Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation
M.K. Ammosov North-Eastern Federal University
Trust Fund of Future Generations in the Republic of Sakha (Yakutia)
Sobolev Institute of Mathematics SB RAS
Lavrentiev Institute of Hydrodinamics SB RAS
Novosibirsk State University
Academy of Sciences of the Republic of Sakha (Yakutia)

9th INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL MODELING

Abstracts

July' 27 – August' 01, 2020

Yakutsk
2020

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова
Целевой фонд будущих поколений Республики Саха (Якутия)
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН
Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет
Академия наук Республики Саха (Якутия)

IX МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ, ПОСВЯЩЕННАЯ 75-ЛЕТИЮ ВЛАДИМИРА НИКОЛАЕВИЧА ВРАГОВА

Тезисы докладов

27 июля – 1 августа 2020 г.

Якутск
2020

УДК 51(063);
ББК 22.1В6Я43

Ответственный редактор
А.А. Гаврильева
Ответственный за выпуск
С.В. Попов, д.ф.-м.н.

Конференция организована при финансовой поддержке НОМЦ СВФУ им. М.К. Аммосова, Математического центра в Академгородке (договор № 075-15-2019-167, г. Новосибирск), Целевого фонда будущих поколений Республики Саха (Якутия), Академии наук Республики Саха (Якутия).

IX Международная конференция по математическому моделированию, посвященная 75-летию Владимира Николаевича Врагова (Якутск, 27 июля – 1 августа 2020 г.) : Тезисы докладов / Под ред. д.ф.-м.н. С.В. Попова. – Якутск : Издательский дом СВФУ, 2020. – 194 с.

В сборнике представлены тезисы докладов на IX Международной конференции по математическому моделированию, посвященной 75-летию Владимира Николаевича Врагова. Доклады участников конференции посвящены актуальным вопросам математического моделирования.

Сборник представляет интерес для научных работников, аспирантов и студентов.

УДК 51(063);
ББК 22.1В6Я43

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

РЕШЕНИЕ ОСНОВНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ПЛОСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В КЛАССАХ ХАРДИ

SOLUTION OF THE BASIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS FLAT THEORY OF ELASTICITY IN HARDY CLASSES

Солдатов А. П.

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия»; soldatov48@gmail.com

Для системы Ламе плоской анизотропной теории упругости введены обобщенные потенциалы двойного слоя, связанные с теоретико - функциональным подходом. Эти потенциалы построены как для вектора смещений - решения системы Ламе, так и для сопряженных вектор- функций, описывающих тензор напряжений. Получены новые интегральные представления этих решений через указанные потенциалы. Как следствие первая и вторая краевые задачи в классе Харди H^p, $1 < p < \infty$, редуцированы к эквивалентным системам граничных уравнений Фредгольма в пространстве L^p на границе области.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Akkutlua I.Y., Efendiev Y., Vasilyeva M.V., Wang Y.* (2017) Multiscale model reduction for shale gas transport in a coupled discrete fracture and dual-continuum porous media. *J. Nat. Gas Sci. Eng*, vol. 48, pp. 65–76.
2. *Kou R., Alafnan S.F.K., Akkutlu I.Y.* (2017) Multi-scale Analysis of Gas Transport Mechanisms in Kerogen. *Transp. Porous Media*, vol. 116, no 2, pp. 493–519.
3. *Riewchotisakul S., Akkutlu I.Y.* (2016) Adsorption-Enhanced Transport of Hydrocarbons in Organic Nanopores. *SPE J. Society of Petroleum Engineers*, vol. 21, no 6, pp. 1960–1969.

ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ

PARABOLIC INVERSE PROBLEMS OF RECOVERING POINTWISE SOURCES

Пятков С. Г.[1,2]

[1] *Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск, Россия;*
s_pyatkov@ugrasu.ru
[2] *Институт математики им. С.Л. Соболева, Новосибирск, Россия;*
pyatkov@math.nsc.ru

Мы рассматриваем вопрос об определении точечных источников в задачах тепломассопереноса вида

$$u_t - Lu = f = \sum_{i=1}^{r} N_i(t)\delta(x - x_i),\ Lu = -\Delta u + \sum_{i=1}^{n} a_i u_{x_i} + a_0 u, \tag{1}$$

где в самой общей постановке функции $N_i(t)$, точки x_i, и число r считаются неизвестными и мы задаем начально-краевые условия и условия переопределения в виде

$$Bu|_\Gamma = \varphi(x,t),\quad u(x,0) = u_0(x),\ u(y_j,t) = \psi_j(t),\quad j = 1,2,\ldots,s. \tag{2}$$

где $Bu = u$ или $Bu = \frac{\partial u}{\partial \nu} + \sigma(x)u$.

Обратным задачам такого вида посвящено очень большое количество работ, однако, основные результаты связаны с методами численного решения подобных задач, причем многие из них далеко не всегда обоснованы. Можно строить примеры, когда постановки оказываются некорректными в том смысле что имеет место несуществование решений или их неединственность. При рассмотрении вопросов единственности и существования решений этих задач мы опираемся на новые асимптотические представления функций Грина эллиптических задач с параметром вида $Lu + \lambda u = \delta(x - x_0)$, $Bu|_\Gamma = 0$. Применяя преобразование Лапласа и асимптотические представления решений задачи, мы строим систему алгебраических уравнений и применяя алгоритмы типа алгоритма Прони, в некоторых случаях полностью решаем задачу определения числа источников, их местоположения и интенсивности.

Работа поддержана РФФИ (грант №18-01-00620а)

БАЙЕСОВСКАЯ ИНВЕРСИЯ ПАРАМЕТРОВ АДСОРБЦИИ И ДЕСОРБЦИИ ДЛЯ ПЕРЕНОСА В МАСШТАБЕ ПОР В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО НА ЦЕПЯХ МАРКОВА

BAYESIAN INVERSION OF ADSORPTION AND DESORPTION PARAMETERS FOR PORE SCALE TRANSPORT IN POROUS MEDIA USING MARKOV CHAIN MONTE CARLO SAMPLING

Вабищевич П. Н.[1], Григорьев В. В.[2], Илиев О. П.[3]

[1] *Институт безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва, Россия;* vabishchevich@gmail.com

[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* d_alighieri@rambler.ru

[3] *Fraunhofer Institute for Industrial Mathematics ITWM, Кайзерслаутерн, Германия;* iliev@itwm.fraunhofer.de

Statistical method for identification of unknown adsorption and desorption rates is discussed in conjunction with reactive flow considered at pore scale. The reactive transport is governed by incompressible Stokes equations, coupled with convection–diffusion equation for species transport. The surface reactions, namely adsorption and desorption, are accounted via Robin boundary conditions. Langmuir isotherm is considered. Measured concentration of the specie at the outlet of the domain has to be provided to carry out the identification procedure. Bayesian inversion approach using Markov chain Monte Carlo sampling is considered.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Van Ravenzwaaij D., Cassey P., Brown S. D.* (2018) A simple introduction to Markov Chain Monte–Carlo sampling. *Psychonomic bulletin and review*, vol. 25, no. 1, pp. 143–154.
2. *Grigoriev V. V., Iliev O., Vabishchevich P. N.* (2020) Computational identification of adsorption and desorption parameters for pore scale transport in periodic porous media. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 370, pp. 112661.
3. *Grigoriev V. V., Iliev O., Vabishchevich P. N.* (2019) Computational Identification of Adsorption and Desorption Parameters for Pore Scale Transport in Random Porous Media. Proceedings of the *International Conference on Large-Scale Scientific Computing. Springer, Cham*, pp. 115–122.

СВОЙСТВА КВАЗИЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ
PROPERTIES OF QUASIELLIPTIC OPERATORS

Demidenko G. V.

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russia; demidenk@math.nsc.ru

The paper is devoted to the theory of quasielliptic operators. We consider a class of scalar and matrix quasielliptic operators $\mathcal{L}(D_x)$ with lower terms in the whole space $\mathbb{R}^n$. This class belongs to the classes of quasielliptic operators introduced by S.M. Nikol'skii [1] and L.R. Volevich [2]. Our aim is to study mapping properties of these operators in weighted Sobolev spaces.

The first isomorphism theorems for scalar elliptic operators were proved by L.A. Bagirov and V.A. Kondratiev [3], M. Cantor [4, 5], R.C. McOwen [6, 7]. Isomorphism theorems for matrix homogeneous elliptic operators were proved by Y. Choquet-Bruhat and D. Christodoulou [8], R.B. Lockhart and R.C. McOwen [9]. The first isomorphism theorems for quasielliptic operators were proved by the author [10, 11]. Generalizations of results of [10] were obtained by G.N. Hile [12].

We introduce a special scale of weighted Sobolev spaces $W^l_{p,q,\sigma}(\mathbb{R}^n)$ by analogy with [4], [13–15]. Mapping properties of the operators $\mathcal{L}(D_x)$ in these spaces are investigated. We establish conditions for unique solvability of the quasielliptic equations and systems in these spaces, obtain estimates for solutions and prove isomorphism theorems for the quasielliptic operators. To prove our results we construct special regularizers for the quasielliptic operators.

This paper is a continuation of [16–18].

The work is supported by Mathematical Center in Akademgorodok under agreement No. 075-15-2019-167 with the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

REFERENCES

1. *Nikol'skii S. M.* (1962) The First Boundary Problem for a General Linear Equation. *Sov. Math. Dokl.* 3, pp. 1388–1390.
2. *Volevich L. R.* (1962) Local Properties of Solutions to Quasielliptic Systems. *Mat. Sb. (N.S)*, vol. 59(101), pp. 3–52. (in Russian)
3. *Bagirov L. A., Kondratyev V. A.* (1975) On Elliptic Equations in $\mathbb{R}^n$. *Differ. Uravn.* vol. 11, pp. 498–504. (in Russian)
4. *Cantor M.* (1975) Spaces of Functions with Asymptotic Conditions on $\mathbb{R}^n$. *Indiana Univ. Math. J.*, vol. 24, pp. 897–902.
5. *Cantor M.* (1981) Elliptic Operators and Decomposition of Tensor Fields. *Bulletin AMS*, vol. 5, pp. 235–262.
6. *McOwen R. C.* (1979) The Behavior of the Laplacian on Weighted Sobolev Spaces. *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 32, pp. 783–795.
7. *McOwen R. C.* (1980) On Elliptic Operators in $\mathbb{R}^n$. *Comm. Partial Diff. Eq.*, vol. 5, pp. 913–933.
8. *Choquet–Bruhat Y., Christodoulou D.* (1981) Elliptic Systems in $H_{s,\sigma}$ Spaces on Manifolds Which are Euclidean at Infinity. *Acta Math.*, vol. 146, pp. 129–150.
9. *Lockhart R. B., McOwen R. C.* (1985) Elliptic Differential Operators on Noncompact Manifolds. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci.*, vol. 12, pp. 409–447.

10. *Demidenko G. V.* (1998) On Quasielliptic Operators in $\mathbb{R}^n$. *Sib. Math. J.*, vol. 39, pp. 884–893.
11. *Demidenko G. V.* (2004) On One Class of Matrix Differential Operators. *Sib. Math. J.*, vol. 45, pp. 86–99.
12. *Hile G. N.* (2006) Fundamental Solutions and Mapping Properties of Semielliptic Operators. *Math. Nachrichten.* vol. 279, pp. 1538-1572.
13. *Kudryavtsev L. D.* (1959) Direct and Reverse Embedding Theorems. Applications to Solution of Elliptic Equations by the Variational Method. *Trudy Mat. Inst. Steklov. Akad Nauk SSSR.* vol. 55, pp. 1–182. (in Russian).
14. *Nirenberg L., Walker H. F.* (1973) The Null Spaces of Elliptic Partial Differential Operators in $\mathbb{R}^n$. *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 42, pp. 271–301.
15. *Demidenko G. V.* (1994) On Weighted Sobolev Spaces and Integral Operators Determined by Quasi-Elliptic Operators. *Russian Acad. Sci. Dokl. Math.* vol. 49, pp. 113–118.
16. *Demidenko G. V.* (2008) Quasielliptic Operators and Sobolev Type Equations. *Sib. Math. J.*, vol. 49, pp. 842–851.
17. *Demidenko G. V.* (2009) Quasielliptic Operators and Sobolev Type Equations. II. *Sib. Math. J.*, vol. 50, pp. 838–845.
18. *Demidenko G. V.* (2017) Mapping Properties of One Class of Quasielliptic Operators. *Communications in Computer and Information Science*, vol. 655, pp. 339–348.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРУГИХ ТЕЛ С ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

INVERSE PROBLEMS FOR ELASTIC BODIES WITH THIN INCLUSIONS

Хлуднев А. М.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия;
khlud@hydro.nsc.ru

Equilibrium problems for 2D elastic inhomogeneous bodies with thin inclusions are analyzed. It is assumed that thin inclusions are delaminated from the elastic bodies, thus forming cracks between the inclusions and the surrounding elastic media. Nonlinear boundary conditions are set on the crack faces that ensure a mutual non-penetration of opposing shores. It is also assumed that inclusions can cross the external boundary of the elastic bodies. Inverse problems are investigated in which one of the unknowns is the physical parameter of the models under consideration. Simultaneously, additional data are imposed related to displacements of thin inclusions. The solvability of inverse problems is proved. In addition, the local stability of solutions is established.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№18-29-10007).

REFERENCES

1. *Khludnev A. M.* (2019) Inverse problems for elastic body with closely located thin inclusions. *Z. Angew. Math. Phys*, vol. 70, pp. 134.
2. *Khludnev A. M.* (2020) Inverse problem for elastic body with thin elastic inclusion. *J. Inverse and Ill-posed Probl*, vol. 28, no. 2, pp. 195–209.
3. *Khludnev A. M., Popova T. S.* (2020) Equilibrium problem for elastic body with delaminated T-shape inclusion. *J. Comput. Appl. Math*, vol. 376, p. 112870.

ПОРОЖДЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО РАЗРЕШАЮЩЕГО СЕМЕЙСТВА ОПЕРАТОРОВ УРАВНЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПОРЯДКА

GENERATION OF ANALYTIC RESOLVING OPERATORS FAMILY OF A DISTRIBUTED ORDER EQUATION

Федоров В. Е., Авилович А. С.

Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия; kar@csu.ru, avilovich_aas@bk.ru

Пусть $\mathfrak{Z}$ — банахово пространство, оператор $A : D_A \to \mathfrak{Z}$ линеен, замкнут и плотно определен в $\mathfrak{Z}$ (коротко $A \in \mathcal{C}l(\mathfrak{Z})$). Рассмотрим задачу Коши

$$z(0) = z_0, \tag{1}$$

для уравнения распределенного порядка

$$\int_0^b \omega(\alpha) D_t^\alpha z(t) d\alpha = Az(t), \quad t > 0, \tag{2}$$

где $0 < b \leq 1$, $\omega : [0, b] \to \mathbb{C}$, D_t^α — производная Герасимова — Капуто. Под решением задачи (1), (2) будем понимать такую функцию $z \in C(\overline{\mathbb{R}}_+; \mathfrak{Z}) \cap C(\mathbb{R}_+; D_A)$, что существует $\int\limits_0^b \omega(\alpha) D_t^\alpha z(t) d\alpha \in C(\mathbb{R}_+; \mathfrak{Z})$ и выполняются равенства (1) и (2) при $t > 0$.

Через $\mathcal{L}(\mathfrak{Z})$ обозначим множество всех линейных непрерывных операторов. *Семейство операторов* $\{S(t) \in \mathcal{L}(\mathfrak{Z}) : t \geq 0\}$ называется *разрешающим* для уравнения (2), если выполняются следующие условия:

(i) оператор-функция $S(t)$ сильно непрерывна при $t \geq 0$, $S(0) = I$;

(ii) $S(t)[D_A] \subset D_A$, $S(t)Ax = AS(t)x$ при всех $x \in D_A$, $t \geq 0$;

(iii) $S(t)z_0$ — решение задачи Коши (1), (2) при всех $z_0 \in D_A$.

Разрешающее семейство операторов называется *аналитическим*, если оно аналитически продолжимо в $\Sigma_{\psi_0} := \{t \in \mathbb{C} : |\arg t| < \psi_0,\ t \neq 0\}$ при некотором $\psi_0 \in (0, \pi/2]$. Аналитическое разрешающее семейство $\{S(t) \in \mathcal{L}(\mathfrak{Z}) : t \geq 0\}$ имеет тип (ψ_0, a_0) при некоторых $\psi_0 \in (0, \pi/2]$, $a_0 \in \mathbb{R}$, если при любых $\psi \in (0, \psi_0)$, $a > a_0$ существует такое $C(\psi, a)$, что для всех $t \in \Sigma_\psi$ выполняется неравенство $\|S(t)\|_{\mathcal{L}(\mathfrak{Z})} \leq C(\psi, a) e^{a \operatorname{Re} t}$.

Обозначим $W(\lambda) := \int\limits_0^b \omega(\alpha) \lambda^\alpha d\alpha$. Пусть оператор $A \in \mathcal{C}l(\mathfrak{Z})$ удовлетворяет следующим условиям:

1) существуют такие $\theta_0 \in (\pi/2, \pi]$, $a_0 \geq 0$, что при всех $\lambda \in S_{\theta_0, a_0} := \{\mu \in \mathbb{C} : |\arg(\mu - a_0)| < \theta_0,\ \mu \neq a_0\}$ имеем $(W(\lambda)I - A)^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{Z})$;

2) при любых $\theta \in (\pi/2, \theta_0)$, $a > a_0$ найдется такое $K(\theta, a) > 0$, что для всех $\lambda \in S_{\theta, a}$

$$\|(W(\lambda)I - A)^{-1}\|_{\mathcal{L}(\mathfrak{Z})} \leq \frac{|\lambda| K(\theta, a)}{|W(\lambda)||\lambda - a|}.$$

Тогда будем говорить, что оператор A принадлежит классу $\mathcal{A}_W(\theta_0, a_0)$.

Через $\mathrm{Lap}(\mathfrak{Z})$ обозначим множество функций $x : \mathbb{R}_+ \to \mathfrak{Z}$, для которых определено преобразование Лапласа. Обозначим

$$Z_0(t) := \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\partial S_{\theta,a}} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} W(\lambda) \left(W(\lambda) I - A\right)^{-1} d\lambda, \tag{3}$$

где $a > a_0$, $\theta \in (\pi/2, \theta_0)$.

Теорема 1 [1]. *Пусть* $0 < b \leq 1$, $\theta_0 \in (\pi/2, \pi]$, $a_0 \geq 0$, $\omega \in L_1(0, b)$,

$$\exists C > 0\, \exists \varepsilon \in (0, b)\, \exists \varrho > 0\, \forall \lambda \in S_{\theta_0, a_0} \setminus \{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda| < \varrho\} \ \ |W(\lambda)| \geq C|\lambda|^{\varepsilon}.$$

Тогда существует аналитическое разрешающее семейство операторов типа $(\theta_0 - \pi/2, a_0)$ *уравнения* (2) *в том и только в том случае, когда* $A \in \mathcal{A}_W(\theta_0, a_0)$. *При этом разрешающее семейство операторов единственно, имеет вид* (3) *и при* $z_0 \in D_A$ *функция* $z(t) = Z_0(t) z_0$ *является единственным решением задачи* (1), (2) *в пространстве* $\mathrm{Lap}(\mathfrak{Z})$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Федоров В. Е.* О порождении аналитического в секторе разрешающего семейства операторов дифференциального уравнения распределенного порядка // Записки научных семинаров ЛОМИ. 2020. Т. 489. С. 113–129.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА: НЕЛИНЕЙНАЯ ДИССИПАЦИЯ И ВЫРОЖДЕНИЕ

SECOND-ORDER HYPERBOLIC EQUATIONS: NONLINEAR DISSIPATION AND DEGENERATION

Кожанов А. И.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия;
Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия; kozhanov@math.nsc.ru

Изучается разрешимость начально-краевых задач для гиперболических уравнений с нелинейной растущей диссипацией и вырождением. Доказываются теоремы о глобальной разрешимости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-51-41009).

POHOZHAEV IDENTITIES AND APPLICATIONS FOR SEMI-LINEAR ELLIPTIC-HYPERBOLIC EQUATIONS AND FOR FRACTIONAL LAPLACIAN

Popivanov N. I.

Institute of Information and Communication Technologies, Bulgarian Academy of Sciences and Faculty of Mathematics and Informatics, Sofia University, Sofia, Bulgaria;
nedyu@fmi.uni-sofia.bg

For the first time so called Pohozhaev identities had been used in 1965, for the study of the homogeneous Dirichlet problem for semilinear elliptic equations. In that case the behaviour of the solution strongly connected with the power of the pure nonlinear term and the Sobolev embedding number of $H_0^1(\Omega)$ into $L^p(\Omega)$. From that time in this area have been appeared many different kinds of Pohozhaev identities, which have been used in quite different situations. Especially, Lupo and Payne shown (first in [1]) that the nonexistence principle in supercritical case also holds for certain two dimensional problems for the mixed elliptic-hyperbolic Gellersted operator L (instead of Δ), with some appropriate boundary conditions. In dimension 2, such operators have a long-standing connection with transonic fluid flow. Of course, the critical Sobolev embedding in this case is for a suitable weighted version of $H_0^1(\Omega)$ into $L^p(\Omega)$. As usual, in the BVP for such mixed elliptic-hyperbolic Gellersted operator L, the boundary data are given only on the proper subset of the boundary of Ω. To compensate the lack of a boundary condition on a part of boundary, a sharp Hardy-Sobolev inequality is used in some papers, already published or in progress, prepared jointly with colleagues from Italy, USA, Norway and Russia (see for example [2, 3]). Let mention also some first results from using Pohozhaev identities in the case of Fractional Laplacian BVP [4].

