам относятся калмановская фильтрация, позволяющая получать эффективные оценки вектора состояния исследуемой динамической системы.

Оптимальный фильтр Калмана (ОФК) должен быть согласован с математической моделью САУ ТРДД. В связи с этим возникает задача анализа математической модели САУ ТРДД, которая заключается в идентификации её коэффициентов, оценивании точности идентификации и определении вероятностных характеристик измерительных и системных шумов.

Проводился анализ математической модели современной САУ ТРДД на основе измерительной информации, полученной в результате летных испытаний (рис. 1).

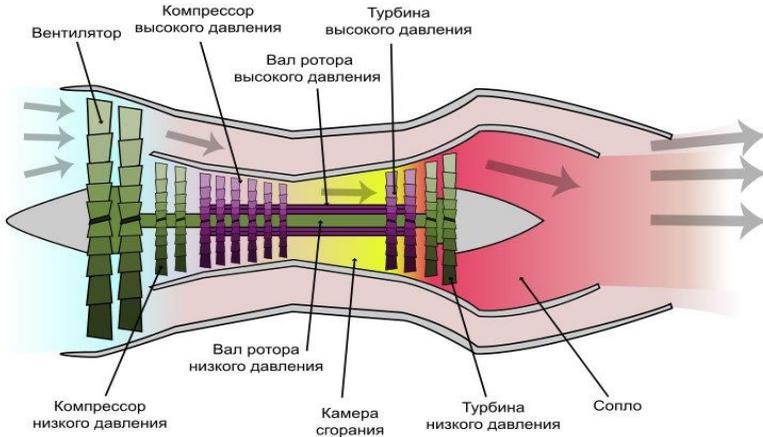


Рис. 1. Схема двухвального двухконтурного ТРДД

Поведение САУ ТРДД в режиме нормального функционирования описывается линейной, дискретной, стохастической моделью:

$$\begin{cases} x(k+1) = \Phi x(k) + \Psi u(k) + \Phi_0 + \omega(k), \\ z(k+1) = H x(k+1) + D u(k+1) + H_0 + v(k+1), \end{cases} \quad (1)$$

где $x(k) = [n_g(k) \quad n_k(k)]^T$ – вектор состояния; $u(k) = [G_i(k) \quad \varphi_{ВНА}(k)]^T$ – вектор управляющего воздействия; $\omega(k) = [\omega_1(k) \quad \omega_2(k)]^T$ – вектор шума возмущения; $z(k) = [P_k(k) \quad T_T(k)]^T$ – вектор измерения; $v(k) = [v_1(k) \quad v_2(k)]^T$ – вектор шума измерения; $n_g(k)$, $n_k(k)$ – частота вращения вала ротора низкого и высокого давления, $G_i(k)$ – расход топлива; $\varphi_{ВНА}(k)$ – угол входных направляющих аппаратов; $P_k(k)$ – давление газа за компрессором; $T_T(k)$ – температура газа за турбинами; $\Phi = \{\varphi_{i,j} \quad i, j = 1, 2\}$, $\Psi = \{\psi_{i,j} \quad i, j = 1, 2\}$, $\Phi_0 = \{\varphi_{0,i} \quad i = 1, 2\}$ – переходные матрицы коэффициентов дина-

мической модели; $H = \{h_{i,j} \quad i, j = 1, 2\}$, $D = \{d_{i,j} \quad i, j = 1, 2\}$, $H_0 = \{h_{0,i} \quad i = 1, 2\}$ – матрицы коэффициентов модели измерений.

Каждое из уравнений модели (1) представляет собой уравнение множественной линейной регрессии:

$$y(k) = \varepsilon_0 + \sum_1^m \varepsilon_i x_i(k) + e(k), \quad k = 1, n. \quad (2)$$

В векторно-матричном виде уравнение (2) имеет вид:

$$y = Xv + e, \quad (3)$$

где y – вектор отклика, состоящий из сигналов выхода размера n ; X – матрица регрессоров, состоящая из сигналов входа размера $n \times m$; v – вектор регрессионных коэффициентов модели размера (m) ; e – вектор помехи размера n .

Анализ математической модели САУ ТРДД проводился на основе методов регрессионного и дисперсионного анализа. Использовался матричный алгоритм наименьших квадратов (МНК), по которому вектор оптимальных оценок коэффициент \hat{v} является решением нормальной системы уравнений Гаусса:

$$X^T X \hat{v} = X^T y,$$

полученной в результате оптимизации функционала качества $\tilde{y}^T \tilde{y} \rightarrow \min$.

Рекуррентная идентификация проводилась в движущемся окне. Частота опроса сигналов датчиков САУ ТРДД 50 Гц, число опросов 16 500. Рассматривались как стационарный, так и переходный режимы работы двигателя.

Оптимизация ширины движущегося окна осуществлялась с целью достижения допустимого времени запаздывания и обеспечения требуемой точности идентификации.

Для оценивания качества идентификации проводился дисперсионный анализ. Результаты идентификации частот враще-

ния вала ротора низкого и высокого давления на стационарном режиме представлены на графиках (рис. 2).

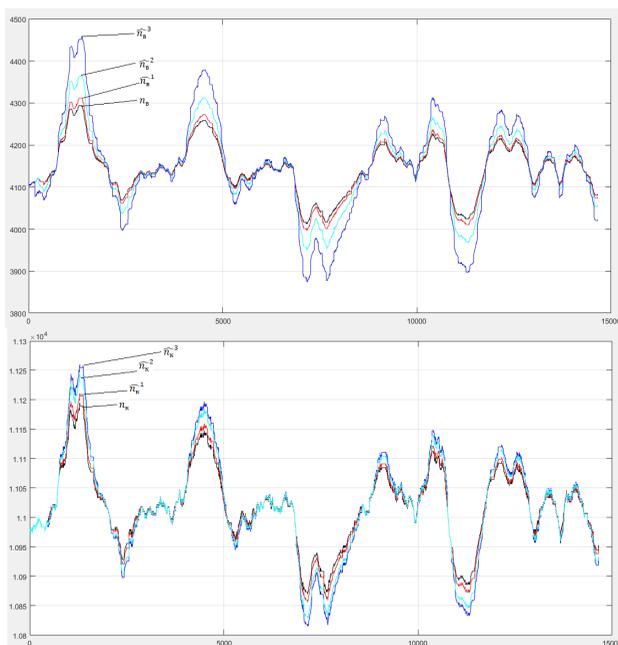


Рис. 2. Графики процессов измерения сигналов датчиков частоты вращения вала ротора низкого и высокого давления n_e, n_k и МНК

На рис. 2 приведены графики процессов измерения сигналов датчиков частоты вращения вала ротора низкого и высокого давления n_e, n_k и МНК – оценки этих сигналов при ширине движущегося окна $S_1 = 500, S_2 = 300, S_3 = 150$ отсчетов и временем запаздывания $t_{1,2} = 2$ с, $t_3 = 1$ с.

Качество МНК-оценок \hat{n}_e, \hat{n}_k , которые определялись на основе дисперсионного анализа, позволяют сделать вывод об адекватности математической модели выходным сигналам САУ ТРДД.

В настоящее время проводится моделирование дискретного ОФК, согласованного с полученной математической моделью САУ ТРДД.

Список литературы

1. Шевяков А.А. Мартынянова В.Ю., Рутковский В.Ю. Оптимизация многомерных систем управления газотурбинных двигателей летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1989. – 256 с.
2. Изерман Р. Цифровые системы управления. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
3. Ламанова Н.Г. Анализ математической модели САУ ГТД // Вестник Пермского государственного технического университета. Аэрокосмическая техника. – Пермь, 1999. – № 2. – С. 76–81.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА ТРЕЩИНЫ В ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

А.С. Шалимов¹, М.А. Ташкинов²

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия, ¹neilcrite@gmail.com, ²m.tashkinov@pstu.ru

Рассматривается моделирование процесса роста трещины в пористых неоднородных средах на основе использования расширенного метода конечных элементов (X-FEM). Описываются его формулировка, применение, выбор узлов для обогащения и аппроксимация трещины. Рост трещин реализован с помощью двух подходов моделирования движущихся трещин: когезионных сегментов (Cohesive segments) и механики линейно-упругого разрушения (LEFM). Моделирование развития трещины проводится в прикладном пакете Abaqus.

Ключевые слова: композит, расширенный метод конечных элементов, X-FEM, обогащение сетки, рост трещины.

В качестве объекта исследования были выбраны пористые композиты из алюминия. Расширенный метод конечных элементов (Extended finite element method, X-FEM), разработанный Т. Беличко и Т. Блэком (Т. Belytschko and Т. Black) в 1999 г. [1], является численным методом решения дифференциальных уравнений с разрывными функциями. Наличие трещины описывается специальными обогащенными функциями в сочетании с дополнительными степенями свободы. Основная концепция X-FEM – обогатить пространство аппроксимации, чтобы оно могло воспроизводить определенные особенности интересующей проблемы, в частности, разрывы, такие как трещина или межфазная поверхность [2–4].

В расширенном методе конечных элементов используется следующая аппроксимация для вычисления перемещения для точки x , расположенной в пределах области трещины:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) u_i + \sum_{j=1}^{mh} N_j(x) H(x) a_j + \sum_{k=1}^{mt} N_k(x) \left(\sum_{\alpha=1}^{mf} F_{\alpha}(x) b_k^{\alpha} \right),$$

где n – количество узлов каждого конечного элемента с классическими функциями формы $N_i(x)$ и классическими степенями свободы u_i ; mh – количество узлов, через элементы которых проходит фронт трещины (но не вершин трещины); $H(x)$ – функция Хэвисайда; a_j – вектор дополнительных степеней узловой свободы для моделирования трещин (но не вершин трещины) функцией Хэвисайда $H(x)$; mt – количество узлов, связанных с вершиной трещины в его области влияния; b_k^{α} – вектор дополнительных степеней узловой свободы для моделирования вершин трещин, $F_{\alpha}(x)$ – функции обогащения вершин трещин.

Асимптотическая функция обогащения вершин трещин $F_{\alpha}(x)$ в изотропном упругом материале задается формулой:

$$F_{\alpha}(x) = \left[\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right],$$

где (r, θ) – локальная полярная система координат с ее началом на вершине трещины при $\theta = 0$ на касательной к вершине трещины (рис. 1).

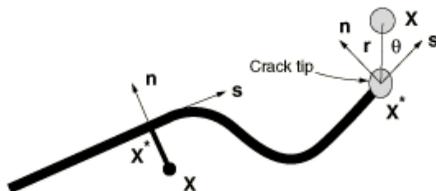


Рис. 1. Иллюстрация нормальных и тангенциальных координат для гладкой трещины

Инициация трещины относится к началу ухудшения сцепления обогащенных элементов. Трещина появится внутри элемента тогда, когда главные напряжения превышают некоторые критические значения σ_t .