This work is supported by Bulgarian NSF and Russian NSF under Grant DHTC 01/2/2017 “BVP for mixed type equations” and by Sofia University under Grant 80-10-122/16.04.2020.

REFERENCES

1. *Lupo D., Payne K. R.* (2003) Critical exponents for semi-linear equations of mixed elliptic-hyperbolic and degenerate types. *Comm. Pure Appl. Math.l.*, vol. 56, pp. 403–424.
2. *Lupo D., Payne K. R., Popivanov N.* (2014) On the degenerate hyperbolic Goursat problem for linear and nonlinear equations of Tricomi type. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, vol. 108. pp. 29–56.
3. *Popivanov N., Moiseev E., Boshev Y. Pohozaev* Identities and nonexistence of generalized solutions of some 2-D problems. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2172, Art. No. 030019, pp. 1–13. https://doi.org/10.1063/1.5133508.
4. *Ros-Oton X., Serra J.* (2014) The Pohozaev Identity for the Fractional Laplacian. *Archive for Rational Mechanics and Analysis, Springer*, vol. 213, Issue 2, pp. 587–628.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛООБМЕНА С РАЗРЫВНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR EQUATIONS OF RADIATION HEAT EXCHANGE WITH A DISCONTINUOUS REFRACTION INDEX

Чеботарев А. Ю.[1,2*], **Ковтанюк А. Е.**[1,2]

[1]*Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток, Россия;*[*]cheb@iam.dvo.ru

[2]*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия;*

В [1] представлены построение и анализ стационарной диффузионной модели радиационного теплообмена для многокомпонентной трехмерной области с учетом эффектов отражения и преломления на поверхностях разрыва коэффициента преломления. Указанные эффекты моделируются нестандартными условиями сопряжения для интенсивности теплового излучения.

В данной работе рассматривается квазистационарная модель сложного теплообмена в рамках P_1 приближения для уравнения переноса излучения. Для нелинейной параболико-эллиптической системы получены априорные оценки решения, на основе которых доказана однозначная разрешимость начально-краевой задачи с нестандартными условиями сопряжения. Приведены результаты численных экспериментов, демонстрирующие важность учета эффектов отражения и преломления, а также стабилизацию решения задачи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 20-01-00113).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chebotarev A. Y., Grenkin G. V., Kovtanyuk A. E., Botkin N. D., Hoffmann K.-H.* (2018) Diffusion approximation of the radiative-conductive heat transfer model with Fresnel matching conditions. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 57, pp. 290–298.

РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ОБЛАСТЯХ С НЕЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ИЛИ НЕИЗВЕСТНОЙ ГРАНИЦЕЙ

SOLVABILITY OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR QUASI-LINEAR PARABOLIC EQUATION IN DOMAINS WITH A NON-CYLINDRICAL OR UNKNOWN BOUNDARY

Подгаев А. Г.

Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия;
pvu1707@mail.ru

Доказывается регулярная разрешимость задач для квазилинейного трехмерного параболического уравнения с осевой симметрией в нецилиндрической области вначале с заданной границей класса W_2^1, а затем, используя полученные результаты, и с неизвестной границей, причем, в целом по времени. Во втором случае уравнение описывает процессы фазовых переходов вещества из одного состояние в другое. Граница фазы перехода неизвестна и определяется вместе с решением. Как указано в [1] «до сих пор существование классического решения доказано только в малом по времени (исключая некоторые простые случаи)». Близкие к двухфазным задачам , но в заданных областях, рассматривались в [2].

В работе рассматривается однофазная трёхмерная задача с расширением жидкой фазы в среду с постоянной температурой равной температуре плавления, в которой считается известной величина растаявшего вещества за заданный промежуток времени. Неизвестными в этой задаче, как и в задаче Стефана, являются, температура в каждой точке в каждый момент времени, а также граница перехода твёрдой фазы в жидкую. Но, в отличие от задачи Стефана, скрытая удельная теплота плавления также подлежит определению. Исследован случай, когда начальные данные обладают свойством центральной симметрии. Математически это означает, что рассматривается трёхмерная задача с неизвестной границей для нелинейного уравнения теплопроводности.

Приведен итерационный процесс, позволяющий на каждом шаге определять как температуру в каждой точке, так и саму область, заполненную растаявшим веществом. Последнее важно для получения равномерных оценок на неизвестную границу, на последовательность построенных приближений. Его можно использовать и при моделировании и численных расчётах.

На каждом шаге итерационного процесса решается задача в заданной нецилиндрической области, граница которой не обладает достаточной гладкостью, которая бы позволила применить известные результаты. Приближенные решения для каждого шага итерации (без сведения задачи к случаю цилиндрической области) строятся проекционным методом с использованием семейства проекторов зависящих от временного параметра. Доказывается, что некоторый предел этих решений будет решением задачи в области с заданной нецилиндрической границей. Для обоснования существования предела используются методы компактности функций из шкалы банаховых пространств [3], а также дополнительные теоремы компактности, полученные в [4].

Для задач с неизвестной границей установлены некоторые теоремы компактности, «привязанные» к специфике таких задач. Они позволяют, используя полученные равномерные по n оценки для решений семейства задач с заданными, зависящими от n, границами и областями определения функций, сделать предельный переход и установить разрешимость задачи с неизвестной границей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мейрманов А. М., Гальцева О. А., Сельдемиров В. Е.* О существовании обобщенного решения в целом по времени одной задачи со свободной границей // Матем.заметки. 2020. 107:2. С. 229–240.
2. *Попов С. В., Шадрина А. И.* Контактные параболические краевые задачи для уравнений второго порядка//Математические заметки ЯГУ. 2009. Т. 16, вып.2. С. 66–77.
3. *Подгаев А. Г.* Об относительной компактности множества абстрактных функций из шкалы банаховых пространств //Сиб. мат. журн. 1993. Т. 34. №2. С. 135–137.
4. *Подгаев А. Г., Лисенков К. В.* Разрешимость квазилинейного параболического уравнения в области с кусочно-монотонной границей //Дальневосточный математический журнал. 2013. Т. 13. № 2. С. 250–272.

УПРАВЛЯЕМЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ИНВАРИАНТАМИ В ЭКОНОМИКЕ

CONTROLLED STOCHASTIC MODEL WITH INVARIANT FOR ECONOMICS

Карачанская Е. В.[1], Петрова А. П.[2]

[1]*Дальневосточный государственный университет путей сообщений, Хабаровск, Россия;* elena_chal@mail.ru
[2]*Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия*

Экономическая система слабо прогнозируема в силу объективных причин: отсутствуют естественные инварианты. Для повышения ее прогнозируемости предлагается использование искусственных инвариантов [1]. Однако в стохастическом случае, используя, например, модели Гестона, Блэка–Шоулза, Орнштейна–Уленбека, можно решать эту проблему. Основой для построения искомой модели служит теория первых интегралов стохастических дифференциальных уравнений и программных управлений с вероятностью 1 [2].

Предлагается построение моделей с управлением, связанных с важнейшими экономическими показателями, как доходность портфеля инвестиций, цена активов, риск и т.п. Построение модели иллюстрируется компьютерным моделированием.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бурлачков, В.* Проблема прогнозируемости экономической системы: теоретические аспекты // Вопросы экономики, 2010. № 11. С. 136–142.
2. *Карачанская, Е. В., Петрова, А. П.* Применение программного управления с вероятностью 1 для некоторых задач финансовой математики // Математические заметки СВФУ, 2018. Т. 25, № 1. С. 25–38.

О СУЩЕСТВОВАНИИ ГРАНИЧНЫХ И НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ЗВЕЗДНЫХ ОБЛАСТЯХ

ABOUT EXISTING BOUNDARY AND INITIAL VALUES FOR DEGENERATING PARABOLIC EQUATIONS IN STAR REGIONS

Петрушко И. М.

Национальный исследовательский университет МЭИ, Москва, Россия;
petrushko@mail.ru

В работе устанавливаются необходимые и достаточные условия, что решение вырождающегося на границе области параболического уравнения 2-го порядка в звездной области с боковой границей, принадлежащей классу $C^{1+\lambda}$, $\lambda > 0$, имеет предел на боковой поверхности цилиндрической области в L_p, $p > 1$ и предел с весом на ее нижнем основании. Исследуется вопрос однозначной разрешимости первой смешанной задачи для такого уравнения в случае, когда граничная и начальная функции принадлежат пространствам типа L_p, $p > 1$.

Наиболее близкими к рассматриваемому кругу вопросов являются теоремы Ф. Рисса и Ж. Литтлвуда и Р. Пэли, в которых даются критерии предельных значений в L_p, $p > 1$ аналитических в единичном круге функций. Дальнейшее развитие этой тематики для равномерно эллиптических уравнений получило в работах В.П. Михайлова, А.К. Гущина. Отметим, что условие гладкости границы ($\partial Q \in C^2$) можно ослабить.

Ситуация более сложная когда вырождения уравнения на границе области и направления не являются равноправными. В этом случае постановка первой краевой задачи определяется типом вырождения. В случае, когда значения соответствующей квадратичной формы вырождающегося эллиптического уравнения на векторе нормали отличны от нуля (вырождение типа Трикоми), корректна задача Дирихле и свойства такого вырождающегося уравнения весьма близки к свойствам равномерно эллиптического уравнения. В частности, в этой ситуации справедливы аналоги теорем Ф. Рисса и Ж. Литтлвуда и Р. Пэли.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИИ СМЕСИ ГАЗОВ МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

MODELLING OF A GAS MIXTURE DIFFUSION USING MOLECULAR DYNAMICS METHOD

Антонов М. Ю.*, Григорьев А. В.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *mikhail@s-vfu.ru

В данной работе исследованы процессы диффузии газов в органических структурах, имитирующих пористые материалы (такие как керогены). Численная параметризация моделей, описывающих на атомарном уровне детализации процессы переноса компонентов природного газа в подобных структурах представляет интерес с точки зрения возможностей составления более точных моделей при моделировании процессов при переходе на макро-уровень (с использованием моделей сплошной среды, например таких, как pore-network model [1-3]), в том числе для поиска возможных путей оптимизации добычи природного газа.

В рамках данного исследования с использованием методов молекулярного моделирования была исследована диффузия смеси газа различного состава (рассматривалась смесь молекул метана и углекислого газа в различных пропорциях), исследовано влияние наличия углекислого газа в составе на процессы диффузии и произведена численная оценка параметров массопереноса.

Данное исследование может представлять интерес для понимания фундаментальных основ процессов, сопутствующих добыче природного газа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№18-41-140005р_а).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Akkutlua I.Y., Efendiev Y., Vasilyeva M.V., Wang Y.* (2017) Multiscale model reduction for shale gas transport in a coupled discrete fracture and dual-continuum porous media. *J. Nat. Gas Sci. Eng*, vol. 48, pp. 65–76.
2. *Kou R., Alafnan S.F.K., Akkutlu I.Y.* (2017) Multi-scale Analysis of Gas Transport Mechanisms in Kerogen. *Transp. Porous Media*, vol. 116, no 2, pp. 493–519.
3. *Riewchotisakul S., Akkutlu I.Y.* (2016) Adsorption-Enhanced Transport of Hydrocarbons in Organic Nanopores. *SPE J. Society of Petroleum Engineers*, vol. 21, no 6, pp. 1960–1969.

DISCRETE HARDY SPACES FOR BOUNDED DOMAINS IN $\mathbb{R}^N$

Dmitrii Legatiuk

Chair of Applied Mathematics, Bauhaus-Universität Weimar, Germany
dmitrii.legatiuk@uni-weimar.de

Discrete function theory in higher-dimensional setting has been in active development since many years. However, available results focus on studying discrete setting for such canonical domains as half-space, while the case of bounded domains generally remained unconsidered. Therefore, in this talk we discuss the extension of the higher-dimensional function theory to the case of arbitrary bounded domains in $\mathbb{R}^n$.

ОБ ИНТЕГРИРОВАНИИ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

ON THE INTEGRATION OF A CLASS OF NONLINEAR SECOND ORDER SYSTEMS OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

Талышев А. А.

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия; tal@academ.org

В работе [1] показано, что некий аналог голоморфных функций комплексного переменного можно построить для ассоциативных, коммутативных и унитарных R-алгебр любой размерности. В работе [1] такие отображения используются для построения интегрируемых нелинейных систем в частных производных. Еще одно применение таких отображений описано в работе [2], где предложен метод построения систем в частных производных (для вектор-функций любой размерности и любого числа аргументов), допускающих преобразования Беклунда.

В работе [3] показано, что для систем обыкновенных дифференциальных уравнений можно отказаться от ассоциативности и коммутативности алгебры.

В настоящей работе рассматривается возможность применения этого подхода к интегрированию систем обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кренделев С. Ф., Талышев А. А.* Об интегрировании одного класса нелинейных систем в частных производных // Корректные краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск: институт математики СО АН СССР, 1980. С. 116–119.
2. *Кренделев С. Ф., Талышев А. А.* Преобразования Беклунда систем уравнений в частных производных // Динамика жидкости со свободными границами. Новосибирск: институт гидродинамики СО АН СССР, 1980, выпуск 46. С. 166–171.
3. *Talyshev A. A.* (2017) On the integration of a class of nonlinear systems of ordinary differential equations. *AIP Conference Proceedings*, vol. 1907, pp. 030057. https://doi.org/10.1063/1.5012679

ТОНКИЕ ВКЛЮЧЕНИЯ ТИМОШЕНКО В ДВУМЕРНЫХ УПРУГИХ И ВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛАХ

THIN TIMOSHENKO INCLUSIONS IN 2D ELASTIC AND VISCOELASTIC BODIES

Попова Т. С.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; ptsokt@mail.ru

Математическое моделирование процессов деформирования композитных материалов требует корректной постановки задач с учетом типа неоднородностей, включенных в рассматриваемую конструкцию, их геометрических и физических особенностей, а также взаимодействия матрицы и наполнителя. При исследовании двумерных задач о композитных материалах с волокнистым наполнителем известны подходы, при которых геометрия задачи моделируется как упругое тело с тонким включением балочного типа. За последние годы исследован широкий спектр задач о равновесии двумерных упругих и вязкоупругих тел с тонкими упругими включениями, моделируемыми как балка Бернулли-Эйлера или Тимошенко, а также тонкими жесткими включениями. Также имеется ряд работ, посвященных различным видам анизотропии данных упругих балок и предельные случаи при стремлении жесткости балки в одном из направлений к бесконечности. При отслоении тонкого включения от матрицы композита образуется трещина, наличие которой обуславливает постановку задачи в области с разрезом. В этом случае предполагается, что тонкое включение расположено на одном из берегов разреза. В указанных выше работах применяется подход, при котором на берегах трещины, как на части границы, задаются краевые условия типа неравенств. Нелинейный характер данных граничных условий приводит к необходимости применения метода вариационных неравенств при доказательстве их разрешимости и изучении качественных свойств решений.

В данной работе исследуется задача о равновесии двумерных упругих и вязкоупругих тел, имеющих тонкое упругое включение, моделируемое как балка Тимошенко. Рассмотрены случаи отслоившегося включения и без отслоения. Приводятся как вариационные формулировки, так и дифференциальные в виде краевых задач, а также показано, что в определенном смысле эти постановки являются эививалентными. Доказана однозначная разрешимость поставленных задач, получено дополнительное свойство гладкости решений по временной переменной. Рассмотрен также предельный переход по параметру, характеризующему жесткость включения. Доказано, что при стремлении данного параметра к бесконечности решения исходной задачи сходятся к решению задачи о тонком жестком включении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Itou H., Khludnev A. M.* (2016) On delaminated thin Timoshenko inclusions inside elastic bodies. *Math. Meth. Appl. Sci.*, vol. 39, pp. 4980–4993.
2. *Khludnev A. M., Leugering G. R.* (2014) Delaminated thin elastic inclusion inside elastic bodies. *Math. Mech. Complex Systems*, vol. 2. no. 1, pp. 1–21.

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

EXPONENTIAL STABILITY OF SOLUTIONS TO SOME CLASSES OF NONAUTONOMOUS DELAY SYSTEMS

Матвеева И. И.[1,2]

[1]*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия;*
[2]*Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия;*
matveeva@math.nsc.ru

Рассматриваются некоторые классы неавтономных систем дифференциальных уравнений с запаздыванием

$$F\left(t, y(t), y(t-\tau), \frac{d}{dt}y(t), \frac{d}{dt}y(t-\tau)\right) = 0. \tag{1}$$

Уравнения такого типа возникают во многих прикладных задачах при изучении процессов, скорость протекания которых определяется не только настоящим, но и предшествующим состояниями. В частности, к уравнениям с запаздыванием приводят задачи автоматического регулирования и управления, биологии, медицины, радиофизики, экономики и т. д. Одной из важных является проблема исследования экспоненциальной устойчивости решений таких уравнений. В отличие от автономных уравнений эта проблема для неавтономных уравнений является менее изученной.

Работа продолжает наши исследования устойчивости решений уравнений с запаздыванием (см., например, [1–6]). Мы получаем условия экспоненциальной устойчивости нулевого решения систем вида (1) и устанавливаем оценки, характеризующие скорость экспоненциального убывания решений этих систем на бесконечности. При получении результатов используются функционалы Ляпунова – Красовского специального вида.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-29-10086).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Демиденко Г. В., Матвеева И. И.* Устойчивость решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и периодическими коэффициентами в линейных членах // Сиб. мат. журн. 2007. Т. 48, № 5. С. 1025–1040.
2. *Демиденко Г. В., Матвеева И. И.* Об оценках решений систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с периодическими коэффициентами // Сиб. мат. журн. 2014. Т. 55, № 5. С. 1059–1077.
3. *Матвеева И. И.* Об экспоненциальной устойчивости решений периодических систем нейтрального типа // Сиб. мат. журн. 2017. Т. 58, № 2. С. 344–352.
4. *Матвеева И. И.* Об экспоненциальной устойчивости решений периодических систем нейтрального типа с несколькими запаздываниями // Дифференц. уравнения. 2017. Т. 53, № 6. С. 730–740.

5. *Матвеева И. И.* Оценки экспоненциального убывания решений линейных систем нейтрального типа с периодическими коэффициентами // Сиб. журн. индустр. матем. 2019. Т. 22, № 3. С. 96–103.
6. *Matveeva I. I.* (2020) Exponential stability of solutions to nonlinear time-varying delay systems of neutral type equations with periodic coefficients. *Electron. J. Diff. Equ.* vol. 2020, no. 20, pp. 1–12.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ПРОИЗВОДНЫМ КАПУТО
THE CAUCHY PROBLEM FOR A SYSTEM OF EQUATIONS WITH THE CAPUTO DERIVATIVE

Егоров И. Е.[1], **Федотов Е. Д.**[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Научно-исследовательский институт математики, Якутск, Россия;*
ivanegorov51@mail.ru

[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, Якутск, Россия;*

Рассматривается задача Коши для системы уравнений в частных производных с производной Капуто [1-2] по времени

$$L[u] = \partial_{0t}^{\alpha} u + \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{\partial u}{\partial x_k} = \mathcal{I}_{0t}^{1-\alpha} f(t,x), \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R}_n, \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$u|_{t=0} = 0,$$

где A_k -эрмитовы матрицы порядка $m \times m$ с постоянными элементами, $f(t,x)$ и $u(t,x)$ известная и искомая n-мерные вектор-функции с m компонентами,

$$\mathcal{I}_{0t}^{1-\alpha} g(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{g(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha}}.$$

Для данной зададачи Коши установлен аналог энергетической оценки из которого следует единственность решения. Доказывается существование решения задачи Коши с помощью метода преобразования Фурье.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003.
2. *Псху А.В.* Уравнение в частных производных дробного порядка. М.:Наука, 2005.
3. *Петровский И.Г.* Избранные труды. Системы уравнений с частными производными. Алгебраическая геометрия. М.: Наука, 1986.

Секция I. НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

О КОМПЛЕКСАХ m-МЕРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА, СОДЕРЖАЩИХ КОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ТОРСОВ

ABOUT COMPLEXES OF m-DIMENSIONAL PLANES OF PROJECTIVE SPACE CONTAINING A FINITE NUMBER OF DEVELOPABLE SURFACES

Бубякин И. В.