Разберем подробно два подхода, с помощью которых можно смоделировать движущиеся трещины: подход когезионных сегментов (Cohesive segments) и подход механики линейно-упругого разрушения (Linear elastic fracture mechanics, LEM). Для двух рассматриваемых подходов законы распространения трещины будут различными.

При подходе когезионных сегментов используется закон рассеивания когезионной силы на основе энергии. Трещина растет тогда, когда скорость высвобождения упругой энергии G в этом элементе превышает некоторые критические значения G_c :

$$f = \frac{G}{G_c} \geq 1.$$

При подходе механики линейно-упругого разрушения используется технология закрытия виртуальной трещины (Virtual Crack Closure Technique, VCCT). Критерий разрушения будет выглядеть следующим образом:

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} \geq 1.$$

Для вычисления данных величин был использован закон Бензегга–Кенана:

$$G_{equivC} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^n,$$

$$G_{equiv} = G_I + G_{II} + G_{III},$$

где G_I, G_{II}, G_{III} – скорости высвобождения упругой энергии в трех соответствующих ортогональных направлениях, а G_{IC}, G_{IIC} – соответствующие критические значения.

В прикладном пакете Abaqus были созданы модели, состоящие из матрицы и пористых включений. Свойства матрицы: изотропный материал, $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0,35$. Представительный объем имеет вид сплошного куба со стороной 20 мм из материала матрицы, внутри которого находятся пористые сферы различного диаметра в диапазоне от 1 до 10 мм. Заданные критерии роста трещины: $\sigma_t = 20,88$ МПа, $G_C = 20\,000 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Граничные условия: одноосное растяжение в обе стороны, заданное в перемещениях; $u = 0,1$ мм. После задания всех параметров и критериев можно оценить результат в виде роста трещины (рис. 2, 3).

Таки образом, рост трещины начинается в концентраторе, создающем наибольшее напряжение, и продолжается преимущественно к границе представительного объема. При использовании подхода когезионных сегментов полученная поверхность разрыва является плоскостью, а в случае LEFM – неровная поверхность разрыва качественно перпендикулярна грани приложения нагрузки.

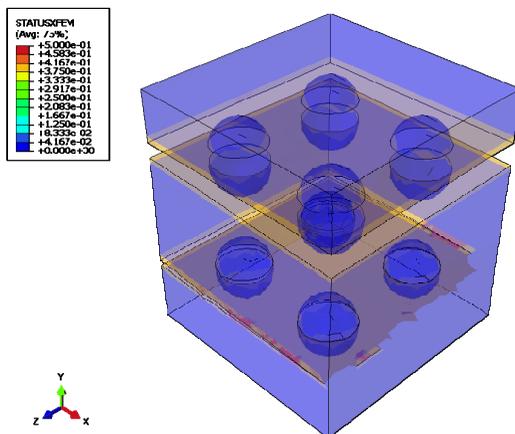


Рис. 2. Разрушение образца при подходе когезионных сегментов

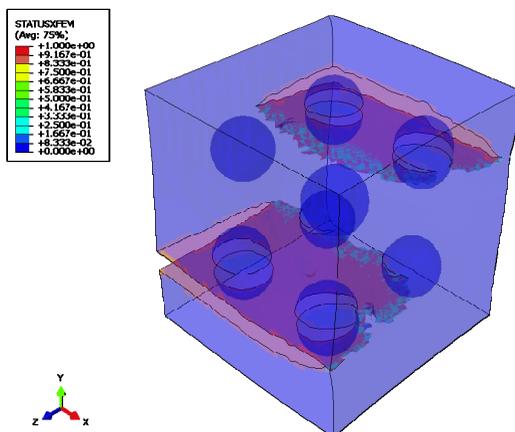


Рис. 3. Разрушение образца при подходе LEFM

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00327_а), а также гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (МК-2395.2017.1).

Список литературы

1. Belytschko T., Black T. Elastic crack growth in finite element with minimal remeshing // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1999. – Vol. 45. – P. 601–620.
2. Remmers J.J.C., de Borst R., Needleman A. The simulation of dynamic crack propagation using the cohesive segments method // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2008. – Vol. 56. – P. 70–92.
3. Asadpoure A., Mohammadi S. Developing new enrichment functions for crack simulation in orthotropic media by the extended finite element method // Int. J. Numer. Meth. Engng. – 2007. – Vol. 69. – P. 2150–2172.
4. Hettich T., Hund A., Ramm E. Modeling of failure in composites by X-FEM and level sets within a multiscale framework // University of Stuttgart, Germany. – 2007.

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ ОТ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЛОПАТОЧНОГО КОЛЕСА NASA ROTOR 67

Н.В. Шуваев, А.А. Синер, Н.Н. Большагин, Р.Н. Колегов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия, shuvaev_nv@mail.ru, asiner@mail.ru

В работе выполнено численное моделирование распространения акустической волны по тракту двигателя и её отражения от вращающегося лопаточного венца. В качестве объекта исследования выступает изолированное рабочее колесо с лопатками NASA Rotor 67. Для определения коэффициента отражения использован метод передаточной функции. Проведен анализ влияния выбора шага по времени, частоты вращения ротора, высоты расположения точек анализа спектров давления. Расчеты проведены в ПК ANSYS Fluent.

Ключевые слова: акустика, акустический импеданс, коэффициент отражения, газотурбинный двигатель, численное моделирование, вычислительная гидродинамика, ANSYS Fluent.