Северо-восточный федеральный университет
им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; bubyakiniv@mail.ru

Рассмотрим в проективном пространстве P^n ρ-мерные комплексы C^ρ m-мерных плоскостей, содержащих конечное число торсов. Комплекс C^ρ m-мерных плоскостей в проективном пространстве P^n содержит конечное число торсов, если размерности комплекса ρ, его образующей m и проективного пространства n связаны соотношением: $\rho - 1 = m(n - m - 1)$. Предположим, что $m + 1$ из торсов, принадлежащих комплексу C^ρ, имеют общую характеристическую $(m + 1)$-мерную плоскость, касающуюся вдоль m-мерной образующей торса. Такие комплексы обозначаются через $C^\rho(\alpha)$. Рассмотрим также комплекс C^ρ m-мерных плоскостей, для которого $n - m$ из его торсов имеют общую характеристическую $(m - 1)$-мерную плоскость, по которой пересекаются две соседние образующие торса. Эти комплексы обозначаются через $C^\rho(\beta)$. Строение комплексов $C^\rho(\alpha)$ и $C^\rho(\beta)$ изучалось в работах [1,2]. Комплекс C^ρ, являющийся одновременно комплексом $C^\rho(\alpha)$ и $C^\rho(\beta)$, обозначим через $C^\rho(\alpha, \beta)$. Строение комплексов $C^\rho(\alpha, \beta)$ выясняет следующая теорема:

Теорема. *Комплекс C^ρ m-мерных плоскостей проективного пространства P^n, содержащий конечное число торсов, является комплексом $C^\rho(\alpha, \beta)$ тогда и только тогда, когда его m-мерные образующие пересекают m-мерные плоскости некоторого $((n - 1)(m - 1) + m^2)$- мерного многообразия по $(m - 1)$-мерным плоскостям.*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бубякин И. В.* О строении комплексов m- мерных плоскостей проективного пространства, содержащих конечное число торсов. I // Мат. Заметки СВФУ. 2019. Т. 26, № 2. С. 3–16.
2. *Бубякин И. В.* О строении комплексов m- мерных плоскостей проективного пространства, содержащих конечное число торсов. II // Мат. Заметки СВФУ. 2019. Т. 26, № 4. С. 3–16.

О РЕШЕНИЯХ НЕКОТОРЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

ON THE SOLUTIONS OF SOME ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS

Васильев В. Б.*, Кутаиба Ш. Х., Чернова О. В.

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, Россия; *vbv57@inbox.ru

Основная проблема, которая рассматривается в этой работе, состоит в конструкции решений определенных краевых задач для эллиптических псевдодифференциальных уравнений в некоторых модельных областях евклидова пространства. Эти работы были начаты первым автором с середины 90-х годов и основывались на специальной факторизации эллиптического символа [1].

Мы исследуем разрешимость уравнения

$$(Au)(x) = v(x), \quad x \in C, \tag{1}$$

где A – псевдодифференциальный оператор порядка с символом $A(\xi)$, удовлетворяющим условию

$$c_1(1+|\xi|)^\alpha \leq |A(\xi)| \leq c_2(1+|\xi|)^\alpha,$$

$C \subset \mathbb{R}^m$ – выпуклый конус, не содержащий целой прямой, в пространстве Соболева–Слободецкого $H^s(C)$ в предположении, что символ допускает волновую факторизацию $A(\xi) = A_{\neq}(\xi) \cdot A_{=}(\xi)$ относительно конуса C с индексом æ [1].

В зависимости от вида конуса C была предложена конструкция общего решения уравнения (1) [4] в случае $æ - s = n + \delta, n \in \mathbb{N}, |\delta| < 1/2$, исходя из которой рассматривались некоторые краевые задачи. Конкретные реализации для двумерного случая были описаны в [2], в трехмерном для четырехгранного угла – в [3]. Здесь будут рассмотрены различные комбинации описанных ситуаций, приводящие к интегральному представлению решения уравнения (1) в образах Фурье для специальной краевой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильев В. Б.* Мультипликаторы интегралов Фурье, псевдодифференциальные уравнения, волновая факторизация, краевые задачи. Москва: УРСС, 2010.
2. *Vasilyev V. B.* (2019) Pseudo-differential equations and conical potentials: 2-dimensional case. *Opusc. Math.*, vol. 39, no. 1, pp. 109–124.
3. *Vasilyev V. B.* (2018) Pseudo-differential equations, wave factorization, and related problems. *Math. Meth. Appl. Sci.*, vol. 41, pp. 9252–9263.
4. *Vasilyev V. B.* (2019) On some distributions associated to boundary value problems. *Complex Var. Elliptic Equ.*, vol. 64, no. 5, pp. 888–898.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ЖЕВРЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА
BOUNDARY VALUES OF THE GEVREY FOR MIXED TYPE EQUATIONS

Верховцев С. Д.[1], Попов С. В.[1,2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* verkhovtsev.sever@gmail.com
[2] *Академия наук Республики Саха (Якутия), Якутск, Россия;* guspopov@mail.ru

В случае краевых задач для уравнений с меняющимся направлением времени, задач Жевре, гладкость начальных и граничных данных не обеспечивает повышение гладкости решения. Задачи Жевре для уравнений третьего порядка с кратными характеристиками рассматривались в работах Т.Д. Джураева [1], а для уравнений второго порядка, в основном модельных, рассматривались в работах М.С. Боуенди, П. Гривара, К.Д. Пагани, С.А. Терсенова, А.М. Нахушева, И.Е. Егорова, Н.В. Кислова, С.Г. Пяткова, А.И. Кожанова, С.В. Потаповой и других авторов. Задачи Жевре для таких уравнений, а также для общих операторно-дифференциальных уравнений, рассматривались в работах С.Г. Пяткова, В.И. Антипина (2014–2016) [2]. Краевые задачи для вырождающихся уравнений с кратными характеристиками рассматривались в работах [3].

Рассмотрены новые корректные краевые задачи для неклассических уравнений второго, третьего и четвертого порядков в гельдеровских пространствах вида $H^{p,p/3}_{x\ t}$, $H^{p,p/2n}_{x\ t}$ при $n = 1, 2$:

$$\begin{cases} u_{xxx} + u_t = 0, & x < 0, \\ u_{xxxx} + u_t = 0, & x > 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} u_{xxx} + u_t = 0, & x < 0, \\ u_{xx} - u_t = 0, & x > 0. \end{cases}$$

Применение теории сингулярных уравнений дает возможность наряду с гладкостью данных задачи, указать дополнительно необходимые и достаточные условия, обеспечивающие принадлежность решения гельдеровским пространствам [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Джураев Т. Д.* Краевые задачи для уравнения смешанного и смешанно-составного типов. Ташкент: ФАН, 1979.
2. *Pyatkov S. G., Popov S. V., Antipin V. I.* (2014) On Solvability of Boundary Value Problems for Kinetic Operator-Differential Equations. *Integral Equations and Operator Theory*, vol. 80, pp. 557–580. DOI 10.1007/s00020-014-2172-7_c.
3. *Кожанов А. И., Зикиров О. С.* Краевые задачи для дважды вырождающегося дифференциального уравнения с кратными характеристиками // Мат. заметки СВФУ. 2018. Т. 25, N. 4. С. 34–44.
4. *Попов С. В., Потапова С. В.* Гельдеровские классы решений параболических уравнений четвертого порядка с меняющимся направлением эволюции // Параболические уравнения четвертого порядка с меняющимся направлением времени с общей матрицей условий склеивания // Мат. заметки ЯГУ. 2010. Т. 17, N. 1. С. 109–123.

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ, СОДЕРЖАЩЕГО ВЫРОЖДЕНИЕ

THE DIRICHLET PROBLEM FOR AN EQUATION WITH CHAT DERIVATIVES CONTAINING DEGENERACY

Вихрева О. А.

Северо-Восточный федеральный университет
имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; Ovixreva@mail.ru

Пусть П — куб в пространстве R^3.

Рассмотрим уравнение

$$\Lambda u = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\varphi(t)\frac{\partial u}{\partial t}\right) + Pu + a\frac{\partial u}{\partial t} = f(x,t), 0 < t < b, \tag{1}$$

где $\varphi(t) > 0$ непрерывная функция при $\varphi(0) = 0$, $a - const \geq 0$.

Пусть

$$Pu = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^4 u}{\partial x_3^4}, \text{ где } x = (x_1, x_2, x_3).$$

Краевая задача. Найти решение уравнения (1) в области $[0,b] \times \Pi$ такое, что

$$\begin{array}{ll} u(x,0) = 0, \quad u(x,b) = 0 & \text{при } I < \infty, \\ u(x,b) = 0 & \text{при } I = \infty. \end{array} \tag{2}$$

Положим $I = \int\limits_0^b \frac{dt}{\varphi(t)}$.

Доказывается с помощью общей теории операторов [1] следующая теорема.

Теорема. *Обобщенное решение уравнения* (1) *в области* $[0,b] \times \Pi$ *при условиях периодичности по* x *и условиях* (2) *существует и единственно при любой* $f \in L_2(0,b)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дезин А. А.* Дифференциально-операторные уравнения. Метод модельных операторов в теории граничных задач //Труды Мат. института им. В.А.Стеклова РАН. 2000. Т. 229. С. 229–230.

РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СОСТАВНОГО ТИПА С РАЗРЫВНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

THE SOLVABILITY OF DIRICHLET PROBLEM FOR THE COMPOSITE TYPE EQUATION WITH A DISCONTINUOUS COEFFICIENT

Григорьева А. И.

Северо-Восточный федеральный университет
им М.К. Аммосова, Якутск, Россия;

Изучается разрешимость задачи Дирихле для дифференциальных уравнений составного (соболевского) типа вида

$$D_t\left[(-1)^p D_t^{2p+1}u - h(x)u_{xx}\right] + a(x,t)u_{xx} + c(x,t)u = f(x,t)$$

в области $Q = \{(x,t) : x \in (-1,0) \cup (0,1),\ t \in (0,T),\ 0 < T < +\infty\}$ ($p \geq 1$—целое, $D_t^k = \frac{\partial^k}{\partial t^k}$, $D_t = \frac{\partial}{\partial t}$). В данном уравнении коэффициенты $h(x)$ и $a(x,t)$ могут иметь разрыв первого рода в точке $x = 0$.

Помимо обычных граничных условий Дирихле в изучаемой задаче задаются также условия сопряжения на линии $x = 0$. Доказываются теоремы существования и единственности регулярных (имеющих все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в уравнение) решений.

НАХОЖДЕНИЕ РЕШЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОДНОЙ НЕКЛАССИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИФФУЗИИ

ON SOLUTION OF CHARACTERISTIC EQUATION FOR THE SAME NON CLASSICAL DIFFUSION MODEL

Дубко В. А.[1*], **Зубарев С. В.**[1], **Карачанская Е. В.**[2]

[1]*Киевский национальный университет технологий и дизайна, Киев, Украина;*
*doobko2008@yandex.ua
[2]*Дальневосточный государственный университет путей сообщений, Хабаровск, Россия;*

В работе [1] была обоснована и исследована динамическая модель диффузии броуновской частицы при винеровских возмущениях ортогональных к ее текущей скорости. Было показано, что существует режим, когда скорость частицы является постоянной по величине: $|V(t)| = |V(0)| = const$, $\forall t \geq 0$. Для это случая построено уравнение для характеристической функции $\psi(t;\lambda) = \mathrm{M}[\exp(\lambda, x(t))/V = V(0), x(0)]$ ($x(t)$ – вектор положения броуновской частицы):

$$\frac{d^2\psi(t;\lambda)}{dt^2} + \gamma\frac{d\psi(t;\lambda)}{dt} = -\left|\lambda\right|^2 f(t)\cdot\psi(t;\lambda) - (\lambda, V)^2\psi(t;\lambda), \tag{1}$$

где γ - пропорционально величине коэффициента стоксового трения,

$$f(t) = \frac{\left|V\right|^2}{3}(1 - \exp\{-3\gamma t\}).$$

В развитие результата [1] доказано, что система решений уравнения (1) имеет вид:

$$\psi(t) = \exp\{-\frac{\gamma t}{2}\}\cdot Z_\upsilon\left[i\left(\frac{2\alpha}{3\gamma}\cdot\exp\{-\frac{3\gamma t}{2}\}\right)\right], \tag{2}$$

где Z_υ – модифицированная цилиндрическая функция, $\alpha^2 = \frac{|\lambda|^2|V|^2}{3}$, $\beta^2 = \alpha^2 + (\lambda, V)^2$, $\upsilon = \frac{1}{3\gamma}\sqrt{\gamma^2 - 4\beta^2}$, $i^2 = -1$.

Исследуются варианты, когда υ – действительная или комплексная величина, а затем формируется новое представление фундаментальной системы решений уравнения (1). Поведение решений носит затухающий, колебательный характер. Рассматриваются особенности поведения решений уравнения (1), в зависимости от соотношения между коэффициентом а и интенсивностью винеровских возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дубко, В. А.* Об одной динамической модели диффузии с неслучайной скоростью // Математические заметки СВФУ. 2019. Т. 26, № 3. С. 31–46.

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЧАПЛЫГИНА

ON AN INVERSE PROBLEM FOR THE MULTIDIMENSIONAL CHAPLYGIN'S EQUATION

Джамалов С. З.

Институт математики им. В.И. Романовского АН Республики Узбекистан, Ташкент, Узбекистан; sirojб3@mail.ru

Филиал Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина в г. Ташкент, Ташкент, Узбекистан;

Как известно в работе [1] при определенных условиях на коэффициенты, правая часть уравнения (1) была доказана корректность решения линейной обратной задачи в специальных пространствах Соболева. В данной работе для многомерного уравнения Чаплигина изученны корректность некоторой нелинейной обратной задаче с нелокальными краевыми условиями.

Пусть $\Omega = \prod\limits_{i=1}^{n} (\alpha_i, \beta_i) \in R^n$. $n-$мерный параллелепипед. Обозначим через $Q = \Omega \times (0,T) \times (0,\ell) = Q_1 \times (0,\ell) =$
$\{(x,t,y);\ x \in \Omega\,,\, 0 < t < T < +\infty\,, 0 < y < \ell < +\infty\ \}$ -область с кусочно-гладкой границей ∂Q. В области Q рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка.

$$Lu = K(x)\,u_{tt} - \sum_{ij=1}^{n} \frac{\partial}{\partial\, x_i}\left(a_{ij}(x)\,u_{x_j}\right) - a\,(x)\,u_{yy} + \alpha\,(x,t)\,u_t + c\,(x,t)\,u = f\,(x,t,y), \quad (1)$$

где $x_1 K(x_1) > 0$ при $x_1 \neq 0$,где $x_1 \in (\alpha_1, \beta_1)$, где $\alpha_1 < 0 < \beta_1$, $0 < \alpha_i < \beta_i$, $\forall i = \overline{2,n}$.

Пусть выполнено следующее условие: $a_{ij}\xi_i\xi_j \geq a_0|\xi|^2$, где $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$; $a_0 - const > 0$, $\xi \in R^n$; $|\xi|^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i^2$; $a(x) \geq a_1 > 0$.

Пусть $f\,(x,t,y) = g\,(x,t,y) + h\,(x,t)\,\cdot \psi\,(x,t,y)$, где $g\,(x,t,y)$ и $\psi(x,t,y)$ заданные функции.

Нелинейная обратная задача. *Найти функции $u(x,t,y), h(x,t), c(x,t)$ входящие в уравнение (1) в области Q, удовлетворяющие следующими нелокальными условиями*

$$\gamma\, D_t^p\, u|_{t=0} = D_t^p\, u|_{t=T},$$

$$\eta_i\, D_{x_i}^p\, u|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p\, u|_{x_i=\beta_i},$$

$$u|_{y=0} = u|_{y=\ell} = 0,$$

при $p = 0, 1$; $\quad \gamma, \quad \eta_i - consts \neq 0$, $\forall i = \overline{1,n}$.
с дополнительными условиями

$$u(x,t,\ell_i) = \phi_i\,(x,t), \quad i = 0,1\ ;\ 0 < \ell_0 < \ell_1 < \ell < +\infty$$

и принадлежит классу

$V = \{(u,h)|\ u \in W_2{}^2(Q);\, c,h \in W_2^2(Q_1);\, D_y^3\{u_{xx}, \nabla u_t, u_{tt}\} \in L_2(Q);\ \ D_y^4 u \in L_2(Q)\}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Джамалов С. З.,Ашуров Р. Р.* Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка // Известия вузов. Математика. 2019. № 10. С. 1–12.

ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ МНОГОТОЧЕЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

ABOUT ON ONE LINEAR MULTIPOINT INVERSE PROBLEM FOR A MULTIDIMENSIONAL EQUATION OF PARABOLIC TYPE

Джамалов С. З.*,**Рузиев У. Ш.**

Институт математики им. В.И. Романовского АН Республики Узбекистан, Ташкент, Узбекистан; *sirojб3@mail.ru

Филиал Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина в г. Ташкент, Узбекистан.

В работе [1] впервые предложили математически модели, возникающие при изучении ряда прикладных задач и приводящие к рассмотрению нелокальных краевых задач. Как известно, нетрудно установить связь между нелокальными краевыми задачами и многоточечными обратными задачами [2,3]. С этой целью мы изучаем корректность по Адамару некоторых линейных многоточечных обратных задач (Л.М.О.З) для многомерного уравнения параболического типа.

Пусть Ω- односвязная область в пространстве R^n с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$. В области $Q = (0, T) \times \Omega \times (0, l) = Q_1 \times (0, l) \subset R^{n+2}$ рассмотрим параболическое уравнение

$$Lu = u_t - \sum_{i,j=1}^{n} (a_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j} + c(x,t)u = g(x,t,y) + \sum_{k=1}^{m-1} h_k(x,t) f_k(x,t,y), \qquad (1)$$

где $\sum\limits_{i=1}^{n} a_{ij}\xi_i\xi_j \geq a_0|\xi|^2$, $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$, $a_0 > 0$, $\forall\xi \in R^n$, $|\xi|^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i^2$, g, и f_k, $\forall k = \overline{1, m-1}$-заданные функции.

Л.М.О.З. *Найти функции $(u, h_1, h_2, \ \ldots\ , h_{n-1})$, удовлетворяющие уравнению (1) в области Q такие, что функция $u(x,t,y)$ удовлетворяет краевым условиям*

$$\gamma u\,|_{t=0} = u\,|_{t=T},$$

$$u\,|_{\partial\Omega} = 0,$$

$$u\,|_{y=0} = u\,|_{y=l} = 0,$$

с дополнительными условиями

$$u\,|_{y=\ell_k} = \varphi_k(x,t),$$

где $k = \overline{1, m-1}$; и $0 = \ell_0 < \ell_1 < \ldots < \ell_{m-1} < \ell_m = \ell < +\infty$ и принадлежит классу $U = \{(u, h_k, k = \overline{1, m-1}) \in W_2^{2,1}(Q),\ D_y^3(u_t, u_x, u_{xx}) \in L_2(Q),\ D_y^4 u \in L_2(Q);$ $h_i \in W_2^2(Q_1)\}$.

Введем обозначения. Пусть $g_i(x,t) = g(x,t,l_i)$, $f_{ij}(x,t) = f_i(x,t,l_j)$, $\forall i,j = \overline{1, m-1}$. Тогда через $F = \{f_{ij}\}_{i,j=1}^{m-1}$ определим квадратную матрицу порядка $(m-1)$.

Теорема. *Предположим что, выполнены условия*

$|\det F| \geq \varepsilon > 0$, $\varphi_i, \varphi_{it}, \varphi_{ixx} \in W_2^2(Q_1)$, $\gamma\varphi_i\,|_{t=0} = \varphi_i\,|_{t=T}$; $\varphi\,|_{\partial\Omega} = 0$, $|\gamma| > 1$, $g_i \in W_2^2(Q_1)$, $f_{ij} \in W_2^2(Q_1)$, $\forall_{i,j} = \overline{1, m-1}$,

и пусть $\beta \equiv M \sum\limits_{k=1}^{m-1} \left\|(1+D_y^3)f_k\right\|^2_{W_2^1(Q)} < 1$, где $M = const(mes(Q_1), \det F)$, *Тогда для любых функций* g *и* f_i *таких,* что $(1+D_y^3)f_i \in W_2^2(Q)$; $f_i\,|_{\partial\Omega} = 0$, $\forall i = \overline{1, m-1}$, $(1+D_y^3)g \in W_2^2(Q)$; $g\,|_{\partial\Omega} = 0$, *существует единственное решение задачи (1)-(5) из указанного класса* U.

Замечание 1. Для уравнения (1) аналогично изучаются Л.М.О.З. с условием Коши то есть в этом случае вместо условия (2) предлагается начальное условие $u\,|_{t=0} = u_0(x)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бицадзе А. В.,Самарский А. А.* О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач // Докл. АН СССР. 1969. Т. 185. № 4. С. 739–740.
2. *Ильин В. А.,Моисеев Е. И.* Нелокальная краевая задача первого рода для оператора Штурма-Лиувилля в дифференциальной и разностной трактовке // Дифференциальные уравнения. 1987. Т. 23. № 7. С. 1198–1207
3. *Джамалов С. З.* Об одной линейной многоточечной задаче управления для модельного уравнения теплопроводности // УзМЖ. 1992. №4 5. С. 5–7.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРОМ КАПУТО И НЕЛИНЕЙНОЙ НАГРУЖЕННОЙ ЧАСТЬЮ

ON A NONLOCAL PROBLEM FOR A THIRD ORDER EQUATION WITH THE CAPUTO OPERATOR AND NON-LINEAR LOADED TERM

Исломов Б.[1*]**, Абдуллаев О. Х.**[1,2]

[1] *National University of Uzbekistan. Tashkent 100174, Uzbekistan.*
*bozorislomov@yandex.com
[2] *Institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy. Tashkent 100174, Uzbekistan.*

Пусть $\Omega-$ односвязная область ограниченная, при $y > 0$ сегментами BB_0, B_0A_0, A_0A (соответственно на прямых $x = 1$, $y = h$, $x = 0$) и при $y < 0$ характеристиками $AC:\ x + y = 0$, $BC:\ x - y = 1$ уравнения

$$\left(a\frac{\partial}{\partial x} + b\frac{\partial}{\partial y} + c\right) Lu = 0 \tag{1}$$

где $C\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$; a, b и c действительные постоянные, причем $a^2 + b^2 \neq 0$,

$$Lu \equiv \begin{cases} L_1u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - {}_cD^{\alpha}_{0y}u + f_1(x, y; u(x, 0)), & (x, y) \in \Omega_1 \\ L_2u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f_2(x, y; u(x, 0)), & (x, y) \in \Omega_2 \end{cases}$$

${}_cD^{\alpha}_{ay}-$ дифференциальный оператор Капуто порядка $(0 < \alpha < 1)$:

$${}_CD^{\alpha}_{0y}f = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^y (y-t)^{-\alpha} f'(t)dt. \tag{1}$$

и $\Omega_1 = \Omega \cap \{y > 0\}$, $\Omega_2 = \Omega \cap \{y < 0\}$.