Один из видов нестационарных нагрузок, действующих на детали или узлы авиационного двигателя, является аэроакустическое напряжение. Такие акустические нагрузки могут приводить к существенным поломкам, которые можно диагностировать только на этапе эксплуатации авиационного двигателя, что приводит к увеличению затрат на ремонт двигателя и снижению экономической эффективности предприятия. Поэтому становится актуальным научиться моделировать сложные аэроакустические процессы, происходящие внутри двигателя. Экспериментальное исследование таких явлений затруднено, поскольку существенные акустические нагрузки возникают в узком диапазоне режимов или при сочетании факторов, которые необходимо знать до проведения эксперимента. Таким образом, наиболее перспективным методом исследования подобных процессов является математическое моделирование.

При моделировании акустических процессов, происходящих внутри некоторого узла двигателя, влияние соседних узлов можно учесть при помощи постановки специальных импедансных граничных условий на входе и выходе, тем самым значительно сократить вычислительные затраты [1]. Кроме того, акустические процессы и газодинамические процессы в проточной части двигателя, такие как статор-ротор взаимодействие, как правило, имеют существенно разные характерные периоды. Как следствие, разница в значениях шага по времени, необходимых для разрешения соответствующих процессов, может привести к существенному снижению эффективности проводимых расчетов [2, 3].

В результате взаимодействия падающей акустической волны с лопаточным венцом часть энергии волны отражается обратно. Основной характеристикой данного процесса является значение коэффициента отражения [4]:

$$\tilde{p} = Rp,$$

где p – комплексная амплитуда давления в падающей волне, \tilde{p} – комплексная амплитуда давления в отраженной волне, R – комплексный коэффициент отражения.

Объектом исследования является изолированное рабочее колесо с лопатками NASA Rotor 67. Геометрические данные по рассматриваемому объекту доступны в [5]. Рассматривалась задача прохождения плоской акустической волны с постоянной амплитудой и частотой через расчетную область. Расчеты проведены в газодинамическом пакете ANSYS Fluent.

Воздух смоделирован как совершенный вязкий газ с постоянной теплоемкостью, используется k-ε модель турбулентности. Для вычисления производных по времени и пространству применены схемы второго порядка точности для уравнений неразрывности, движения и энергии, первого порядка – для уравнений относительно кинетической энергии турбулентных пульсаций и скорости диссипации.

Расчетный домен был поделен на две области – вращающуюся и стационарную, это сделано для того, чтобы оценить влияние ротор-статор интерфейса на прохождение акустической волны. В качестве граничных условий на входе в расчетную область задавалось полное давление, на выходе – статическое давление. На входе также были заданы неотражающие граничные условия.

Нестационарные расчеты выполнялись на 3 режимах работы колеса с различными частотами вращения, приблизительно соответствующими максимальным значениям КПД на каждой из напорных веток, полученных в результате стационарных расчетов.

Полученное расчетным путем мгновенное распределение отклонений давления от стационарных значений для режима «100 %» приведено на рисунке.

Для простоты в качестве первого приближения для определения коэффициента отражения использован двухмикрофонный метод [4], обычно применяемый для обработки экспериментов с импедансной трубой. Вычисление коэффициента отражения проводится с использованием передаточной функции [4], определяемой через осредненные взаимный и односторонний спектры значений давления в двух точках, разнесенных по оси двигателя

на небольшое расстояние. Выполнена корректировка формулы на случай наличия скорости потока, в котором распространяется акустическая волна.

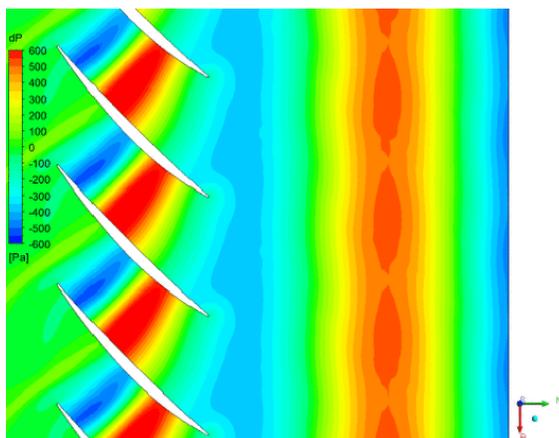


Рис. Мгновенное распределение отклонений давления от стационарных значений для режима «100 %», 50 % высоты проточной части

По результатам расчетов получены зависимости коэффициента отражения R и акустического импеданса Z от частоты вращения ротора (режима работы), шага интегрирования по времени, высоты расположения точек анализа спектров давления.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Пермского края в рамках научного проекта № 17-41-590409.

Список литературы

1. Silva C.F., Duran I., Nicoud F., Moreau S. Boundary Conditions for the Computation of Thermoacoustic Modes in Combustion Chambers // AIAA Journal. – 2014. – Vol. 52, no. 6. – P. 1180–1193. DOI: 10.2514/1.J052114
2. Kwatra N., Su J., Gretarsson J.T., Fedkiw R. A method for avoiding the acoustic time step restriction in compressible flow //

Journal of Computational Physics. – 2009. – Vol. 228, no. 11. – P. 4146–4161. DOI: 10.1016/j.jcp.2009.02.027

3. Patel K., Novak C., Defoe J. A Novel Numerical Approach for Generation and Propagation of Rotor-Stator Interaction Noise // Proceedings of 22th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference; 30 May – 1 June 2016. – Lyon, France. AIAA Paper 2016–22821. DOI: 10.2514/6.2016-2821

4. Chung J.Y., Blaser D.A. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory // Journal of acoustical society of America. – 1980. – Vol. 68, no. 3. – P. 907–913. DOI: 10.1121/1.384778

5. Laser Anemometer Measurements in a Transonic Axial-Flow Fan Rotor / A.J. Strazisar, J.R. Wood, M.D. Hathaway, K.L. Suder // NASA Technical Paper 2879. – 1989. – 216 p.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>И.К. Андрианов</i> РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСХОДА ОХЛАДИТЕЛЯ НА ОСНОВАНИИ УСЛОВИЯ МАКСИМИЗАЦИИ ТЕРМОПРОЧНОСТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОБОЛОЧКОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТУРБОМАШИН	3
<i>А.Н. Аношкин, Д.В. Головин, К.А. Пеленев, В.М. Осокин</i> ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ТЕПЛОВОГО КОНТРОЛЯ ИЗДЕЛИЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ.....	7
<i>В.Н. Аптуков, В.Ю. Митин</i> МЕТОДИКА ОЦЕНКИ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБРАЗЦОВ СОЛЯНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО НАНОИНДЕНТИРОВАНИЮ	12
<i>М.А. Баранов, П.С. Волегов</i> ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ГПУ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ С УЧЕТОМ ОБРАТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ	18
<i>С.Р. Баяндин, М.В. Банников</i> НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В ОКРЕСТНОСТИ ТРЕЩИНЫ ПРИ УСТАЛОСТНОМ НАГРУЖЕНИИ.....	23
<i>Д.А. Биалов, Ю.В. Баяндин, О.Б. Наймарк</i> МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ СПЛАВА АМГ2.5 В РЕЖИМЕ МНОГО- И ГИГАЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ	29
<i>С.А. Бочкарёв, А.Н. Сенин</i> ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОУПРУГОЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОАКСИАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ	34
<i>В.О. Буторин</i> ПРОБЛЕМА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛОС АДИАБАТИЧЕСКОГО СДВИГА	38

<i>А.И. Ведерникова, А.Н. Вишвков, А.А. Костина, О.А. Плехов</i> ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ СКОРОСТИ НАКОПЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ	43
<i>В.Э. Вильдеман, О.А. Староверов</i> ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ КОМБИНИРОВАННЫХ ЦИКЛИЧЕСКИХ И СТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ	47
<i>А.Н. Вишвков, А.И. Ведерникова, А.А. Костина, А.П. Захаров, В.Н. Шлянников, О.А. Плехов</i> АНАЛИЗ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ В ВЕРШИНЕ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ	49
<i>В.А. Вяткин, И.В. Красняков, А.П. Захаров</i> ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ ЭЛАСТОМЕР КАК РОТОРНЫЙ АКТУАТОР	53
<i>Р.М. Герасимов, П.С. Волегов</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МИКРОПОР С ДЕФЕКТНЫМИ СТРУКТУРАМИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ	57
<i>С.М. Герцик</i> ПРИМЕНЕНИЕ В-СПЛАЙНОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ ПРИ РАСЧЕТАХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ	62
<i>Е.В. Гребеньщикова, Н.Д. Няшина, Н.С. Кондратьев</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМНЫХ ОРИЕНТАЦИЙ РЕШЕТОК АУСТЕНИТА И ПОЯВИВШЕГОСЯ МАРТЕНСИТА, РАЗОРИЕНТАЦИЙ МАРТЕНСИТНЫХ ВАРИАНТОВ ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ	67
<i>Д.С. Грибов, П.В. Трусов</i> ОПИСАНИЕ УПРОЧНЕНИЯ В УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСЛОКАЦИОННО- ОРИЕНТИРОВАННОГО ПОДХОДА	71
<i>Р.П. Давлятишин, П.С. Волегов</i> АНАЛИЗ ЭНЕРГИИ И ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ МЕЖЗЕРЕННЫХ ГРАНИЦ В МЕДИ	76

<i>К.Е. Долгий, А.Г. Князева</i> МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТВОРЕНИЯ КАПСУЛИРОВАННЫХ ЛЕКАРСТВЕННЫХ СРЕДСТВ В БИОЛОГИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ	81
<i>Д.А. Ершова, М.А. Ташикинов</i> МНОГОМАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РАЗВИТИЯ ДЕФЕКТОВ В СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТАХ	84
<i>Е.М. Зубова, Е.В. Феклистова</i> ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО КЕРАМИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ НА СТАЛЬНОЙ ПОДЛОЖКЕ МЕТОДОМ РЕГИСТРАЦИИ И АНАЛИЗА СИГНАЛОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ	88
<i>Р.И. Изюмов, А.Ю. Беляев</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НАНОИНДЕНТОРА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ОБРАЗЦА ЭЛАСТОМЕРНОГО МАТЕРИАЛА С УЧЁТОМ ДИНАМИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ	91
<i>Г.В. Ильиных, О.Ю. Сметанников</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФЕКТОВ ФОРМЫ ТОНКОСТЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ ИЗДЕЛИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОУРОВНЕВОГО ПОДХОДА	96
<i>А.В. Казанцева, Т.В. Останина</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ В ПРОЦЕССЕ ПОЛУЧЕНИЯ МЕЛКОЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ	100
<i>В.А. Калугин</i> МАЛОМОДОВАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СПИРАЛЬНОГО КРУПНОМАСШТАБНОГО ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ	103
<i>А.А. Каменских</i> ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ АНТИФРИКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧАХ	107
<i>А.А. Каменских, Т.Н. Устюгова</i> АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ ПАРЫ ЗУБОВ ПРИ КОНТАКТЕ ЧЕРЕЗ ПРОТЕТИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ.....	111