Определение. Функция $u(x, y)$ называется регулярным решением уравнения (1), если она имеет непрерывные производные входящие в оператор Lu, более того $Lu \in C^1(\Omega \setminus AB)$.

Задача I. Найти регулярное решение $u(x, y)$ уравнения (1) в области $\Omega \setminus AB$ со следующими свойствами:

1^0 $u(x, y) \in C(\overline{\Omega}) \cap C^1(\overline{\Omega_2} \setminus \overline{BC})$, $u_{xx} \in C(\Omega_1 \cup AA_0)$;

2^0 $u(x, y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u(0, y) = \varphi_1(y),\ \ u(1, y) = \varphi_2(y),\ \ 0 \leq y \leq h,$$

$$u_{xx}(0, y) = \varphi_3(y),\ \ 0 \leq y \leq h,$$

$$\frac{d}{dx}u\left(\theta(x)\right) = a_1(x)u_y(x, -0) + a_2(x)u_x(x, -0) + a_3(x)u(x, 0) + a_4(x), \quad 0 \leq x < 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}|_{AC} = \psi_1(x), \ \ 0 \leq x \leq \frac{1}{2},$$

3^0 имеет место интегральное условие склеивания:

$$\lim_{y\to+0} {}_cD_{0y}^{\alpha} u(x,y) = \lambda_1(x)u_y(x,-0) + \lambda_2(x)u_x(x,-0) + \lambda_3(x)u(x,-0)+$$

$$+\lambda_4(x)\int\limits_0^x r(t)u(t,0)dt + \lambda_5(x),$$

где $\lambda_i(x)$ $(i=\overline{1,5})-$ заданные функции, причем $\sum\limits_{i=1}^{4}\lambda_i^2(x)\neq 0$.

Теорема. Если выполнены условия:

$$\varphi_1(y)\in C^2(0,h)\cap C^1[0,h], \ \varphi_2(y),\varphi_3(y)\in C^1(0,h)\cap C[0,h];$$

$$a_j(x)\in C\left[0,1\right]\cap C^2\left(0,1\right), \ \lambda_j(x),\lambda_5(x)\in C\left[0,1\right]\cap C^1\left(0,1\right), \ (j=1,4);$$

$$\psi_1(x)\in C^2\left(0,\frac{1}{2}\right)\cap C^1\left[0,\frac{1}{2}\right], \ f_i(x,y;u(x,0))\in C(\overline{\Omega}_i)\cap C^1(\Omega_i), \ (i=1,2);$$

$$|f_i(x,y;\tau_1(x))-f_i(x,y;\tau_2(x))|\leq L_i|\tau_1(x)-\tau_2(x)|, \ (i=1,2),$$

то решение **Задачи I.** существует и единственно. Отметим, что некоторые места методов использованные в работе Т.Д.Джураева и М.Мамажанова [1] не применима для уравнения (1) при $f_i(x,y;u(x,0))\neq 0$ и $0<\alpha<1$. Это больше все связано с оператором Капуто и нелинейной части рассматриваемого уравнения.

References

1. *Джураев Т.Д., Мамажанов М.* О корректной постановке краевых задач для одного класса уравнений третьего порядка параболо-гиперболического типа // Диф.урав. 1983. Т. 19, № 1. С. 37–50.

О РЕГУЛЯРНОСТИ ЗАДАЧИ ОДНОЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ДВУХЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ НА ПЛОСКОСТИ

ON THE REGULARITY OF THE PROBLEM OF ONE OVERDETERMINED SYSTEM ARISING IN A TWO-FLUID MEDIUM ON THE PLANE

Искандаров И.К.[1], **Куйлиев С.К.**[2]

[1] *Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия;*
iskandarovilkham@mail.ru

[2] *Самаркандский государственный университет им. А. Навои, Самарканд, Узбекистан;*

Математическое моделирование динамики многофазных сжимаемых сред представляет интерес с точки зрения многих научных дисциплин и имеет большой потенциал для практического применения в различных технологических областях. Под многофазной средой понимается сплошная среда, состоящая из нескольких компонент (фаз) с различными физическими характеристиками. Задачи моделирования многофазных течений встречаются в таких областях как метеорология и океанология, а также при использовании гидродинамического подхода к описанию различных геологических процессов, таких как конвективный массоперенос мантийных пород, фильтрационные течения и др. Другие области применения связаны с решением разнообразных инженерных и технологических задач: в области проектирования охладительных систем, разработки и описания динамики различных композитных материалов, сыпучих смесей и технологических жидкостей. Отдельно стоит выделить нефтегазовую отрасль, где вычислительные модели многофазных сред востребованы как с точки зрения разведки месторождений полезных ископаемых и моделирования процессов в нефтеносных пластах, так и с точки зрения проектирования и оптимизации сложных систем транспортировки углеводородов.

В данной работе при описании исследуемого процесса будем считать, что изменение температурного поля среды не будет влиять на характеристики системы, которые определяются вязкостами подсистем двухжидкостной среды. Также не будем учитывать эффекты, обусловленные сжимяемостями подсистем и конвективными процессами рассматриваемой двухжидкостной среды. При этих предположениях исследуется регулярность внешней двумерной краевой переопределенной задачи возникающей в двухжидкостной среде.

ОБ ОДНОЙ ВНЕШНЕЙ КРАЕВОЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ЗАДАЧЕ ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ДВУХЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ НА ПЛОСКОСТИ

ABOUT ONE EXTERNAL BOUNDARY OVERDETERMINED PROBLEM ARISING IN A TWO-FLUID MEDIUM ON A PLANE

Искандаров И.К.[1]**, Куйлиев С.К.**[2]

[1] *Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия;*
iskandarovilkham@mail.ru
[2] *Самаркандский государственный университет им. А. Навои, Самарканд, Узбекистан;*

Моделирование течений многофазных сжимаемых сред представляет интерес с точки зрения многих научных дисциплин и имеет большой потенциал для практического применения в различных инженерных областях. Задачи моделирования многофазных течений встречаются в таких областях, как метеорология и океанология, а также при описании различных геологических процессов с использованием гидродинамического подхода, таких как конвективный массоперенос мантийных пород, фильтрационные течения и др.

В данной работе при описании исследуемого процесса будем считать, что изменение температурного поля среды не будет влиять на характеристики системы, которые определяются вязкостами подсистем двухжидкостной среды. Также не будем учитывать эффекты, обусловленные сжимяемостями подсистем и конвективными процессами рассматриваемой двухжидкостной среды. При этих предположениях исследуется вариационная постановка внешней двумерной краевой переопределенной задачи возникающей в двухжидкостной среде.

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ ТИПА СТОКСА В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

SOLUTION OF ONE OVERDETERMINED STATIONARY STOKES-TYPE SYSTEM IN A HALF-SPACE

Имомназаров Х. Х.[1*], Имомназаров Ш. Х.[2], Урев М.В.[1], Бахрамов Р. Х.[3]

[1] *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия;* *imom@omzg.sscc.ru
[2] *Институт геологии и минералогии им. В.С. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия;*
[3] *Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, Механико-математический факультет, Ташкент, Узбекистан;*

Рассмотрено классическое решение в полупространстве второй краевой задачи для переопределенной стационарной системы типа Стокса, возникающей в двухжидкостной среде с одним давлением. Получено решение с использованием преобразования Фурье по горизонтальным переменным. Показано влияние кинетических параметров среды на решение системы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 18-51-41002).

РАЗРЕШИМОСТЬ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

SOLVABILITY OF A NONLOCAL PROBLEM WITH AN INTEGRAL CONDITION FOR AN EQUATIONS IN PRIVATE DERIVATIVES OF THE THIRD ORDER

Зикиров О. С.

Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан; zikirov@yandex.ru

Уравнения в частных производных третьего порядка лежат в основе математических моделей различных физических явлений и процессов.

Например, уравнение

$$\nu\,\frac{\partial^3 u}{\partial^2 x \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t),$$

описывает распространение плоской волны в вязко упругом твердом теле или в сжимаемой вязкой жидкости с незначительной удельной теплопроводностью [1].

В настоящей работе рассматривается задача с интегральным условием для уравнений в частных производных третьего порядка с оператором теплопроводности в главной части.

В области $D = \{(x,t): \ 0 < x < l, \ 0 < t < T\}$ рассмотрим уравнение в частных производных третьего порядка вида

$$Lu \equiv \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) + c(x,t)u = f(x,t), \tag{1}$$

где $c(x,t)$, $f(x,t)$ — заданные функции.

Заметим, что уравнение (1) относятся к первому каноническому виду относительно старших производных, указанных в работе [2], т. е. уравнение характеристики имеет один общий интеграл, причём трехкратный. Этот фактор существенно влияет как на корректность постановки задач, так и на их разрешимость.

В работе для уравнения (1) исследуется следующая задача: найти в области D решение $u(x,t)$ уравнения (1), удовлетворяющее начальному

$$u(x,0) = \varphi(x), \qquad 0 \le x \le l, \tag{2}$$

граничным

$$u(0,t) = \psi_1(t), \qquad\qquad 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$u_x(0,t) = \psi_2(t), \qquad\qquad 0 \le t \le T, \tag{4}$$

и интегральным условиям

$$\int\limits_0^l u(x,t)dx = \int\limits_0^t h(t,\tau)u(l,\tau)d\tau + \psi_3(t), \qquad 0 \le t \le T, \tag{5}$$

где $\varphi(x)$, $\psi_i(t)$, $(i = \overline{1,3})$, $h(t,\tau)$ – заданные, непрерывные при $x \in [0,l]$, $t \in [0,T]$, $\tau \in [0,t]$ соответственно функции, удовлетворяющие условиям согласования:

$$\varphi(0) = \psi_1(0), \quad \varphi'(l) = \psi_2(0); \quad \int_0^l \varphi(x)dx = \psi_3(0).$$

В поставленной задаче в краевых условиях содержится нелокальность по времени, впервые рассмотренные в работе [3]. Заметим, что в работе [4] исследованы разрешимость краевых задач, сочетающих задачи с нелокальными условиями А.А.Самарского и задачи с интегральными условиями.

Определение. Регулярным в области D решением уравнения (1) называется действительная функция $u(x,t)$, из класса $C^{3,1}(D) \cap C^{2,0}(\overline{D})$, удовлетворяющая ему в обычном смысле.

Условие 1. Коэффициент и правая часть уравнения (1) удовлетворяют условиям

$$c(x,t), \quad f(x,t) \in C(\overline{D}).$$

Условие 2. Заданные функции $\varphi(x)$, $\psi_i(t)$, $(i = 1,2,3)$ и $\rho(t,\tau)$ удовлетворяют условиям

$$\varphi(x) \in C^2[0,l]; \quad \psi_1(t), \quad \psi_3(t) \in C^1[0,T], \quad \psi_2(t) \in C[0,T].$$

Имеет место следующая теорема о разрешимости нелокальной задачи (1)–(5).

Теорема. *Пусть выполнены Условие 1 и Условие 2. Тогда существует единственное непрерывное и ограниченное решение нелокальной задачи (1)–(5).*

Для доказательства теоремы используется метод вспомогательных задач. Задача (1)–(5) эквивалентно сводится к нелокальной задаче для нагруженного уравнения теплопроводности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Джураев Т.Д.* Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно–составного типов. Ташкент: "Фан 1979.
2. *Джураев Т.Д., Попелек Я.* О классификации и приведении к каноническому виду уравнений с частными производными третьего порядка // Дифференциальные уравнения. 1991. Т. 27. № 10. С. 1734–1745.
3. *Кожанов А.И.* б одной нелокальной краевой задаче с переменными коэффициентами для уравнения теплопроводности и Аллера // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 6. С. 763–774.
4. *Кожанов А.И., Попов Н.С.* О разрешимости некоторых задач со смещением для псевдопараболических уравнений // Вестник НГУ. Серия Математика, механика, информатика. 2010. Т. 10, вып. 3. С. 46–62.

О СВЯЗИ ИГРЫ ПРОСТОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ С ЗАДАЧЕЙ КОММИВОЯЖЕРА

ON THE RELATIONSHIP BETWEEN SIMPLE PURSUIT GAME AND TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

Кайгородов С. П.*, Кайгородов С. С.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия *sp.kaigorodov@s-vfu.ru

Рассматривается игра простого преследования на плоскости между $n \quad (n \in N)$ убегающими $E_1, E_2, \ldots, E_n$ и одним преследователем P [1]. Пусть $\alpha > 0 \quad (\alpha \in R)$ - скорость преследователя, $\beta_i = \beta \quad (\beta \in R, i \in N)$ - скорость преследуемых, $\beta < \alpha$. Рассмотрим задачу определения порядка R, согласно которому будет происходить преследование, обеспечивающего минимальное время поимки последнего убегающего. Пусть $\beta = 0$ и $\alpha > 0, \alpha = const$. Тогда задача определения порядка преследования сводится к известной задаче коммивояжера [2]. Обозначим через $\Gamma = \{E_1(t_0), E_2(t_0), \ldots, E_n(t_0), P(t_0)\}$ - множество начальных местоположений игроков. Пусть множество $V_0 = \{A_1, A_2, \ldots, A_k\}$, $(0 < k \leqslant n+1, k \in N)$ - выпуклая оболочка множества Γ. Пусть $d(X)$ - длина гамильтонова графа, построенного на точках упорядоченного множества X. Построим множество V_1, полученное путем добавления в множество V_0 точки $\widetilde{E_1} \in \Gamma \setminus V_0$, которая выбирается из условия $d(R(V_1)) = \min\limits_{E \in \Gamma \setminus V_0} d(R(V_0 \bigcup E))$, где $R(V_1) = R(V_0 \bigcup E) = \{A_1^1, A_2^1, \ldots, A_{k+1}^1$, $(0 < k \leqslant n, k \in N\}$ (нижние индексы - порядок обхода). Далее строится множество $V_2 = V_1 \bigcup \widetilde{E_2}$, где $\widetilde{E_2}$ выбирается из условия $d(R(V_2)) = \min\limits_{E \in \Gamma \setminus V_1} d(R(V_1 \bigcup E))$. И т.д. После включения всех точек множества Γ в множество V_{n-k}, получим маршрут $R(V_{n-k})$. Этот маршрут, с некоторыми оговорками, будет являться приближенным решением задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петросян Л. А.* Дифференциальные игры преследования. Л.: Изд. Лениградского ун-та, 1977.
2. *Мудров В. И.* Задача о коммивояжёре. М.: «Знание», 1969.

О ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ И ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ В НЕЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПО ВРЕМЕННОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ОБЛАСТЯХ

ON PSEUDOPARABOLIC AND PSEUDOHYPERBOLICEQUATIONS IN NONCYLINDRICAL TIME DOMAINS

Лукина Г. А.

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К.Аммосова, Политехнический институт (филиал), Мирный, Россия; lukina-g@mail.ru

Работа посвящена исследованию разрешимости новых краевых задач для псевдопараболических и псевдогиперболических дифференциальных уравнений с одной пространственной переменной. Отличительной особенностью этих задач является то, что их решения ищутся в нецилиндрических по временной переменной областях, а не в областях с криволинейными боковыми сторонами (областях с подвижной границей). Для изучаемых задач доказаны теоремы существования и единственности регулярных (имеющих во внутренних подобластях все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в уравнение) решений.

О ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧАХ С НОРМАЛЬНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА НА ХАРАКТЕРИСТИКАХ
ON BOUNDARY VALUE PROBLEMS WITH NORMAL HIGH-ORDER DERIVATIVES ON CHARACTERISTICS

Миронов А. Н.

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Елабужский иститут (филиал), Елабуга, Россия; miro73@mail.ru

Связи между значениями граничных значений искомых функций и их нормальных производных на характеристиках, а также задачи с нормальными производными в граничных условиях для гиперболических уравнений и систем второго порядка рассматривались, например, в работах [1]–[3].

Рассмотрим в области $D = (0, x_1) \times (0, y_1)$ уравнение

$$u_{xy} + a(x,y)u_x + b(x,y)u_y + c(x,y)u = 0, \tag{1}$$

с достаточно гладкими коэффициентами, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Пусть $u(x, y)$ является в области D решением задачи Гурса для уравнения (1) с условиями $u(x, 0) = \psi(x)$, $u(0, y) = \varphi(y)$, $\varphi(0) = \psi(0)$. Получены интегральные уравнения Вольтерра, связывающие неизвестные функции $\psi(x)$, $\varphi(y)$ и нормальные производные функции $u(x, y)$ сколь угодно высокого порядка на характеристиках $x = 0$, $y = 0$.

Полученные результаты позволяют указать достаточные условия разрешимости задачи для уравнения (1) с линейными комбинациями производных функции u на характеристиках с точностью до определенных наборов произвольных постоянных.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Миронов А. Н.* О связи граничных значений задачи Гурса с нормальными производными третьего порядка // Изв. вузов. Математика. 1999. № 10. С. 23–26.
2. *Жегалов В. И.* Задача с нормальными производными в граничных условиях для системы дифференциальных уравнений // Изв. вузов. Математика. 2008. № 8. С. 70–72.
3. *Созонтова Е. А.* О характеристических задачах с нормальными производными для системы гиперболического типа // Изв. вузов. Математика. 2013. № 10. С. 43–54.

ЗАДАЧА ДАРБУ ДЛЯ ОДНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ DARBOUX PROBLEM FOR ONE HYPERBOLIC SYSTEM

Миронова Л. Б.

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Елабужский иститут (филиал), Елабуга, Россия; lbmironova@yandex.ru

Задача Дарбу для гиперболического уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными рассматривалась многими авторами (см., например [1, с. 228–233]). Определенный интерес представляют граничные задачи с граничными условиями на характеристиках для гиперболических систем уравнений [2], [3].

Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{cases} u_{1x} = a_{11}(x,y)u_1 + a_{12}(x,y)u_2 + f_1(x,y), \\ u_{2y} = a_{21}(x,y)u_1 + a_{22}(x,y)u_2 + f_2(x,y), \end{cases} \tag{1}$$

где a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, f_1, $f_2 \in C(\overline{D})$. Решение класса u_1, u_2, u_{1x}, $u_{2y} \in C(D)$ будем называть регулярным в D.

Задача Дарбу. Найти регулярное решение системы уравнений (1) в области $D_0 = \{(x,y) : 0 < y < x < T\}$, которое непрерывно продолжимо на границу области D и удовлетворяет граничным условиям

$$u_1(y,y) = \lambda(y), \quad u_2(x,0) = \mu(x),$$

$$\lambda(y) \in C([0,T]), \quad \mu(x) \in C([0,T]).$$

Решение задачи Дарбу существует и единственно [3, с. 26–29].

Определена функция Римана-Адамара задачи Дарбу $H(x,y,\xi,\eta)$. Построено решение задачи Дарбу в терминах матрицы Римана-Адамара.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бицадзе А. В.* Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1981.
2. *Бицадзе А. В.* О структурных свойствах решений гиперболических систем уравнений с частными производными // Матем. моделирование. 1994. Т. 6, № 6. С. 22–31.
3. *Чекмарев Т. В.* Системы уравнений смешанного типа. Нижний Новгород: Нижегородский гос. техн. ун-т, 1995.

ДРОБНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКА: ЧИСЛЕННЫЙ ПОДХОД

FRACTIONAL DIFFERENTIAL MODEL OF DOMAIN BOUNDARY KINETICS IN FERROELECTRICS: A COMPUTATIONAL APPROACH

Мороз Л. И.*, **Масловская А. Г.**

Амурский государственный университет, Благовещенск, Россия;
*lubovep@mail.ru

Настоящая работа направлена на разработку и программную реализацию фрактальной модели кинетики движения доменной границы сегнетоэлектрика в процессе переключения поляризации на основе численного решения предложенной дробно-дифференциальной модификации уравнения Ландау - Гинзбурга - Девоншира - Халатникова.