<i>А.О. Каменских, С.В. Лекомцев</i> ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИН.....	115
<i>Т.О. Карасев, А.С. Теймуразов</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ RANS-ПОДХОДА.....	120
<i>О.В. Каширина</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ АНИЗОТРОПНО-УПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ КЕРАМИК ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ.....	123
<i>Г.М. Киладзе, Н.С. Кондратьев</i> МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТАТИЧЕСКОЙ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ ПЛОТНОУПАКОВАННЫХ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ.....	128
<i>Н.С. Кондратьев, В.Г. Баженов</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ	130
<i>А.А. Костина, А.И. Ведерникова, А.Е. Прохоров, О.А. Плехов, В. Venkatraman</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ РАСТЯЖЕНИИ СВАРНОГО ОБРАЗЦА «СТАЛЬ 08Х16Н11М3 – СТАЛЬ 10Х9МФБ»	134
<i>Н.В. Котельникова, П.С. Волегов</i> УЧЁТ МЕХАНИЗМОВ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ В МНОГОУРОВНЕВЫХ МОДЕЛЯХ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ.....	139
<i>И.В. Красняков, Д.А. Браун, Л.М. Письмен</i> МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА КАРЦИНОМЫ С УЧЁТОМ ЭМ-ПЕРЕХОДА И ДИНАМИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ ФЕНОТИПА РАКОВЫХ КЛЕТОК.....	143
<i>А.А. Кротких, П.В. Максимов</i> ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ LEVEL-SET-МЕТОДА В ЗАДАЧАХ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ АВИАЦИОННЫХ ДЕТАЛЕЙ	145
<i>К.А. Курмоярцева</i> МНОГОУРОВНЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ И СПЛАВАХ.....	150

<i>Д.А. Лоевц</i> МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ КАПЛИ РАСПЛАВА МЕТАЛЛА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ИЗДЕЛИЙ МЕТОДОМ ПОСЛОЙНОЙ НАПЛАВКИ.....	155
<i>Д.А. Лыков, О.Ю. Сметанников</i> МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ДРЕЙФА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО КОНТУРА.....	160
<i>А.В. Лыкова, А.В. Ильиных</i> ЦИКЛИЧЕСКАЯ ДОЛГОВЕЧНОСТЬ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ В УСЛОВИЯХ ДВУХОСНОГО МАЛОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ.....	165
<i>С.Д. Мандрыкин, А.С. Теймуразов</i> МЕТОД КРУПНЫХ ВИХРЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА КОНВЕКЦИИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В КОРОТКОМ НАКЛОННОМ ЦИЛИНДРЕ.....	166
<i>В.Ю. Марков, Д.С. Чаплыгина</i> СВЯЗЬ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА С ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ ПОВЕРХНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ.....	170
<i>Д.А. Меркулов</i> ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ ЗАЩИТНОГО СЛОЯ ПРИ ПРОБИВАНИИ ПРЕГРАД.....	173
<i>А.О. Микрюков, П.С. Волегов</i> ОЦЕНКА ТЕМПЕРАТУРНО-СКОРОСТНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МЕХАНИЗМОВ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ.....	178
<i>Ю.А. Митрофанова</i> МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ОКСИДОВ АЗОТА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ.....	183
<i>Е.Ю. Мишталъ</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ УПРУГОПЛАСТИЧНОСТИ, ПОСТРОЕННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ КОРОТАЦИОННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ.....	188

<i>А.И. Мугатаров, В.Э. Вильдеман</i> РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КРУЧЕНИИ СТЕРЖНЯ С УЧЕТОМ ПОЛНОЙ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛА.....	191
<i>А.И. Мугатаров, В.О. Гридина, Д.С. Лобанов, В.Э. Вильдеман</i> ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИТА ДЛЯ БАЗИСОВ СЪЕМНЫХ ЗУБНЫХ ПРОТЕЗОВ ПРИ ВВЕДЕНИИ В ЕГО СОСТАВ НАНОРАЗМЕРНОГО ДИОКСИДА ТИТАНА	194
<i>А.А. Наборщиков</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ПОЙНТИНГА – СВИФТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХУРОВНЕВОЙ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ.....	199
<i>А.С. Никифоров, П.С. Волегов</i> МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГЦК-ПОЛИКРИСТАЛЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСЛОКАЦИОННО- ОРИЕНТИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ УПРОЧНЕНИЯ	203
<i>В.С. Озерных, П.С. Волегов</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОЛЕЙ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ПРОЦЕСС НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ	207
<i>Р.С. Окатьев, И.Ю. Зубко</i> УЧЕТ НЕОДНОРОДНОСТИ ПЛОТНОСТИ МАТЕРИАЛА ПРИ БОЛЬШИХ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЯХ	212
<i>Е.Д. Орлова, М.Р. Камалтдинов</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПИЩИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПИЩЕВАРИТЕЛЬНЫХ СОКОВ В ДВЕНАДЦАТИПЕРСТНОЙ КИШКЕ	216
<i>Я.Н. Паршакова, Т.П. Любимова, Н.А. Зубова</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В КРУПНЫХ ВОДНЫХ ОБЪЕКТАХ	220
<i>С.Е. Пешин, О.И. Дударь</i> СПОСОБЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЖЕВАТЕЛЬНЫХ МЫШЦАХ И В ВИСОЧНО-НИЖНЕЧЕЛЮСТНОМ СУСТАВЕ: СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ ПРУИМА	225