Математическую модель распределения поляризации сформулируем в виде начально-краевой задачи для дифференциального уравнения в частных производных с дробной производной по времени:

$$\xi \frac{\partial^\alpha P}{\partial t^\alpha} = \delta \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + aP + bP^3 - cP^5 + E(t),\ 0 < x < L,\ t > 0, \tag{1}$$

$$P|_{t=0} = P_0 \tanh\left(\frac{x}{\sigma}\right),\ 0 \le x \le L;\ P|_{x=0} = -P_0,\ P|_{x=L} = P_0,\ t \ge 0, \tag{2}$$

где $P(x,t)$ - спонтанная поляризация; ξ, δ - феноменологические параметры; α - порядок дробного дифференцирования по времени, $0 < \alpha \le 1$; $a = a_0\,(T - T_C)$, a_0, b, c - термодинамические постоянные, T_C - температура Кюри - Вейса, $E(t)$ - напряженность электрического поля, L - толщина кристалла.

Для численного решения задачи (1)–(1) предложена неявная конечно-разностная вычислительная схема с итерационной процедурой. Аппроксимация дробной производной введена с использованием формулы Грюнвальда - Летникова. В ППП Matlab разработана прикладная программа, реализующая вычислительный алгоритм. Проведена серия вычислительных экспериментов по оценке поляризационного отклика и имитационному моделированию кинетики движения доменной границы при 180° переключении поляризации в линейно нарастающем поле.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ ПЛЕНОК, ПОЛУЧЕННЫХ ОСАЖДЕНИЕМ УГЛЕРОДА В ПЛАЗМЕ МЕТАНА И ПОСЛЕДУЮЩЕЙ ТЕРМООБРАБОТКИ

OPTICAL PROPERTIES OF THIN FILMS FORMED BY CARBON DEPOSITION IN METHANE PLASMA AND SUBSEQUENT ANNEALING

Неустроев Е. П.[1*], Прокопьев А. Р.[1], Попов В. И.[1], Протопопов Ф. Ф.[1], Семенов С.О.[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* *neustr@mail.ru

[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;*

Тонкие углеродные пленки, благодаря своим уникальным свойствам, представляют интерес для нано- и оптоэлектроники, сенсорных устройств. В данной работе исследуются углеродные пленки, осажденные на поверхности кремния, диоксида кремния и кварца в плазме метана и термообработанные в диапазоне от 650^0 С до 800^0 С [1]. Оптические свойства были исследованы методами ИК- ("SPOTLIGHT 200") и УФ- ("Lambda 750") спектроскопии. Для определения фототока были измерены темновые токи и токи при освещении образца. Из полученных результатов следует, что наиболее широкая и интенсивная полоса поглощения наблюдается в области меньше 250 нм. Менее интенсивные и узкие полосы поглощения наблюдаются в ИК-диапазоне. Величина фототока проявляет зависимость от напряжения, освещенности и температуры образца. Кроме того, обнаружено влияние подложки на величину генериумого фототока. Так при использовании кварцевых подложек фототок составляет десятки наноампер, в то время как на кремниевых подложках достигает единиц миллиампер. В работе проводится обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Neustroev E. P., Popov V. I., Prokopiev A. R., Davydova Z. Y., Semenov S. O.* (2019) Formation of nanographite on SiO_2 substrate by plasma deposition of carbon and subsequent annealing. *AIP Conference Proceedings*, vol. 2179. pp. 020019.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ДРОБНОГО ПОРЯДКА

NONLOCAL PROBLEM FOR THE DEGENERATING MIXED TYPE EQUATION FRACTIONAL DERIVATIVE

Ochilova N. K.

Tashkent financial institute. Tashkent. Uzbekistan; nargiz.ochilova@gmail.com

In papers [1], [2] the authors considered some classes of boundary value problems for mixed type non degenerating and degenerating differential equations involving Caputo and Riemann-Liouville fractional derivatives of order $0 < \alpha \leqslant 1$.

This work deals the existence and uniqueness of solution of the problem for the mixed type equation with two lines of degenerating which involve the Caputo fractional derivative.

We consider equation:

$$0 = \begin{cases} u_{xx} -_C D_{oy}^{\alpha} u, & x > 0, \ \ y > 0 \\ (-y)^m u_{xx} - x^n u_{yy}, & x > 0, \ \ y < 0 \end{cases} \tag{1}$$

with operators:

$$_C D_{oy}^{\alpha} u = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^y (y-t)^{-\alpha} u_t(x,t) dt, \qquad 0 < \alpha < 1, \quad m > 0, \quad m = const.$$

Let's Ω is domain, bounded with segments:$A_1A_2 = \{(x,y): \ \ x = 0, \ 0 < y < h_2\}$, $B_1B_2 = \{(x,y): \ \ x = h_1, \ 0 < y < h_2\}$, $A_2B_2 = \{(x,y): \ \ y = h_2, \ 0 < x < h_1\}$ at the $y > 0$, and by the characteristics: $A_1C: \ \frac{1}{q}x^q - \frac{1}{p}(-y)^p = 0$, $B_1C: \ \frac{1}{q}x^q + \frac{1}{p}(-y)^p = 1$; of equation (1) at $y < 0$, where $A_1(0;0)$, $A_2(0;h_2)$, $B_1(h_1;0)$, $B_2(h_1;h_2)$ and $C\left(\left(\frac{q}{2}\right)^{1/q}, \ \ -\left(\frac{p}{2}\right)^{1/p}\right)$. Here $2q = n+2$, $2p = m+2$, $h_1 = q^{1/q}$, $\ \ h_2 > 0$, and that $m > n$.

Introduce designations: $\theta(x) = \left(\frac{x^q}{2}\right)^{1/q} - i\left(\frac{p}{q}\frac{x^q}{2}\right)^{1/p}$, $2\alpha_1 = \frac{n}{n+2}$, $2\beta_1 = \frac{m}{m+2}$

$$0 < \alpha_1 < \beta_1 < \frac{1}{2}, \tag{2}$$

$\Omega^+ = \Omega \cap (y > 0)$, $\Omega^- = \Omega \cap (y < 0)$, $I_1 = \{x: \ 0 < x < h_1\}$, $I_2 = \{y: 0 < y < h_2\}$.

For the equation (1), we consider the following problem:

Problem I. Find a solution $u(x,y)$ of equation (1) from the following class of functions:

$$\Delta = \left\{u(x,y): \ u(x,y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega^-) \ , \quad u_{xx} \in C\left(\Omega^+\right), \quad {}_C D_{oy}^{\alpha} u \in C\left(\Omega^+\right)\right\}$$

satisfies boundary conditions:

$$u(x,y)\left.\right|_{A_1A_2} = \varphi_1(y), \quad 0 \leqslant y \leqslant h_2;$$

$$u(x,y)\Big|_{B_1B_2}=\varphi_2(y), h_1\leqslant y\leqslant h_2;$$

$$\frac{d}{d\left(x^{2q}\right)}\left(x^{2q}\right)^{\frac{1-\alpha_1-\beta_1}{2}}F_{ox}\begin{bmatrix}\dfrac{\alpha_1+\beta_1-1}{2}, & \dfrac{\alpha_1+\beta_1}{2}\\ \beta_1, & x^{2q}\end{bmatrix}\left(x^{2q}\right)^{\frac{2\alpha_1-1}{2}}u\left[\theta(x)\right]=$$

$$=a(x)u_y(x,0)+b(x),\qquad 0<x<h_2$$

and gluing condition:

$$\lim_{y\to+0}y^{1-\alpha}u_y(x,+0)=u_y(x,-0),\;\;(x,0)\in A_1B_1$$

where $\varphi_1(y),\;\varphi_2(y),\,a(x),\,b(x)$ are given functions.

Theorem 1. If satisfy conditions $0<\alpha<1$ and (2) then, a solution of the Problem I is unique.

Theorem 2. If satisfies all conditions of the Theorem 1. and $\varphi_1(y),\;\varphi_2(y)\in C\left(\overline{I_2}\right)\cap C^1\left(I_2\right);\; a(x),\,b(x)\in C^1\left(\overline{I_1}\right)\cap C^2\left(I_1\right)$ than the solution of the investigated problem is exists.

The existence and the uniqueness of solution of non-local problem for degenerating mixed type equation is investigated. Considering parabolic-hyperbolic equation involve the Caputo fractional derivative. The uniqueness of solution is proved using the method of the extremume principle and integral energy, the existence is proved by the method of integral equations.

References

1. *A.A. Kilbas, O.A. Repin.* (2010) An analog of the Tricomy problem for a mixed type equation with a partial fractional derivative. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, vol. 13, no. 1, pp. 69–84
2. *B.I.Islomov., N.K.Ochilova.* (2017) About a problem for the degenerating mixed type equation fractional derivative. *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, no. 1(17), pp. 22-32. ISSN 2079-6641. DOI: 10.18454/2079-6641-2017-17-1-22-32. MSC 76W05, 86A25. http://mfit.ikir.ru.

ОБРАТНАЯ КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ КВАЗИГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

INVERSE COEFFICIENT PROBLEM FOR QUASI-HYPERBOLIC EQUATIONS

Павлов С. С.

Арктический государственный агротехнологический университет, Инженерный факультет, Якутск, Россия; ststepmath@mail.ru

Исследуется линейная коэффициентная обратная задача для квазигиперболических уравнений высокого порядка.

Пусть Ω — ограниченная область пространства $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей Γ, $Q = \Omega \times (0,T)$ — цилиндр с боковой границей $S = \Gamma \times (0,T)$, $f(x,t)$,$h(x,t)$ — заданные функции.

Обратная задача: найти функции $u(x,t)$, $q(x)$, связанные в цилиндре Q уравнением

$$u_{tttt} + \Delta u + \mu u = f(x,t) + q(x)h(x,t) \tag{1}$$

при выполнении краевых условий

$$u_t(x,0) = u_t(x,T) = 0, \qquad x \in \Omega \tag{2}$$

$$u_{tt}(x,0) = u_{tt}(x,T) = 0, \qquad x \in \Omega \tag{3}$$

$$u_{ttt}(x,0) = 0, \qquad x \in \Omega \tag{4}$$

$$u(x,t)|_S = 0. \tag{5}$$

Устанавливается разрешимость обратной задачи нахождения вместе с решением дополнительной неизвестной функции $q(x)$. Доказываются теоремы существования и единственности решения коэффициентных обратных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Акимова Е. В., Кожанов А. И.* Линейные обратные задачи пространственного типа для квазигиперболических уравнений // Математические заметки СВФУ. 2018. Т. 25, № 3. С. 3–17.
2. *Врагов В. Н.* О постановке и разрешимости краевых задач для уравнений смешанного типа // Матем. анализ и смежные вопросы математики. Новосибирск: Наука, 1987. С. 5–13.
3. *Егоров И. Е., Федоров В. Е.* Неклассические уравнения математической физики высокого порядка. Новосибирск: изд-во ВЦ СО РАН, 1995.
4. *Павлов С. С.* Коэффициентные обратные задачи для квазигиперболических уравнений высокого порядка с интегральным переопределением // Математические заметки СВФУ. 2015. Т. 22, № 3. С. 35–47.

НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ТЕПЛООБМЕНА СЛОЖНЫХ ТЕЛ ПУТЕМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

UNCERTAINTY OF RECOVERY OF BOUNDARY CONDITIONS OF HEAT EXCHANGE OF COMPLEX BODIES BY SOLVING INVERSE PROBLEMS OF THERMAL CONDUCTIVITY

Пилипенко Н. В.*, Заричняк Ю. П., Халявин А. М.

Национальный исследовательский университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; *e-mail1@address1

В работе предложены метод и разработанные нами высокотемпературные преобразователи нестационарного теплового потока (ВПТП) (750 °C) для восстановления граничных условий теплообмена и уточнения теплофизических свойств материалов путем решения обратных задач теплопроводности (ОЗТ) [1, 2]. Для получения исходной информации при решении ОЗТ использован ВПТП, в котором имеется корундовая пластина, на поверхности которой платинокерамической пастой нанесен рисунок и после вжигания в подложку получены два преобразователя температуры [2]. При планировании эксперимента, либо при натурных исследованиях вначале проводится параметризация задачи, а затем параметрическая идентификация. В работе сформулированы требования к математическим моделям теплопереноса, конструктивным особенностям и теплофизическим характеристикам материалов системы тел. В статье показан способ получения дифференциально-разностной модели (ДРМ) процесса переноса, которая позволяет определить все динамические характеристики ВПТП, а именно: переходную, импульсную, амплитудно- и фазочастотную, а также передаточную функцию, с помощью программного комплекса MATLAB. Для этого необходимо использовать входящие в ДРМ матрицы обратных связей, управления и измерений, а также векторы состояния и управления [1,4]. Для минимизации функции невязки между модельным и экспериментальным значениями искомых параметров используется фильтр Калмана [2,3]. Для определения доверительной области измерения искомых параметров используется матрица Грама (информационная матрица Фишера), составляющими которой являются функции чувствительности, отражающие все значимые факторы теплометрии: вид теплопереноса в системе, количество и место расположение точек измерения температуры, качество каналов регистрации измеряемых величин, особенности входных воздействий, участок измерений по времени и количество моментов времени измерений на этом участке и др. Для некоторых случаев функции чувствительности могут быть определены аналитически, а в общем случае – численным расчетом по математическим моделям теплопереноса в ВПТП. Для реализации метода восстановления входящего теплового потока (граничных условий теплообмена) разработан, тестирован и внедрен программный комплекс «Heat Identification», который является 32-разрядным многопоточным программным обеспечением для операционной системы Windows, его программа написана на языке C++ в интегрированной среде Borland C++ Builder 6.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пилипенко Н. В.* Неопределенность восстановления нестационарного теплового потока путем параметрической идентификации дифференциально-разностных моделей теплопереноса // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 7. С. 664–671.
2. *Пилипенко Н. В., Казарцев Я. В.* Оптимальное планирование эксперимента при идентификации процессов теплообмена сенсоров теплового потока //Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2011. Т. 54, № 7. С. 88–93.
3. *Пилипенко Н. В.* Применение фильтра Калмана в нестационарной теплометрии: Учебное пособие. Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2017.
4. *Пилипенко Н. В.* Динамические характеристики различных типов приемников тепловых потоков на основе дифференциально-разностных моделей теплопереноса // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2009. Т. 9, № 3. С. 52–58.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С МЕНЯЮЩИМСЯ НАПРАВЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A SECOND-ORDER PARABOLIC EQUATION WITH CHANGING DIRECTION OF TIME

Попова М. Н.

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; michiya9797@mail

Пусть Ω — ограниченная область пространства $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей Γ, Q — цилиндр $\Omega \times (0,T)$ $(0 < T < +\infty)$, $S = \Gamma \times (0,T)$ — его боковая граница, $f(x,t)$, $k(x,t)$, $c(x,t)$ — заданные в цилиндре $\overline{Q}$ функции.

Краевая задача: найти функцию $u(x,t)$ являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$Lu \equiv k(x,t)u_t - \Delta u + c(x,t)u = f(x,t), \tag{1}$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x,t)|_{(x,t)\in S} = 0, \tag{2}$$

$$u(x,0)|_{\Omega_0^+} = 0, \tag{3}$$

$$u(x,T)|_{\Omega_T^-} = 0, \tag{4}$$

где множества $\Omega_0^\pm$, $\Omega_T^\pm$ определяются в зависимости от знаков функций $k(x,0)$, $k(x,T)$:

$$\Omega_0^+ = \{x \in \Omega \,|\, k(x,0) > 0\}, \quad \Omega_0^- = \{x \in \Omega \,|\, k(x,0) < 0\},$$

$$\Omega_T^+ = \{x \in \Omega \,|\, k(x,T) > 0\}, \quad \Omega_T^- = \{x \in \Omega \,|\, k(x,T) < 0\}.$$

Краевые задачи (1)–(4) рассматривались в работах [1,2]. Единственность решения краевой задачи (1)–(4) доказывается в классе гладких функций, для существования обобщенного решения в пространстве $\overset{\circ}{W}{}_2^{1,0}(Q)$ требуется выполнение неравенства

$$2c(x,t) - k_t(x,t) \geq \delta_0 > 0 \ \text{ при всех } \ (x,t) \in \overline{Q}. \tag{5}$$

Ранее для существования регулярного решения требовались условия знакоопределенности функций $k(x,0)$, $k(x,T)$. В настоящей работе знакоопределенность функций $k(x,0)$, $k(x,T)$ не требуется, существование и единственность обобщенного решения будет доказана в новом определении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Врагов В. Н.* К теории краевых задач для уравнений смешанного типа // Дифференц. уравнения. 1977. Т. 13, N. 6. С. 1098–1105.
2. *Артюшин А. Н.* Краевая задача для уравнения смешанного типа в цилиндрической области // Сиб. матем. журнал. 2019. Т. 60, N. 6. С. 243–259.

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

NON-LOCAL INTEGRO-DIFFERENTIAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR THE THIRD-ORDER EQUATIONS

Попов Н. С.

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; popovnserg@mail.ru

Нелокальные краевые задачи для параболических и гиперболических уравнений с интегральными условиями на боковой границе рассматривались в работах А.И. Кожанова [1]. Исследования уравнений третьего порядка с интегральным условием на боковой границе рассматривались в работе [2].

Пусть Ω — ограниченная область пространства $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей Γ, Q — цилиндр $\Omega \times (0,T)$, $S = \Gamma \times (0,T)$, $c(x,t)$, $f(x,t)$ заданные в цилиндре $\overline{Q}$ функции, $u_0(x)$, $u_1(x)$ — на множестве $\overline{\Omega}$ функции, $N(t)$ — при $t \in [0,T]$ и $K(x,y,t)$ — при $x \in \overline{\Omega}$, $y \in \overline{\Omega}$, $t \in [0,T]$.

В цилиндре Q рассматривается уравнение

$$(Au)_{ttt} - \Delta u + cu = f(x,t), \tag{1}$$

где

$$Au = \int_0^t N(t-\tau)u(x,\tau)\,d\tau. \tag{2}$$

Для уравнения (1) выполняются условия вида

$$u(x,0) = u_0(x), \quad u_t(x,0) = u_1(x), \quad u(x,T) = u_2(x), \quad x \in \Omega, \tag{3}$$

$$u(x,t)|_{(x,t)\in S} = \int\limits_{\Omega} K(x,y,t)u(y,t)dy|_{(x,t)\in S}. \tag{4}$$

Методами перехода к нагруженному уравнению с однородными краевыми условиями, продолжения по параметру, априорных оценок доказывается разрешимость краевой задачи (1)–(4).

Исследованию краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений с вырождением и с нелокальными граничными условиями посвящена работа [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кожанов А. И.* Задачи с условиями интегрального вида для некоторых классов нестационарных уравнений // Докл. Академии Наук. 2014. Т. 457, N. 2. С. 152–156.
2. *Popov N. S.* (2015) Solvability of a Boundary Value Problem for a Pseudoparabolic Equation with Nonlocal Integral Conditions. *Differential Equations*, vol. 51, no. 3, pp. 362–375.
3. *Кожанов А. И.* Краевые задачи для одного класса нелокальных интегро-дифференциальных уравнений с вырождением // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2017. Т. 23, N. 4. С. 19–24.

ДИНАМИКА И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ НЕЦЕЛОГО ПОРЯДКА

DYNAMICS AND OPTIMAL CONTROL BY NON-INTEGER ORDER SYSTEMS

Постнов С. С.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия;
postnov.sergey@inbox.ru

В работе приводятся новые результаты исследования качественной динамики и задач оптимального управления для систем, заданных уравнениями дробного порядка. При этом рассматриваются случаи, когда в оператор дробного дифференцирования строится на основе интегрального оператора с сингулярным (операторы Капуто, Римана-Лиувилля, Адамара, Хильфера, Катугамполы, Эрдейи-Кобера) или несингулярным (операторы Капуто-Фабрицио или Атанганы-Балеану) ядром. Рассмотрение проводится для одно- и двумерных систем с сосредоточенными, а также для одномерных систем с распределёнными параметрами. Исследуются две задачи оптимального управления - задача поиска управления с минимальной нормой и задача быстродействия при заданном ограничении на норму управления. При их исследовании используется метод моментов.

В результате проведённых исследований вычислены границы области, содержащей допустимые траектории двумерных систем на фазовой плоскости. Исследуемые задачи оптимального управления сведены к l-проблеме моментов, для которой получены условия корректности и разрешимости. В случаях, когда эти условия выполнены, получены и проанализированы явные аналитические решения задач оптимального управления.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЕБИТА НА ГИДРАТООБРАЗОВАНИЕ В ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЕ, СТВОЛЕ И ШЛЕЙФЕ СКВАЖИН

INVESTIGATION OF THE FLOW RATE INFLUENCE ON THE HYDRATE FORMATION IN THE BOTTOMHOLE ZONE, BORE AND PLUME OF WELLS

Рожин И. И.*, **Аргунова К. К.**

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия; *rozhin@ipng.ysn.ru

Рассмотрена сопряженная задача теплового взаимодействия эксплуатационных скважин с многолетнемерзлыми горными породами, которая сводится к решению дифференциальных уравнений, описывающих неизотермическое течение газа в скважине, и уравнения распространения тепла в горных породах с соответствующими условиями сопряжения. В случае шлейфов скважин эта задача является несопряженной, т.к. гидратная пробка может образоваться за достаточно короткое время. При этом в квазистационарной математической модели образования гидратов в газовых скважинах и их шлейфах учитывается зависимость коэффициента теплопередачи от газа к внутренней стенке трубы от изменяющейся со временем площади проходного сечения. Определена динамика изменения температуры и давления газа, а также проходного сечения труб при различных режимах отбора газа в отсутствии ингибитора гидратообразования. Анализ результатов вычислительного эксперимента показал, что образование гидратов в скважинах даже при низких пластовых температурах и мощном слое многолетней мерзлоты, занимает достаточно большой промежуток времени, позволяющий оперативно предотвратить возникновение аварийных ситуаций в системах добычи газа. Далее рассмотрена задача отбора газа через одиночную скважину, расположенную в центре круговой залежи, в постановке которой перенос энергии за счет теплопроводности считается пренебрежимо малым по сравнению с конвективным переносом. Установлено, что при отборе температура газа будет всюду ниже равновесной температуры гидратообразования. Тем самым, призабойную зону скважин следует обрабатывать ингибиторами гидратообразования.

ASYMPTOTIC MODELLING OF BONDED PLATES BY A SOFT THIN ADHESIVE LAYER

ASYMPTOTIC MODELLING OF BONDED PLATES BY A SOFT THIN ADHESIVE LAYER

Rudoy E. M.[1,2]

[1] *Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, Novosibirsk, Russia;*
[2]*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia;* rem@hydro.nsc.ru

In the present work, a composite structure is considered. The structure is made of three homogeneous plate: two linear elastic adherents and a thin adhesive. It is assumed that elastic properties of the adhesive layer depend on its width ε as ε^3. Passage to the limit as ε goes to zero is justified and a limit model is found in which the influence of the thin adhesive layer is replaced by an interface condition between adherent plates. As a result, we have analog of the spring type condition in the plate theory. Moreover, a representation formula of the solution in the adhesive layer has been obtained.

The work is supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 18-29-10007).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Geymonat G., Krasucki F., Lenci S.* (1994) Mathematical analysis of a bonded joint with a sofrt thin adhesive. *Mathematics and Mechanics of Solids*, vol. 4, pp. 201–225.
2. *Furtsev A., Itou H., Rudoy E.* (2020) Modeling of bonded elastic structures by a variational method: Theoretical analysis and numerical simulation. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 182–183, pp. 100–110.
3. *Rudoy E.M.* (2020) Asymptotic modelling of bonded plates by a soft thin adhesive layer. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, vol. 17, pp. 615–625.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ В ОДНОЙ БИОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ДВУМЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

STABILITY OF EQUILIBRIUM POINTS IN ONE BIOLOGICAL MODEL WITH TWO DELAYS

Скворцова М. А.[1,2]

[1]*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия;*
[2]*Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия;*
sm-18-nsu@yandex.ru

Рассматривается система дифференциальных уравнений с двумя запаздываниями, описывающая взаимодействие популяций хищников и жертв [1]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = rx(t-\tau_1)e^{-c_1\tau_1} - ax^2(t) - d_1x(t) - f(x(t),y(t)), \\ \dot{u}(t) = rx(t) - rx(t-\tau_1)e^{-c_1\tau_1} - c_1u(t), \\ \dot{y}(t) = nf(x(t-\tau_2),y(t-\tau_2))e^{-c_2\tau_2} - d_2y(t), \\ \dot{v}(t) = nf(x(t),y(t)) - nf(x(t-\tau_2),y(t-\tau_2))e^{-c_2\tau_2} - c_2v(t), \end{cases} \tag{1}$$

$$f(x,y) = \frac{bxy}{1+k_1x+k_2y}, \quad b>0, \quad k_1,k_2 \geq 0.$$

Здесь $x(t)$ — численность популяции взрослых жертв, $u(t)$ — численность популяции молодых жертв, $y(t)$ — численность популяции взрослых хищников, $v(t)$ — численность популяции молодых хищников. Параметры запаздывания $\tau_1 > 0$ и $\tau_2 > 0$ отвечают за время взросления жертв и хищников соответственно. Коэффициенты системы предполагаются положительными.

В работе изучается асимптотическая устойчивость положений равновесия системы (1), соответствующих трем случаям: полному вымиранию популяций, вымиранию только популяции хищников, совместному сосуществованию популяций хищников и жертв. Приведены условия на коэффициенты системы, при которых положения равновесия являются асимптотически устойчивыми. Указаны оценки на области притяжения положений равновесия. Установлены оценки, характеризующие скорость стабилизации решений на бесконечности. При получении результатов использовались модифицированные функционалы Ляпунова – Красовского [2].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-29-10086).

ЛИТЕРАТУРА

1. *You H., Yuan R.* (2011) A stage-structured predator-prey model with two delays due to juvenile maturation. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica, English Series*, pp. 1–20.
2. *Демиденко Г. В., Матвеева И. И.* Асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом // Вестник НГУ. Серия: математика, механика, информатика. 2005. Т. 5, № 3. С. 20–28.

TDDFT РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОННЫХ СПЕКТРОВ ПОГЛОЩЕНИЯ РАН МОДЕЛЕЙ ЧЕШУЕК ГРАФЕНА И ОКСИДА ГРАФЕНА

TDDFT CALCULATIONS OF ELECTRONIC ABSORPTION SPECTRA OF PAH MODELS OF GRAPHENE FLAKES

Тимофеева Т. Е.*, Егорова М. Н.

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия;
*titamara2013@mail.ru

Проведены расчеты электронных спектров поглощения чешуек графена и оксида графена на примере простых моделей. Электронная структура рассчитывалась методом функционала плотности (DFT) в приближении B3LYP (Бете, Ли. Янг и Парр) с использованием набора базисных функций 6-31(d), спектр поглощения - методом TDDFT. Расчеты выполнены в программе квантово-химических расчетов Firefly (PC Gamess). В качестве моделей чешуек графена и оксида графена рассмотрены полициклические ароматические молекулы углеводорода с краевыми функциональными группами - COOH, -OH, -NH2 и молекулы, легированные атомом азота N. Проведено сравнение результатов расчета со спектрами поглощения и с фотолюминесцентными спектрами возбуждения углеродных квантовых точек. Для определения положения компонентов фотолюминесцентных спектров возбуждения применена обработка спектров вейвлетами. Показано влияние легирующих атомов азота и краевых функциональных групп на спектр поглощения

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wang Sh.,Cole I. S, Zhao D., Li Q.* (2016) The dual roles of functional groups in the photoluminescence of graphene quantum dots. *Nanoscale*, vol. 8, pp. 7449–7458.

О ФОРМЕ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ ТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ С СИНГУЛЯРНЫМ СТОКОМ НА ДНЕ С ТРЕУГОЛЬНОЙ ВПАДИНОЙ

FREE-SURFACE POTENTIAL FLOW OF AN IDEAL FLUID DUE TO A SINGULAR SINK LOCATED AT THE BOTTOM WITH A BAY

Титова А. А.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия;
mestnikova@hydro.nsc.ru

В работе исследуется двумерная стационарная задача о течении идеальной несжимаемой жидкости. Течение вызвано сингулярным стоком, расположенным на дне. Поток жидкости ограничен сверху свободной границей, а снизу – горизонтальным дном с треугольной впадиной. Предполагается, что поле скорости потенциально. Свободная граница является неизвестной и должна быть определена в процессе решения задачи.

В работах [1, 2] для горизонтального дна был применен метод Леви-Чивита, который удалось модифицировать для данной задачи. Получена система интегро-дифференциальных уравнений в пространстве $L^2[0, \pi/2]$, состоящая из уравнения типа уравнения Некрасова и формулы обращения Гильберта, переписанной на четверти окружности. Эта система уравнений точно описывает форму свободной поверхности.

Доказано, что для чисел Фруда, которые больше некоторого конкретного значения, система имеет единственное решение и задача разрешима.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Mestnikova A. A., Starovoitov V. N.* (2016) Free-surface potential flow of an ideal fluid due to a singular sink. *J. Phys., Conf. Ser.*, vol. 722, Article ID 012035.
2. *Mestnikova A. A., Starovoitov V. N.* (2019) Steady free surface potential flow of an ideal fluid due to a singular sink on the flat bottom. *Nonlinear Anal., Real World Appl.*, vol. 49, pp. 111–136.

ЗАДАЧА РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНОЙ КОНСТРУКЦИИ, В КОТОРОЙ ВЕРХНИЙ СЛОЙ НАКРЫВАЕТ ВЕРШИНУ ДЕФЕКТА

AN EQUILIBRIUM PROBLEM FOR A TWO-LAYER STRUCTURE IN WHICH THE UPPER LAYER COVERES A DEFECT TIP

Фанкина И. В.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия
fankina.iv@gmail.com

Рассматривается задача о равновесии двухслойной упругой конструкции. Конструкция имеет следующий вид: в нижнем слое присутствует прямолинейный дефект, а верхний слой накрывает одну из вершин дефекта и приклеен к нижнему слою по своему краю. Для описания дефекта используются нелинейные краевые условия, что позволяет избежать явления взаимного проникания противоположных берегов дефекта. Кроме того, в краевых условиях содержится параметр повреждаемости, характеризующий дефект: чем больше его значение, тем слабее сцепление берегов дефекта.

С помощью вариационного подхода установлена разрешимость задачи. Осуществлен переход к пределу в задаче по параметру жесткости верхнего слоя. Также изучено поведение решения задачи при стремлении параметра повреждаемости дефекта к нулю и к бесконечности. Кроме того, рассмотрена задача оптимального управления, сформулированная на основе критерия Гриффитса. Целевым функционалом в задаче является производная функционала энергии по длине дефекта. Два упомянутых выше параметра выбраны в качестве функций управления. Доказано существование решения задачи оптимального управления.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 18-29-10007).

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ (КОНЦЕПЦИЯ)

NUMERICAL ANALYTICAL METHODS FOR SOLVING THE APPLIED PROBLEMS OF MATHEMATICAL PHYSICS (CONCEPT)

Федоров Ф. М.*, Потапова С. В.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.Аммосова, Якутск, Россия; *foma_46@mail.ru

Разумное сочетание численных и аналитических методов является вполне актуальной проблемой при решении задач математической физики. Удачными примерами такого подхода является граничный метод решения прикладных задач математической физики [1], а также – способ основанный на базе методов квазилинеаризации, операционного исчисления и расщепления по пространственным переменным [3]. В настоящем докладе излагается концепция численно–аналитических методов решения задач математической физики. Предлагаемая концепция заключается в следующем. Искомая функция разлагается в сходящийся ряд по некоторым базисным функциям, которые соответствуют дифференциальному оператору задачи. Неизвестные коэффициенты разложения находим из решения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений, к которой сводится решение исходной задачи. Нами разработана теория решения таких систем, что дает возможность разработать численные методы их решения с гарантированной точностью. Таким образом, фактически получим почти точное аналитическое решение прикладных задач математической физики. Таким же алгоритмом можно решать и нелинейные задачи с применением, например, методов квазилинеаризации (в зависимости от характера нелинейности). Описанный выше алгоритм относится к одномерным по пространственной координате задачам. В принципе, такой подход можно обобщить и для решения многомерных задач, используя локально-одномерную схему расщепления [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Федоров Ф. М.* Граничный метод решения прикладных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 2000.
2. *Якимов А.С.* Аналитический метод решения краевых задач. Томск: Изд.ТГУ, 2011.
3. *Самарский А.А.* О численных методах решения задач математической физики // Тепло- и массоперенос. 1969. Т. 11. С. 990–1006.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ВРАГОВА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

VRAGOV BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A THIRD ORDER EQUATION OF MIXED-COMPOSITE TYPE

Федоров В. Е.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Научно-исследовательский институт математики, Якутск, Россия;
vefedorov58@mail.ru

Впервые корректная постановка краевой задачи для уравнения смешанного типа с произвольным многообразием изменения типа была предложена в [1,2]. В дальнейшем подобные задачи исследовались в работах ряда других авторов. С другой стороны, большое число работ посвящено уравнениям составного типа (см., например, [4]). Настоящий доклад посвящен исследованию двух краевых задач с граничными условиями Врагова для уравнения смешанно-составного типа третьего порядка.

Используя нестационарный метод Галеркина и метод регуляризации, доказывается однозначная регулярная разрешимость краевой задачи Врагова с локальными граничными условиями для уравнения смешанно-составного типа третьего порядка, при определенных условиях на коэффициенты и правую часть уравнения. Для этой задачи также установлена оценка погрешности метода Галеркина через параметр регуляризации и собственные значения спектральной задачи для оператора Лапласа, собственные функции которой выбираются в качестве специального базиса.

Для исходного уравнения также рассматривается задача Врагова с интегральным граничным условием по времени. Заменой искомой функции она сводится к предыдущей задаче, но для интегро-дифференциального уравнения, регулярная разрешимость которой доказывается методом последовательных приближений. Для этой вспомогательной задачи, а также для исходной нелокальной задачи получены оценки сходимости приближенных решений к точному решению.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России на выполнение НИР на 2020-2022 гг.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Врагов В. Н.* К теории краевых задач для уравнений смешанного типа // Дифференциальные уравнения. 1977. Т. 13, № 6. С. 1098–1105.
2. *Каратопраклиев Г. Д.* Об одном классе уравнений смешанного типа в многомерных областях // Доклады АН СССР. 1976. Т. 230, № 4. С. 769–772.
3. *Demidenko G. V., Uspenskii S. V.* (2003) *Partial Differential Equations and Systems not Solvable with Respect Highest-Order Derivative. Marcel Dekker*, New York: Basel.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

BOUNDARY VALUE PROBLEMS WITH THE INTEGRAL BOUNDARY CONDITION FOR A HIGH ORDER EQUATION OF MIXED-COMPOSITE TYPE

Федоров В. Е.[1], Григорьев М. П.[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Научно-исследовательский институт математики, Якутск, Россия;*
vefedorov58@mail.ru

[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, Якутск, Россия;*

Краевые задачи для уравнений смешанного типа исследовались во многих работах, в связи с их приложениями, например, в газовой динамике (см. библиогр. [1-3]). С другой стороны, в математических моделях реальных процессов часто встречаются уравнения составного типа (см., например,[4]). Настоящий доклад посвящен исследованию двух краевых задач с интегральным граничным условием по времени для уравнения смешанно-составного типа высокого порядка.

Заменой искомой функции исходные краевые задачи сводятся к известным задачам с локальными граничными условиями [5,6], но для интегро-дифференциального уравнения, регулярная разрешимость которых доказывается методом последовательных приближений. При этом в качестве начального приближения выбирается решение соответствующей локальной краевой задачи: из [5] или [6]. Для этих вспомогательных задач, а также для исходных нелокальных задач устанавливаются оценки сходимости приближенных решений к точному решению.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Врагов В. Н.* Неклассические уравнения математической физики. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1981.
2. *Кузьмин А. Г.* Неклассические уравнения смешанного типа и их приложения в газодинамике. Л.: ЛГУ, 1990.
3. *Егоров И. Е., Федоров В. Е.* Неклассические уравнения математической физики высокого порядка. Новосибирск: Изд-во ВЦ СО РАН, 1995.
4. *Demidenko G. V., Uspenskii S. V.* (2003) *Partial Differential Equations and Systems not Solvable with Respect Highest-Order Derivative. Marcel Dekker*, New York: Basel.
5. *Fedorov V. E.* (2009) Boundary value problem for a high order equation of mixed-composite type. *AIP Conference Proceedings*, vol. 2159, pp. 030011.
6. *Fedorov V. E.* (2019) Vragov boundary value problem for a high order equation of mixed-composite type. *AIP Conference Proceedings*, vol. 2172, pp. 030007.

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СОСТАВНОГО ТИПА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A THIRD ORDER EQUATION OF COMPOSITE TYPE

Федоров В. Е.*, **Ефимова Е. С.**

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Научно-исследовательский институт математики, Якутск, Россия;

*vefedorov58@mail.ru

Краевые задачи для уравнений с меняющимся направлением времени изучались во многих работах (см. библиогр. [1,2]). С другой стороны, в математических моделях реальных процессов часто встречаются уравнения составного типа (см., например, [3]). Настоящий доклад посвящен исследованию в цилиндрической области 2 краевых задач с нелокальными граничными условиями по времени для уравнения составного типа третьего порядка с меняющимся направлением времени.

Используя нестационарный метод Галеркина и метод регуляризации, доказывается однозначная регулярная разрешимость задачи с нелокальным условием, связывающим значения искомой функции на верхнем и нижнем основаниях цилиндра, для уравнения составного типа третьего порядка при определенных условиях на коэффициенты и правую часть уравнения. Для этой задачи установлена оценка погрешности метода Галеркина через параметр регуляризации и собственные значения спектральной задачи для оператора Лапласа, собственные функции которой выбираются в качестве специального базиса.

Для исходного уравнения также рассматривается краевая задача с интегральным граничным условием по времени. Заменой искомой функции она сводится к известной задаче с локальными условиями [4], но для интегро-дифференциального уравнения. Ее регулярная разрешимость доказывается методом последовательных приближений. Для этой вспомогательной задачи, а также для исходной нелокальной задачи получены оценки сходимости приближенных решений к точному решению.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России на выполнение НИР на 2020-2022 гг.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Терсенов С. А.* Параболические уравнения с меняющимся направлением времени. Новосибирск: Наука, 1985.
2. *Егоров И. Е., Федоров В. Е.* Неклассические уравнения математической физики высокого порядка. Новосибирск: Изд-во ВЦ СО РАН, 1995.
3. *Demidenko G. V., Uspenskii S. V.* (2003) *Partial Differential Equations and Systems not Solvable with Respect Highest-Order Derivative. Marcel Dekker*, New York: Basel.
4. *Егоров И. Е., Ефимова Е. С.* Краевая задача для уравнения третьего порядка, не разрешенного относительно старшей производной // Математические заметки СВФУ. 2017. Т. 24, № 4. С. 28–34.

УСТОЙЧИВОСТЬ И СХОДИМОСТЬ ABCD-МАТРИЦ
STABILITY AND CONVERGENCE OF ABCD MATRICES

Федоров В. Н.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Научно-исследовательский институт математики, Якутск, Россия;
fvnsvfu@mail.ru

Электродинамическое моделирование с использованием дифференциальных ABCD-матриц основано на представлении малых участков неоднородной дисперсионной среды в виде матриц передачи , полученных непосредственно из уравнений Максвелла [1]. Это позволяет записать ABCD-матрицы слоев, а их перемножение – результирующую матрицу передачи всей среды $[a]_{\sum}$. Эта матрица содержит тысячи дифференциальных матриц. Поэтому возникает вопрос сходимости этого процесса, или, каким условиям должны отвечать дифференциальные ABCD-матрицы, чтобы этот процесс был устойчивым и сходился.

В докладе показано, что расчет будет устойчивым, если будет выполняться условие:

$$\omega\frac{\Delta x}{v} \leq \delta$$

где Δx—шаг по координате x, ω—максимальная круговая частота сигнала, v—максимальная скорость распространения ЭМВ в неоднородной дисперсионной среде, δ—параметр, характеризующий отклонение det матриц $[a]$ от 1.

Для сходимости процесса умножения дифференциальных матриц помимо выполнения этого условия, нужно осуществить нормировку этих матрицы, разделив каждую на $\sqrt{|det|}$.

Значение параметра устойчивости δ следует выбирать ближе к нулю с целью сокращения объема вычислений. Однако слишком близкое к нулю значение параметра устойчивости может привести к расходимости процесса вычислений. Обычно $0,1 \geq \delta \geq 0,01$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Федоров В. Н., Федорова Л.Л., Малютин Н.Д.* Использование дифференциальных ABCD—матриц квази-T-волн для моделирования распространения импульсных сигналов в слоистых средах с потерями // 27-я Международная Крымская конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо 2017) Севастополь, 10-16 сент. 2017 г.: матер. конф. в 8 Т. Севастополь, 2017. Т.3. С. 1593–1599.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ SH ВОЛН В НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

ASYMPTOTIC SOLUTION OF THE ONE-DIMENSIONAL EQUATION FOR SH WAVES IN A FLUID-SATURATED POROUS MEDIUM

Холмуродов А.Э.[1], **Имомназаров Х.Х.**[2]

[1] *Каршинский государственный университет, Карши, Узбекистан;* abishx@mail.ru

[2] *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия;* imom@omzg.sscc.ru

Рассмотрена математическая модель одномерного движения жидкости через упруго-деформируемую пористую среду. Диссипация энергии происходит только за счет коэффициента межкомпонентного трения. Построено сингулярное решение прямой динамической задачи для уравнения поперечных волн в упруго-пористой среде.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 18-51-41002).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства инновационного развитии Республики Узбекистан (грант OT-Atex-2018-340).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Imomnazarov Kh. Kh., Kholmuradov A. E.* (2007) Direct and inverse dynamic problems for SH-waves in porous media. *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 45, Issues 3-4, pp. 270–280.
2. *Васильева А. Б., Бутузов В. Ф.* Асимптотические методы в теории сингулярных возмущение: Науч.-теор. Пособие. М.: Высш.шк., 1990.
3. *Холмуродов А. Э.* Асимптотическое разложение решения динамического уравнения пороупругости в диссипативном приближении// Вестник НУУз, Точные науки, 2017, №2/2, С. 263–269.

Секция II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ

РЕШЕНИЕ РЯДА МЕТОДИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ОТОБРАЖЕНИЙ

USING THE MAPPING METHOD FOR SOLVING SOME METHODICAL PROBLEMS

Антонов Ю. С.*, Антонов М. Ю.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *yuriyntnv@gmail.com

В настоящее время одним из трендов является проведение олимпиад и конференций соревновательного характера, в которых перед участниками ставятся задачи научно-исследовательского характера, что обусловлено в том числе задачами популяризации науки и научных исследований. Примерами являются летние конференции турнира городов, командно-личные турниры школьников по математическому моделированию и др.