<i>А.Н. Подседерцев, Н.Д. Няшина, Н.С. Кондратьев</i> МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СТАЛЯХ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ	229
<i>А.Э. Попова, А.С. Никитюк</i> АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ И ВОЗДЕЙСТВИЯ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ НА МОЛЕКУЛУ ДНК НА ОСНОВЕ ГЕЛИКОИДАЛЬНОЙ МОДЕЛИ.....	234
<i>Ф.С. Попов</i> ПОДМОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМОВ ПРИМЕСЕЙ И ДИСЛОКАЦИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЭФФЕКТА ПРЕРЫВИСТОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ.....	237
<i>Д.А. Пушков, А.И. Швейкин</i> МНОГОУРОВНЕВЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МЕТАЛЛОВ: ОЦЕНКА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ К ВОЗМУЩЕНИЯМ ПАРАМЕТРОВ.....	242
<i>А.А. Rogовой, Н.К. Салихова</i> ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ МАССИВНОГО СЛИТКА, ПОДВЕРГНУТОГО ГОРЯЧЕЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ.....	245
<i>А.А. Роготнев, А.С. Никитюк, О.Б. Наймарк</i> ИССЛЕДОВАНИЕ РАКА МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ ДАННЫХ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИНФРАКРАСНОЙ ТЕРМОГРАФИИ.....	250
<i>К.А. Романов, А.И. Швейкин</i> ДВУХУРОВНЕВЫЕ МОДЕЛИ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МЕТАЛЛОВ: АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОРИЕНТИРОВОК КРИСТАЛЛИТОВ НА РЕАЛИЗАЦИЮ МЕХАНИЗМОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ.....	255
<i>М.П. Романова, М.М. Бузмакова</i> АЛГОРИТМ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ ПОЛИМЕРА.....	260

<i>С.А. Сафронов, А.А. Слётва, Д.С. Лобанов, О.Ю. Сметанников</i> ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПРОЧНОСТНЫХ И УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБРАЗЦОВ ПЕСЧАНО-ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИЙ ПРИ СЖАТИИ.....	265
<i>И.О. Сбоев, К.А. Рыбкин, А.А. Старцев, М.М. Гончаров</i> ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ НАД НАГРЕВАТЕЛЕМ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ.....	269
<i>А.А. Слётва, С.А. Сафронов, Д.С. Лобанов, О.Ю. Сметанников</i> ПОВЕДЕНИЕ ОБРАЗЦОВ ПЕСЧАНО-ПОЛИМЕРНОЙ КОМПОЗИЦИИ В УСЛОВИЯХ НОРМАЛЬНОЙ И ПОВЫШЕННЫХ ТЕМПЕРАТУР ПРИ РЕЛАКСАЦИИ В ОБЛАСТИ СЖАТИЯ	273
<i>О.Ю. Сметанников, Л.Р. Сахабутдинова</i> РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СИЛОВОЙ ОБОЛОЧКИ	278
<i>А.П. Смирнов, Н.В. Черных</i> МОДЕЛЬ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СПЛАВА АМГ6 С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ, СТРУКТУРНОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ И СКОРОСТЯХ ДЕФОРМАЦИИ	282
<i>А.К. Соколов, А.Л. Свистков, О.К. Гаришин</i> НОВАЯ ГИПОТЕЗА ФОРМИРОВАНИЯ НАНОТЯЖЕЙ В ЭЛАСТОМЕРНЫХ КОМПОЗИТАХ	287
<i>М.А. Тельканов, П.С. Волегов</i> УЧЕТ ДИСКЛИНАЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ ДЕФОРМАЦИОННОГО ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ ЗЕРЕННОЙ СТРУКТУРЫ В МОДЕЛЯХ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ	291
<i>А.Д. Тиунова, М.А. Ташикинов</i> ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НАНОМОДИФИЦИРОВАННОЙ ПОЛИМЕРНОЙ МАТРИЦЫ	296
<i>Д.И. Токмаков, Ю.О. Соляев, А.А. Орехов</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СИНТЕЗА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОРПУСОВ ПРИЕМО-ПЕРЕДАЮЩИХ МОДУЛЕЙ АФАР	300

<i>М.П. Третьяков, А.А. Мокина</i> ОЦЕНКА РЕОЛОГИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СТАЛИ 40Х НА ЗАКРИТИЧЕСКОЙ СТАДИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ	302
<i>М.П. Третьяков, Т.В. Третьякова</i> ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ ПРОЧНОСТИ И ТВЕРДОСТИ СТАЛИ 40Х В ОБЛАСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ШЕЙКИ В ПРОЦЕССЕ ЗАКРИТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ	306
<i>М.П. Третьяков, Е.В. Феклистова</i> ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ РАВНОВЕСНОГО РОСТА ТРЕЩИН В МЕТАЛЛАХ ПРИ СМЕШАННЫХ МОДАХ НАГРУЖЕНИЯ	310
<i>П.В. Трусов, М.Ю. Цинкер</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОВЗВЕСИ В ВОЗДУХОНОСНЫХ ПУТЯХ ЧЕЛОВЕКА	313
<i>П.Ю. Фоминых, А.С. Соколов</i> ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ: ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АНИЗОТРОПИИ.....	318
<i>Е.А. Чечулина</i> МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕУСТОЙЧИВОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ДИСЛОКАЦИОННОЙ ДИНАМИКИ	321
<i>В.М. Чигвинцев</i> РЕГУЛЯЦИЯ ПРОТИВОВИРУСНОГО ИММУННОГО ОТВЕТА ОРГАНИЗМА С УЧЕТОМ КОМБИНИРОВАННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ФАКТОРОВ СРЕДЫ ОБИТАНИЯ	325
<i>Т.Н. Чикова, А.А. Киченко</i> БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ АДАПТАЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ ТРАБЕКУЛЯРНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ПРИ ПЕРЕСТРОЙКЕ	329
<i>Э.Р. Шарифуллина, А.И. Швейкин</i> ТРЕХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ В УСЛОВИЯХ СТРУКТУРНОЙ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ	332