Проблемы, предлагаемые участникам представляют собой всестороннее исследование задачи и, как правило, распадается на ряд подзадач, требующих исследования по некоторым конкретным направлениям с использованием заранее не предопределенных математических методов. Конечно, подготовленным учителям можно опираясь на пособия типа работы [1], самим готовить учеников, но во-первых, таких пособий на сегодня мало, во-вторых, изложения некоторых задач требует для читателя определенной подготовки. Специфика таких исследовательских задач отличается как от спортивных задач по программированию, предлагаемых на традиционных соревнованиях по программированию, так и от по математике и иногда требует совсем других подходов к обучению и подготовке. Среди рассмотренных авторами работ, аналогичных работе [1], только в работе [2] изучаются подобные задачи по программированию.

В данной работе рассмотрена серия задач по программированию, каждая из которых требует отдельного исследования. Все задачи близки по содержанию, поэтому при их исследовании могут возникнуть задачи, не рассмотренные авторами. Все задачи, в свое время, предлагались на олимпиадах республиканского, российского и международного уровня, что связывает спортивный и научный уровни.

ЛИТЕРАТУРА

1. Летние конференции Турнира городов: Избранные материалы. Вып. 1 / Под общ. ред. Н.Н. Константинова. Сост. Б.Р. Френкин. М.: МЦНМО, 2009.
2. Учим математике-4 (материалы открытой школы-семинара учителей математики) / Под ред. А.Д. Блинкова и П.В. Чулкова. М.: МЦНМО, 2014.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАССОВОГО РАСХОДА ПРИРОДНОГО ГАЗА ПРИ ОБРАЗОВАНИИ ГИДРАТОВ В СКВАЖИНЕ

STUDY OF THE NATURAL GAS MASS CONSUMPTION DYNAMICS DURING HYDRATE FORMATION IN A WELL

Борисова Н. Н.[1]**, Рожин И. И.**[2]

[1]*Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия* kaf_teplofiz@mail.ru

[2]*Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия;* rozhin@ipng.ysn.ru

Снижение пропускной способности скважины (или опасность закупорки газовыми гидратами) происходит вследствие интенсивного охлаждения добываемого природного газа за счет дросселирования при снижении давления и теплообмена с окружающими скважину многолетнемерзлыми горными породами. Для описания образования и отложения гидратов в скважине используется квазистационарная математическая модель [1]. Алгоритмы определения параметров систем обыкновенных дифференциальных уравнений по дополнительным замерам обобщены для модели гидратообразования в скважине. В отличие от случая газопровода, рассмотренного в работе [1], вместо уравнения состояния Бертло применяется уравнение Латонова-Гуревича.

Расчеты выполнялись при параметрах, соответствующих Отраднинскому газоконденсатному месторождению, которое обладает низкой пластовой температурой и достаточно высоким пластовым давлением. Получено, что при отсутствии ингибиторов образование гидратов возможно по всему стволу скважины, но наиболее интенсивно этот процесс идет в его верхней части, примерно соответствующей мощности многолетней мерзлоты. Полная закупорка устьевой части скважины может происходить приблизительно за 1—2.5 часа в зависимости от падения давления, при этом на забое будет перекрыто 25—40% проходного сечения и массовый расход газа уменьшается до нуля.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бондарев Э. А., Воеводин А. Ф.* Решение задач трубной гидравлики в системах добычи и транспорта природного газа. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2017.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО ПРОЦЕССА ПРИВАРКИ СЕДЛОВЫХ ОТВОДОВ К ПОЛИЭТИЛЕНОВОМУ ГАЗОПРОВОДУ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ РЕМОНТНЫХ РАБОТ В УСЛОВИЯХ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР

RESEARCH OF THE HEAT PROCESS OF WELDING OF BRANCH SADDLE TO A POLYETHYLENE GAS PIPELINE DURING REPAIR WORKS IN THE CONDITIONS OF LOW TEMPERATURES

Старостин Н. П., Васильева М. А.*

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия; *eowa@mail.ru

Рассматривается задача определения нестационарного температурного поля при приварке седловых отводов к полиэтиленовому газопроводу в условиях низких температур. Такая задача возникает при проведении ремонтных работ на газопроводах из полиэтиленовых труб в зимних условиях регионов холодного климата. Для недопущения прерывания подачи газа в населенные пункты в зимнее время ремонт газопроводов из полиэтиленовых (ПЭ) труб производят под давлением газа. Рекомендуемая нормативными документами сварка труб в укрытиях с поддержанием допустимой для сварки температуры непригодна для проведения ремонтно-восстановительных работ. За время проведения земляных работ на месте аварии газопровода стенка трубы успевает охладиться до температуры ниже $-15°$C. При таких температурах сварку полиэтиленовых труб не рекомендуется проводить. При сварке с использованием отапливаемых укрытий для подогрева и достижения на стенке трубы температуры, допустимой для выполнения сварочных работ, требуется достаточно длительное время. При выполнении ремонтных работ такие затраты времени недопустимы. В настоящее время существуют различные технологии ремонта полиэтиленовых газопроводов без отключения подачи газа, в том числе с использованием Стоп-Систем и запорных шаров. Байпас (обходной газопровод) приваривается к газопроводу с помощью седлового отвода до прерывания подачи газа.

Основным отличием поставленной в данной работе задачи является условие интенсивного теплообмена на внутренней поверхности стенки газопровода. Методом конечных элементов решалось трехмерное уравнение теплопроводности, учитывающее фазовое превращение в интервале температур. Для учета теплоты фазового превращения использовался метод сквозного счета. Эффективный коэффициент теплоемкости определялся, используя данные дифференциального сканирующего калориметра. При этом учитывалась также зависимость степени кристалличности трубного полиэтилена от температуры. Также учитывалась частичная кристаллизация аморфно-кристаллического полимерного материала, влияющая не только на количество выделившегося (поглощенного) тепла, но и на теплофизические свойства полиэтилена в процессе оплавления и кристаллизации.

На основе расчетов предложена технология приварки седлового отвода к полиэтиленовой трубе при низких температурах в условиях движения газа с отрицательной температурой внутри трубы. Предлагаются методики определения продолжительностей подогрева и выравнивания температур путем свободного охлаждения, а также толщины слоя теплоизоляции из условия протекания теплового процесса по закономерности, характерной для сварки в условиях допустимой температуры окружающей среды.

Работа выполнена в рамках Госзаказа ФАНО РФ (проект АААА-А17-117040710038-8 от 07.04.2017 г.).

ИЕРАРХИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭПИДЕМИЧЕСКОГО ПЕРЕНОСА
HIERARCHICAL MODEL OF EPIDEMIC TRANSFER

Васильева Н. В.*, Трофимцев Ю. И., Васильев М. Д., Матвеева О. И.

Северо-Восточный федеральный университет
имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *6617557@gmail.com

Построена двухуровневая модель эпидемии в двух связанных между собой областях. На первом уровне рассматривается система двух уравнений диффузии, описывающая число зараженных в каждой из областей. На втором уровне иерархии с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений находятся численности выздоровевших и умерших, которые входят параметрами в уравнения первого уровня. Это означает равномерное распределение выздоровевших и умерших в областях. Исследованы случаи свободного перемещения зараженных между областями и введения карантина.

Изучаемые системы основаны на классических моделях типа SIR [1, 2] с дополнением их диффузионными потоками [3]. Визуально представлены результаты численных расчетов для модели первого уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kermack W. O., McKendrick A. G.* (1927) A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics // *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 115, no. 772, pp. 700–721.
2. *Farago I., Horvath R.* (2016) On some qualitatively adequate discrete space-time models of epidemic propagation. *J. of Computational and applied mathematics*, vol. 293, pp. 45–54.
2. *Timofeeva T. S., Farago I., Horvath R.* (2019) Numerical simulation of a spatial – temporal model of epidemic distribution. *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1392, pp. 012047.

MATHEMATICAL MODELING FOR MANAGERIAL DECISION-MAKING ON FIRE SAFETY

Gabyshev I. N., Timofeev V. D.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;

The important indicators of national security include fire statistics. This indicator can be used to compare the fire situation between districts and to make a quantitative assessment. The identification of problematic districts is difficult because there are no known criteria for their detection.The article proposes a methodology for calculating the fire danger index in uluses (districts) of the Sakha Republic (Yakutia) based on the Dow-Jones method. According to this method, "problematic" and "crisis" districts are distinguished by the numbers of fires, deaths, and damage [1,2]. After theindexes are calculated, management and personnel decisions can be made in theMinistry of Emergency Situations of the Russian Federation. The identification of "problematic" uluses (districts) is carried out using the Dow-Jones method, which is widely used in the financial and economic field. This method uses uluses (districts) of the Sakha Republic (Yakutia) as analogs of industrial corporations. In the republican statistics, one of the difficulties is the categorization of uluses (districts) by fire, and for which the situation in the uluses (districts) of the republic is compared, and based on this, a total assessment of the region's fire situation is given.

According to the data given by the Prevention Department of State Fire Service of the Sakha Republic (Yakutia) on the number of human-caused fires that occurred in the Sakha Republic (Yakutia) from 2015 to 2019, the fire danger index is calculated as the average of the indicators of the listed uluses (districts). The index was 35 in 2015, 34 in 2016, 29 in 2017, 30 in 2018, 79 in 2019. Nineteen uluses (districts) with the maximum indicator values were selected and they form the index calculation listing. An analysis of uluses (districts) in the index listings shows the presence of "problematic" categories. According to the methodology for calculating the frequency of the categories of uluses (districts) getting into the listing and compared with the total number of fires, a "crisis" group of uluses (districts) can be distinguished. The frequency of an ulus (district) to getting into is calculated based on the fact that over these five years 10 uluses (districts) got into the "crisis" group for a total of 43 times.

The ranking of the uluses (districts) of the Sakha Republic (Yakutia) by the fire danger index allows to draw conclusions about the necessity for the following measures:

- Development of programs for fire reduction in the Aldansky, Lensky, Mirninsky, Neryungrinsky districts, Suntarsky, Vilyuysky, Tomponsky, Olekminsky, Namskyuluses, which are constantly present in the "crisis" group.

- Programming for fire reduction by structures of the Ministry of Emergency Situations in the Sakha Republic (Yakutia) at the level of local authorities, establishing control over the fire situation in these groups.

- Redistribution of reserves between uluses (districts) according to the place in the listing.

As a result of the calculations made, the presence of "problematic" districts was revealed and a "crisis" group of uluses (districts) can be distinguished after the calculations made for frequency of the categories of uluses (districts) getting listed, and in comparison with the total number of fires.

Calculations lead to the necessityof managerial and personnel decisions in the identified districts in order to improve fire safety.

REFERENCES

1. *Kaibichev I. A., Kaibicheva E. I.* (2017) Fire index in Russian Federation for 2011-2015 years. *Fire and Explosion Safety*, vol. 26, no.3.
2. *O'sullivan A.* (2007) *Urban economics.* Boston, MA : McGraw-Hill/Irwin.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОЛОННЫ НА ТЕПЛОЗАЩИТНЫЕ СВОЙСТВА ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ В ПРОСТРАНСТВЕННОМ УГЛУ

NUMERICAL ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF THE COLUMN ON HEAT PROTECTIVE PROPERTIES OF ENCLOSING STRUCTURES IN A SPATIAL ANGLE

Данилов Н. Д.*, Шадрин В. Ю., Павлов Н. Н., Мордовской С. Д.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *rss_dan@mail.ru

Угловые соединения ограждающих конструкций рассматривались с позиции формирования их температурного режима [1-2]. В статье [3] проведен анализ, как влияет железобетонная колонна на теплозащитные качества цокольных перекрытий зданий с проветриваемыми подпольями. Рассмотрен фрагмент пространственного угла и определены температуры и приведенные сопротивления теплопередаче рассмотренного элемента. Влияние колонны на отдельные элементы ограждающих конструкций не рассмотрено. В данной работе рассмотрено влияние колонны, размещенной в пространственном углу, на сопротивление теплопередаче стен и цокольного перекрытия. Для этого программа расчета трехмерных стационарных температурных полей "SHADDAN 3D"доработана с целью вычисления термических сопротивлений отдельных фрагментов наружных ограждающих конструкций. Некоторые строительные организации при строительстве зданий с монолитным ж.-б. каркасом размещают колонны в пространственном углу так, что их наружные грани получаются в одной плоскости с наружной поверхностью кладки из мелких бетонных блоков. В этом случае температура внутри пространственного угла получается минимальной [1] и значительно ниже, чем температура росы. Расчет фрагмента пространственного угла показывает, что значение приведенного сопротивления теплопередаче равно $3,22\text{м}^2 \cdot {}^\circ C/\text{Вт}$. Если отдельно рассматривать сопротивления теплопередаче ограждающих конструкций, то получаются следующие величины: цокольного перекрытия $7,88\text{м}^2 \cdot {}^\circ C/\text{Вт}$, стены $5,22\text{м}^2 \cdot {}^\circ C/\text{Вт}$. Чтобы определить в какой степени такое размещение колонны снижает теплозащитные свойства фрагментов ограждающих конструкций, проведены расчеты. При данном варианте размещения колонн сопротивление теплопередаче фрагмента стены снижается на 68%, а цокольного перекрытия на 37%. Рассмотрен и другой вариант размещения колонн.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Самарин О.Д.* К вопросу об определении температуры в наружном углу здания // Строительная физика в XXI веке: Материалы научно-технической конференции. М.: НИИСФ РААСН, 2006. С. 104–107.
2. *Самарин О.С.* Оценка минимального значения температуры в наружном углу здания при его скруглении // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 8. С. 34–36.
3. *Danilov N., Fedotov P., Burmistrova J.* (2018) The Influence of Reinforced Concrete Columns Thermal Protection Qualities in Buildings with Ventilated in the Conditions of Permaprost. Proceedings of the *International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern technologies. Part 1, 2-4 October, Vladivostok, Russian Federation.*

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ НИЗКОРАНГОВОЙ МАТРИЦЫ АППРОКСИМАЦИИ

RECOVERING COLOR IMAGES USING A LOW-LEVEL APPROXIMATION MATRIX

Донскова М. А.*, **Башаров И. В.**

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия; *dons0306@yandex.ru

Цель проекта — реализация эффективного алгоритма [1] восстановления цветных изображений. Простые методы низкоранговой аппроксимации матрицы с пропущенными или зашумленными значениями подходят только для одноканальных картинок, т.е. в градациях серого. Если изображение цветное, то есть имеет 3 канала, то оно приводится каким-нибудь эвристическим методом к одноканальному. Например, взвешенной суммой каналов. Такой подход неоптимален, поскольку из взаимодействия цветов можно извлечь дополнительную информацию. Однако непосредственная работа с трёхмерными тензорами — это очень трудоёмкие вычисления, поскольку задача низкорангового приближения трёхмерного тензора является NP-полной. В традиционных методах на основе матриц используются два подхода: разложение низкого ранга и минимизация ядерной нормы. В нашем проекте, объединяем два подхода в нашей модели на основе кватернионных матриц. Вместо ядерной нормы матрицы кватернионов будет использована сумма норм Фробениуса двух матриц кватернионов малого ранга. Основываясь на связи между матрицей кватернионов и ее эквивалентной комплексной матрицей, задача в конечном итоге преобразуется из поля чисел кватернионов в поле комплексных чисел [1]. Чередующийся метод минимизации применяется для решения модели.

Результаты моделирования восстановления реальных цветных изображений показывают превосходную производительность и эффективность предложенного алгоритма по сравнению с некоторыми современными тензорными алгоритмами.

Чтобы работать с двумерными тензорами, необходимо представлять изображение в виде матрицы кватернионов. Непосредственные вычисления с ними также сложны, но можно ввести взаимно обратное отображение матриц кватернионов в множество матриц комплексных чисел большего размера. Схема восстановления изображений следующая:

1. Трёхканальная картинка с пропущенными/зашумленными пикселями
2. Матрица кватернионов
3. Матрица комплексных чисел
4. Низкоранговая аппроксимация
5. Восстановленная матрица кватернионов
6. Восстановленная картинка.

Результатом работы является реализация алгоритма восстановления цветных изображений с помощью матрицы кватернионов низкого ранга и сравнительный анализ с некоторыми известными алгоритмами. В работе используется математические теоремы и выкладки, а также поставлена модель оптимизации для заполнения матрицы, которые были представлены в статьях и докладах [1], [2], [3].

Математические выкладки статьи [2] объемны, поэтому приведем основную теорему для алгоритма восстановления изображений.

Теорема 1. Пусть имеются 3 матрицы кватернионов (H) размера

$$X \in H^{M \times N}, P \in H^{M \times N}, Q \in H^{N \times M}$$

тогда выполняются следующие свойства

1) если $rank(X) = K$, тогда существуют две матрицы $P \in H^{M \times K}, Q \in H^{K \times M}$ кватернионов, для которых верно $X = UV$ и они удовлетворяют

$$rank(U) = rank(V) = K$$

2)$rank(PQ) \leq min(rank(P), rank(Q))$;

3) Пусть X выходная заполненная матрица, T - входная матрица с пропусками(битыми пикселями) с рангом $K_0 \leq K$. Тогда задача оптимизации [1] может быть представлена след образом.

$$minimaze \|f(X)\|_*$$

при условии

$$P_\Omega(X - T) = 0,$$

где $P_\Omega(X - T)$ - означает копирование элементов T в X, если X небитый пиксель, $f(X)$ - оператор перевода матриц кватернионов размера $M \times N$ в комплексную матрицу $2M \times 2N$, определенный в [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Miao J. Kou K.I.* (2013) Color image recovery using low-rank quaternion matrix completion algorithm. Proceedings of the *2013 6th International Congress on Image and Signal Processing*
2. *Gene., Van Loan C.F.* (1996) *Matrix Computations*, The John Hopkins University Press Baltimore and London.
3. *Bengua J.A., Phien H.N., Tuan H.D., DoM.N. K.* (2017) Efficient tensor completion for color image and video recovery: Low-rank tensor train. *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 26(5), pp. 2466–2479.
4. *Bihan N.L., Mars J.I.* (2004) Singular value decomposition of quaternion matrices: a new tool for vector-sensor signal processing. *Signal Processing*, vol. 84(7), pp. 1177–1199.

УЧЕТ ФАКТОРОВ НЕЛИКВИДНОСТИ В МОДЕЛИ RAPM ПРИ ХЕДЖИРОВАНИИ ОПЦИОНОВ С ВРЕМЕННЫМ ВЛИЯНИЕМ НА ЦЕНЫ

ADDING OF ILLIQUIDITY FACTOR IN THE RAPM MODEL FOR OPTIONS HEDGING WITH THE TEMPORARY PRICE IMPACT.

Дышаев М. М.*, Федоров В. Е., Авилович А. С.

Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия;
*Mikhail.Dyshaev@gmail.com

Accounting of the cost of illiquidity has been added to the risk adjusted pricing methodology (RAPM) model, generalized by M. Jandačka and D. Ševčovič (2005). The cost of illiquidity with the temporary price impact was modeled as suggested by L. C. G. Rogers and S. Singh (2010). Nonlinear Black — Scholes type equations are obtained. A numerical solution for the price of the call option is found.

The costs of the liquidity are defined as the difference between the paper value and the amount actually paid:

$$\bar{x}\int_1^s \gamma\rho(\gamma)d\gamma - h\bar{x} = \bar{x}\int_1^s (\gamma-1)\rho(\gamma)d\gamma \equiv \bar{x}l(h),$$

where $\bar{x} = (x_{\text{bid}} + x_{\text{ask}})/2$ is the mean price in the limit order book (LOB), $h = \int_1^s \rho(\gamma)d\gamma$ is the change of amount of units of underlying asset by delta hedging, $\rho(\gamma)$ is the density of orders in LOB, $\gamma = x/\bar{x}$ is the relative price underlying in LOB and s is the maximum (or minimum) of the relative price γ. If a trader needs to buy or to sell a certain amount of the underlying asset h within a some time interval Δt, then the cost of illiquidity is $\bar{x}l(h)\Delta t$.

The authors [1] used for the function $l(h)$ in form

$$l(h) = \int_1^s (\gamma-1)\rho(\gamma)d\gamma = \frac{1}{2}\varepsilon h^2,$$

where ε is a small parameter. For numerical solutions, the authors take $\varepsilon = 0.00006$, based on empirical reason.

In the RAPM option pricing model [2], which takes into account the transaction costs and the risk from rebalancing, the cost of the illiquidity has been added from the model of L. C. G. Rogers and S. Singh [2]:

$$r_R = \frac{(k+\varepsilon)\,\sigma x\,|u_{xx}|}{\sqrt{2\pi\Delta t}} + \frac{1}{2}R\sigma^4 x^2 u_{xx}^2\Delta t,$$

where k is the coefficient of the transaction cost, R is the premium risk coefficient, the marginal value of investor's exposure to a risk, x is the price of the underlying asset, σ is the volatility of the underlying asset, $u(t,x)$ is the price of the option.