<i>Г.С. Шипунов, А.А. Воронков, А.А. Тихонова, К.А. Пеленев, К.Н. Шестакова</i> РАСЧЁТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ НОВЫХ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ ЗАПОЛНИТЕЛЕЙ КОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ.....	337
<i>А.А. Ширяев, В.Н. Трофимов, Н.В. Винокуров, В.В. Карманов</i> ВЛИЯНИЕ ЛАЗЕРНОЙ И МЕХАНИЧЕСКОЙ УПРОЧНЯЮЩЕЙ ОБРАБОТКИ НА СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ.....	340
<i>Е.Н. Шустова, М.А. Аликин, А.А. Тихонова, А.В. Шевырина</i> РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩЕГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ.....	343
<i>Г.А. Южаков, А.В. Копьев</i> МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ГЦК-КРИСТАЛЛЕ.....	348
<i>А.Ю. Яковлев, А.Ю. Янци</i> ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕКСТУРЫ, ДОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАКСИМУМ ПРЕДЕЛУ УПРУГОСТИ ДЛЯ ЗАДАННОГО НАГРУЖЕНИЯ.....	352
<i>А.Ю. Янци, А.А. Токарев</i> РЕАЛИЗАЦИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА АНСАМБЛИРОВАНИЯ НА GPGPU И CPU.....	356
<i>А.В. Волков</i> ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАСШТАБНЫХ ЭФФЕКТОВ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КРУГЛОМ ДИСКЕ С ОТВЕРСТИЕМ В РАМКАХ МИКРОДИЛАТАЦИОННОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ.....	359
<i>Е.М. Зубова, Д.С. Лобанов</i> АНАЛИЗ СИГНАЛОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ В ОБРАЗЦАХ КОНСТРУКЦИОННОГО СТЕКЛОПЛАСТИКА ДО И ПОСЛЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО СТАРЕНИЯ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА РАСТЯЖЕНИЕ	364

<i>Е.И. Овчинников, П.С. Волегов</i> МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКОГО СКОПЛЕНИЯ ДИСЛОКАЦИЙ.....	367
<i>Н.Е. Пиль, В.М. Чигвинцев</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РОСТА БАКТЕРИЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ.....	371
<i>Е.М. Струнгарь, Т.В. Третьякова, В.Э. Вильдеман</i> АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ОБРАЗЦОВ В ОБЛАСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ.....	375
<i>Т.В. Третьякова</i> КИНЕТИКА ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ ПРИ СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ.....	378
<i>Е.В. Феоктистова, М.А. Осипенко, М.С. Куюкина</i> БИОМЕХАНИКА МЕЖФАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ «ВОДА–БАКТЕРИИ–УГЛЕВОДОРОД».....	382
<i>М.М. Гончаров, А.Н. Кондрашов</i> РОЛЬ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ДЕТЕКТИРОВАНИИ ПОВРЕЖДЕНИЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ	387
<i>С.В. Фирсов, А.Н. Прокудин</i> МОДЕЛИ СОВМЕСТНОГО ПРОТЕКАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ	390
<i>Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ ФИБРОЗНОГО КОЛЬЦА НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА НДС МЕЖПОЗВОНОЧНОГО ДИСКА.....	395
<i>А.А. Каменских, К.С. Крецу, Т.Н. Устюгова</i> АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИИ ЗУБНОЙ ПАРЫ НА КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ПРОТЕТИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ	399

<i>А.Ю. Крюков, В.И. Малинин</i> МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ПОЛИФРАКЦИОННОЙ АЭРОВЗВЕСИ АЛЮМИНИЯ, УЧИТЫВАЮЩЕЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СУБОКСИДА АЮ СО СВОБОДНОЙ ОТ ОКСИДА ПОВЕРХНОСТЬЮ ЧАСТИЦ	403
<i>А.С. Плешивых, Н.Г. Ламанова</i> АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ САУ ТРДД ДЛЯ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ.....	408
<i>А.С. Шалимов, М.А. Ташинов</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА ТРЕЩИНЫ В ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ	412
<i>Н.В. Шуваев, А.А. Синер, Н.Н. Большагин, Р.Н. Колегов</i> ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ ОТ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЛОПАТОЧНОГО КОЛЕСА NASA ROTOR 67.....	417

Научное издание

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ**

*Материалы
XXVII Всероссийской школы-конференции
молодых ученых и студентов*

Редактор и корректор

И.Н. Жеганина

Подписано в печать 16.10.2018. Формат 60×90/16.
Усл. печ. л. 25,625. Тираж 15 экз. Заказ № 198/2018.

Издательство
Пермского национального исследовательского
политехнического университета.
Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.
Тел. (342) 219-80-33.