Finding the minimum of the total risk function r_R with respect to the delta hedging interval Δt and substituting its value in the Black — Scholes equation, obtain the equality

$$u_t + \frac{1}{2}\sigma^2 \left(1 - 3\left(\frac{R(k+\varepsilon)^2}{2\pi} x\,|u_{xx}|\right)^{\frac{1}{3}}\right) x^2 u_{xx}^2 - r(u - xu_x) = 0. \tag{1}$$

The formula (1) generalizes the RAPM model. It takes into account the cost of the illiquidity with the temporary price impact. A method for numerical solving initial-boundary value problems for equation (1) is presented in [3].

The work is supported by the Russian Foundation of Basic Research, under grant 19-01-00244.

REFERENCES

1. *Rogers L. C. G., Singh, S.* (2010) The cost of illiquidity and its effects on hedging. *Mathematical Finance*, vol. 20, no. 4, pp. 597–615.
2. *Jandačka M., Ševčovič D.* (2005) On the risk-adjusted pricing-methodology-based valuation of vanilla options and explanation of the volatility smile. *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2005, no. 3, pp. 235–258.
3. *Dyshaev M., Fedorov V.* (2019) Comparing of some sensitivities (Greeks) for nonlinear models of option pricing with market illiquidity, *Mathematical Notes of NEFU*, vol. 26, no. 2, pp. 94–108.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В ЗАСЫПКАХ МИКРО-И НАНОПОРОШКОВ АЛЮМИНИЯ

MODELING THE STRUCTURE AND PROCESSES OF HEAT TRANSFER IN BEDS OF ALUMINUM MICRO- AND NANOPOWDOWS

Заричняк Ю. П.[1*], Иванов В. А.[2], Марова А. А.[1], Николаев И. Н.[3], Ходунков В. П.[4]

[1] *Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия;* *zarich4@gmail.com

[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;* v.ivanov49@mail.ru

[3] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* n_ivan_n@mail.ru

[4] *Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия;*

Стремление к минимизации операций формирования металлических деталей, снижению затрат материалов, энергии и времени изготовления деталей привели к развитию порошковой металлургии . Процесс изготовления деталей состоит из двух этапов – прессования порошка и последующего спекания температура и длительность которого существенно снижаются с уменьшением размера частиц порошков и первичной пористости прессовок.[1] Оптимизация технологических режимов спекания требует знания теплофизических свойств спекаемых порошков их теплоёмкости и теплопроводности. Уменьшение размера частиц с одной стороны приводит к сокращению длительности спекания, но с другой стороны приводит к снижению теплопроводности порошков, как правило на полтора-два порядка по сравнению с теплопроводностью монолитного металла, что увеличивает длительность спекания. В порошках микрометрового диапазона с размером частиц 1-100 мкм основное снижение теплопроводности порошков происходит за счёт увеличения пористости засыпок и уменьшения теплопроводности газа между частицами (эффект Смолуховского-Кнудсена) когда расстояния между поверхностями контактирующих частиц становятся меньше длины свободного пробега молекул газа [2]. В субмикронном нанодиапазоне 10-1000 нм размеров частиц наряду со снижением теплопроводности газа между частицами происходит существенное (десятки и сотни процентов) снижение теплопроводности самих частиц металла за счёт снижения интенсивности переноса тепла электронами, а затем и фононами [3].

Предложена модификация модели засыпок порошков и методики расчёта их эффективной теплопроводности с учётом изменения физических процессов переноса тепла по газу между частицами и теплопроводности самих частиц в микро- и нанодиапазонах размеров частиц порошков [3, 4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бузника В. М.* Ультрадисперсные наноразмерные порошки: создание, строение, производство и применение. Томск: Изд-во НТЈ1, 2009.
2. *Теплопроводность газов* http://thermalinfo.ru/svojstva-gazov.
3. *Заричняк Ю. П.* Структура, теплофизические свойства и характеристики композиционных материалов и сплавов: дисс. док. физ.-мат. наук. Институт теплофизики СО РАН. Новосибирск, 1989. 460 с.
4. *Заричняк Ю. П., Иванов В. А., Примаков К. И., Ходунков В. П.* Структура и теплопроводность бинарных порошковых композитов с диффузионным взаимодействием твёрдофазных компонентов при спекании //Научно-практическая конференция «Теплофизика и энергетика арктических и субарктических территорий». Якутск, 2019.

СТРУКТУРА И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ МНОГОСЛОЙНЫХ «НАНОЛУКОВИЦ» НИТРИДА БОРА ИЗ ГРУППЫ МАЛЫХ РАЗМЕРОВ $2 < D < 30$ НМ

STRUCTURE AND THERMAL CONDUCTIVITY OF MULTI-LAYER "NANOONIONS" OF BORON NITRIDE FROM THE SMALL SIZE GROUP $2 < D < 30$ Nm

Заричняк Ю. П.[1*], Иванов В. А.[2], Марова А. А.[1], Николаев И. Н.[3], Пилиппенко Н. В.[1]

[1]*Национальный исследовательский университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия;* *zarich4@gmail.com

[2]*Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;* v.ivanov49@mail.ru

[3]*Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* n_ivan_n@mail.ru

Борнитридные многослойные концентрические наносферы BN NS (Boron Nitride Nano Spheres, чаще называемые «нанолуковицами» - «Nano Onions») представляют собой новую аллотропную (после известных кубической c-BN и гексагональной h-BN) структурную форму соединения атомов бора и азота [1, 2]. В группу малых наносфер входят нанолуковицы с диаметрами: $2 < D < 30$ нм, и числом слоёв от 2 до 45. В 2013-2014 г. физики университета Яньшань, Китай [2], спеканием нанолуковиц BN NS при высоких (108 ГПа) давлениях и температурах в диапазоне 1000-1600 °C синтезировали из них новый сверхтвёрдый материал, превосходящий алмазы по твердости и термостойкости [2]. Оптимизация режима спекания требует знания теплопроводности и температуропроводности исходного сырья. Созданный из нанокомпонентов материал оказался дешевле синтетических алмазов и более термостойким - выдерживает нагрев до температуры 1300 °C в присутствии кислорода без заметного ухудшения свойств.

Нами разработана модель и методика расчёта (прогноза) теплопроводности луковичных структур BN NS с учётом размера внутренней полости, межслойного расстояния, числа слоёв и теплопроводности гексагонального нитрида бора h-BN в продольном и поперечном направлении. Если принять теплопроводность гексагонального нитрида бора h-BN вдоль слоя равной 400 Вт/(м·К), [3], то теплопроводность многослойных бор нитридных наносфер BN NS будет изменяться в пределах от 1 до 35 Вт/(м·К) (в зависимости от числа слоев в «нанолуковице»). Если теплопроводность h-BN вдоль слоя будет равна 600 Вт/(м·К), то теплопроводность многослойных бор нитридных наносфер BNNS, будет изменяться в диапазоне от 1,3 до 37 Вт/(м·К). Если теплопроводность h-BN вдоль слоя принять равной 1000 Вт/(м·К), то теплопроводность наносфер находится в диапазоне от 2 до 42 Вт/(м·К).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ляшенко В. И.* Особенности структуры частиц нитрида бора, получаемого методом карботермического синтеза // Сверхтвердые материалы. 2008. № 5. С. 3–6.
2. *Yongjun Tian, Bo Xu, Dongli Yu, Yanming Ma, Yanbin Wang, Yingbing Jiang, Wentao Hu, Chengchun Tang, Yufei Gao, Kun Luo, Zhisheng Zhao, Li-Min Wang, Bin Wen, Julong He, Zhongyuan Liu.* (2013) Ultrahard nanotwinned cubic boron nitride. *Nature*, vol. 493, pp. 385–388.
3. *Anisotropic thermal transport in bulk hexagonal boron nitride. https://www.researchgate.net/publication/324907955*

О ПЕРВОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ДЛЯ КВАДРАТА

ON THE FIRST BOUNDARY PROBLEM OF FLAT DEFORMATION FOR A SQUARE

Иванова О. Ф.

Северо-восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; o_buskarova@mail.ru

Рассматривается первая основная граничная задача плоской деформации для прямоугольника [1], решение которой сводится к решению парных бесконечных систем линейных уравнений. В [1] доказывается регулярность этих бесконечных систем. Далее исследуется задача в квадрате с ненулевыми граничными условиями на одной паре граней, а на остальных гранях с нулевыми граничными условиями. Доказывается, что полученная система является вполне регулярной и имеет единственное решение. Для решения этих систем применяются метод лимитант в сочетании с методом последовательных приближений и метод редукции.

В данной работе находится методом простой редукции строго частное решение [2] парных неоднородных систем, к которым приводится первая граничная задача плоской деформации [1]. Затем методом редукции в широком смысле ищется нетривиальное решение соответствующих парных однородных систем, на его основе вычисляется и решение исходных парных неоднородных систем. Далее исследуется решение парных неоднородных систем методом последовательных приближений. Эти решения находятся вне зависимости от того, являются ли исходные системы регулярными или нерегулярными.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гринченко В. Т.* Равновесие и установившиеся колебания упругих тел конечных размеров. Киев: Наук. думка, 1978.
2. *Иванова О. Ф., Павлов Н. Н., Федоров Ф. М.* О главных и строго частных решениях бесконечных систем // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2016. Т. 56, № 3. С. 351–362.

ОСОБЫЕ БЕСКОНЕЧНЫЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

SPECIAL INFINITE SYSTEMS OF LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS

Иванова О. Ф.*, Павлов Н. Н., Потапова С. В., Федоров Ф. М.

Северо-восточный федеральный университет, Якутск, Россия;
*o_buskarova@mail.ru

При математическом моделировании различных физико-технических процессов давно привлекают бесконечные системы линейных алгебраических уравнений. Например, решение задач стационарной теории упругости с применением бесконечных систем имеет более, чем вековую историю. Также они используются при решении задач дифракции электрических волн, теории волноводов, теории электрических цепей и других. При этом рассматривался очень узкий класс бесконечных систем, такие как регулярные (вполне регулярные, квазирегулярные) и системы с разностными индексами. Это связано с тем, что только для этих систем были разработаны в достаточной мере теория и методы их решения. В последнее время нами разработаны теория и методы решения общих бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. В настоящем докладе изучаются системы по своей структуре бесконечные, но которые не описываются общей теорией. Установлены особые бесконечные системы линейных алгебраических уравнений, которые не обладают в полной мере свойствами общих бесконечных систем, вместе с тем содержат некоторые черты конечных систем. Прежде всего к ним относятся бесконечные системы с конечными уравнениями. Такие системы в зависимости от параметров системы могут вести себя полностью как конечные системы или полностью как общие бесконечные системы, но могут вести себя одновременно как конечные, так и общие бесконечные системы. К особым системам можно также отнести и известные квазирегулярные системы (в общем случае квазибесконечные системы), которые описываются общей теорией конечных, а также теорией специальных бесконечных систем. Рассмотрены аналитические решения конкретных бесконечных систем, подтверждающие указанные результаты. Таким образом, исследование таких систем требует особого подхода для каждого конкретного случая.

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОТОМОГРАФИИ

NUMERICAL ALGORITHM FOR SOLUTION OF INVERSE PROBLEM OF ELECTRICAL TOMOGRAPHY

Колесов А. Е.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; ae.kolesov@s-vfu.ru

В работе предложен численный алгоритм для решения обратный задачи электротомографии, связанной с определением коэффициента сопротивления в эллиптическом уравнении потенциала с помощью дополнительной информации на части границы расчетной области [1, 2]. При этом коэффициенты электрического сопротивление будут считаться кусочно-постоянными. Тогда рассматриваемые обратные задачи можно представить в виде задач восстановления формы подобластей с постоянными коэффициентами. Предложенный алгоритм основан на минимизации функционала невязки с использованием градиентных итерационных методов [3]. Для нахождения градиента функционалов используется подход с решением сопряженных задач. Для аппроксимации по пространству будем использовать метод конечных элементов. Вычислительная реализация основа на вычислительной платформе `FEniCS` и библиотеке `dolfin-adjoint` [4]. Производительность алгоритма демонстрируется на тестовых задачах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kohn R. V., Vogelius M.* (1985) Determining conductivity by boundary measurements ii. interior results. *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 35, no. 5, pp. 643–667.
2. *Chung E. T., Chan, T. F., Tai, X. C.* (2005) Electrical impedance tomography using level set representation and total variational regularization. *Journal of Computational Physics*, vol. 205, no. 1, pp. 357–372.
3. *Kolesov A. E., Ivanov D. Kh., Vabishchevich P. N.* (2019) Recovery of a piecewise constant lower coefficient of an elliptic equation. *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1392, no. 1, pp. 3012081.
4. *Farrell P. E., Ham D. A., Funke S. F., Rognes M..,E.* (2012) Automated derivation of the adjoint of high-level transient finite element programs. *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 35, no. 4, pp. 369–393.

МЕТОДЫ ОБРАТНОЙ СВЕРТКИ ДЛЯ СГЛАЖИВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

DECONVOLUTION METHODS FOR THE DEPTH-RESOLVED OF THREE-DIMENSIONAL HOLOGRAPHIC IMAGES

Маркова С. А.[1*], **Федоров А. Г.**[1,2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* *sveta.9595@mail.ru
[2] *Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия;* ag.fedorov@s-vfu.ru

Одним из методов восстановления изображений является применение функции рассеяния точки. В частности, наиболее актуальной областью применяющий функцию рассеяния точки является электронная микроскопия [1-3] для восстановления трехмерной структуры объектов исследования. При восстановлении трехмерной структуры объектов исследования по их двумерным голографическим изображениям с применением функции рассеяния точки происходит размазывание восстановленного изображения, которых требуется каким-либо способом сгладить.

В данной работе рассматривается применение итерационного метода Ричардсона-Люси для сглаживания восстановленных голографических изображений. Которое можно использовать эффективно, при знании функции рассеяния точки. Размытое и шумное изображение восстанавливается итеративным, ускоренным, ослабленным алгоритмом Люси-Ричардсона.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gabor D.* (1948) A New Microscopic Principle.*Nature*, vol. 161. pp. 777–778.
2. *Egorov N. V., Trofimov V. V., Antonov S. R., Fedorov A. G., Antonova L. I.* (2014) Studying the Electrophysical Parameters of a Holographic Microscope. *Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, vol. 8, no, 4. pp. 745–747.
3. *Egorov N. V., Karpov A. G., Antonova L. I., Fedorov A. G., Trofimov V. V., Antonov S. R.* (2011) Technique for Investigating the Spatial Structure of Thin Films at a Nanolevel. *Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, vol. 5, no. 5. pp. 992–995.

ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ k-ПОКРЫТИЙ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА СТРАТЕГИЙ ПОИСКА НА ПЛОСКОСТИ

NUMERICAL CONSTRUCTION OF k-Coverage FOR ONE CLASS STRATEGIES ON THE PLANE

Местников С. В.*, Петров Н. В.

Северо-Восточный федеральный университет имени М. К. Аммосова, Якутск, Россия; *mestsv@mail.ru

В работе рассматриваются дифференциальные игры простого поиска на плоскости. Игрок P стремится максимизировать вероятность обнаружения уклоняющегося объекта E.

Смешанные стратегии ищущего определяются помощью вспомогательной игры с нарядом преследователей [1], [2], [3].

Динамика игры описывается системой дифференциальных уравнений:

$$P\colon \dot{x} \quad = u, \|u\| \le \alpha,\ x(0) = x_0, \|x_0\| = r + l, x, u \in R^2, \tag{1}$$

$$E\colon \dot{y} \quad = v, \|v\| \le \beta,\ y(0) = y_0, \|y_0\| \le r, \beta \le \alpha, y, v \in R^2, \tag{2}$$

где $r > 0$ - радиус области неопределенности начального местоположения игрока E, величины r, l,α и β- параметры игры. Областью обнаружения игрока P является круг радиуса l с центром в местоположении преследователя.

Допустимые управления $u = u(t)$, $t \ge 0$, игрока P- кусочно-постоянные функции с двумя интервалами постоянности. Множество всех допустимых управлений игрока P обозначим через D_P. Под чистой стратегией a игрока P будем понимать пару $a = (x_0^*, u(\cdot))$, где точка $x_0^* \in R^2$ удовлетворяет условию (1).

Допустимые управления $v = v(t)$, $t \ge 0$, игрока E- кусочно-непрерывные функции. Множество всех допустимых управлений игрока E обозначим через D_E. Под чистой стратегией b игрока E будем понимать пару $b = (y_0^*, v(\cdot))$, где $y_0^* \in R^2$ удовлетворяет условию (2). Игра рассматривается в программных стратегиях.

Для определения, какую вероятность обнаружения может гарантировать ищущий игрок, рассмотрим вспомогательную игру между прячущимся игроком E и нарядом $\bar{P} = \{P_1, \ldots, P_k\}$ однотипных преследователей, имеющих одинаковые характеристики, действующих как один игрок. Будем говорить, что наряд $\bar{P}$ гарантирует k_*-обнаружение, если по крайней мере $k_* \le k$ преследователей обнаружат убегающего.

Для этой вспомогательной игры определим информационное множество $\Omega^k,^k_* (t)$, где может находится прячущийся игрок, если его обнаружили не больше k_* преследователей из наряда $\bar{P}$. Если для момента времени t, для вспомогательной игры с нарядом $\bar{P}$ информационное множество $\Omega^k,^k_* (t)$ будет пустым, то существует смешанная стратегия игрока P гарантирующая вероятность обнаружения $V \ge k_*/k$.

Для частных случаев, когда наряд ищущих игроков $\bar{P}$ состоит из двух или трех игроков, найдены достаточные условия на параметры игры для гарантированного обнаружения игрока E в одном классе стратегий при $\beta = 0$.

С помощью компьютерной программы, были численно построены информационные множества и проведены оценки вероятности обнаружения V для рассматриваемых игр.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петросян Л. А., Зенкевич Н. А.* Оптимальный поиск в условиях конфликта. Л.: ЛГУ, 1986.
2. *Петросян Л. А., Гарнаев А. Ю.* Игры поиска. СПб: Изд-во СПбГУ, 1992.
3. *Зенкевич Н. А., Местников С. В.* Динамический поиск подвижного объекта в условиях конфликта. Вопросы механики и процессов управления. 1991, Т. 14. С. 68–76.
4. *Mestnikov S. V., Petrov N. V., Everstova G. V.* (2014) Numerical Cobstruction of the Information Sets in the Simple Search Game with a Team of Pursuers and Estimates for a Detection Probability. Collected abstracts of papers presented on *the Eighth International Conference Game Theory and Management (GTM2014), Graduate School of Management SPbU*, pp. 207–208.
5. *Местников С. В., Петров Н. В.* Численное построение информационного множества и достаточные условия k - обнаружения в игру простого поиска на плоскости // Математические заметки СВФУ Апрель - июнь, 2017. Т. 24, №2, С. 13–29.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЛЬДООБРАЗОВАНИЯ В ВОДОЕМАХ
NUMERICAL MODELING OF ICE FORMATION IN WATER

Мордовской С. Д.[*], Васильева Н. В., Акимов М. П., Эверстов В. В.

Северо-Восточный федеральный университет
имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; [*]msd@mail.ru

Постановка полных гидродинамических моделей замерзания - оттаивания в объеме жидкости требует решения системы уравнений Навье-Стокса, что в сопряжении с постановкой задачи определения неизвестных границ раздела различных фаз, делает модели трудно реализуемыми. В таком положении постановка однофазной задачи Стефана в качестве основы модели представляется разумным компромиссом.Однако сложность при численной реализации заключается в существовании областей, где нет описания теплообмена на основе уравнений теплопроводности.

В качестве однофазной задачи Стефана рассматривается образование льда при изменении окружающей температуры. Расчетная область делится на талую и мерзлую зоны. В мерзлой зоне предполагается наличие ненулевых градиентов температуры, что задаетсяосновнымкондуктивнымпереносом тепла. В талой зоне предполагается быстрый конвективный теплообмен, который определяет однородное распределение температуры. На границах зоны предполагается образование тонкой переходной области, и для описания теплообмена принимается теплообмен по закону Ньютона.

Для численной реализации решения одномерной задачи используется метод конечных разностей с фиксированной пространственной сеткой. Предлагаемый разностный метод предполагает использование фиктивных узлов, привязанных к границам раздела зон. Условие Стефана записывается именно для этих фиктивных узлов. Общая структура матрицы системы разностных уравнений предполагается трехдиагональной в области твердой фазы, с переходом на «однодиагональную» матрицу в зоне жидкости, где принимается заданная температура. Такое представление СЛАУ обеспечивает «сквозное» решение по всей расчетной области. Исходя из структуры матрицы, для решения системы уравнений применяется метод прогонки.

Численный метод для решения одномерной задачи легко адаптируется для решения многомерных задач локально одномерным методом суммарной аппроксимации. В работе представлены результаты для двумерного варианта модели.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В УСТРОЙСТВАХ ОБОГАЩЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

MATHEMATICAL MODELING OF PARTICLE MOTION IN MINERAL PROCESSING

Никифорова Л. В.*, Яковлев Б. В.

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *nliudmilav@mail.ru

При обогащении золотосодержащих руд используются устройства, работающие на основе применения потока воздуха или газа, гравитационного поля земли, сил инерции, это - шаровые мельницы, пневмосепараторы, концентраторы и др. При проектировании устройств обогащения необходимы знания об их параметрах. Для исследования этих параметров используется метод математического моделирования. При разработке математических моделей коллективного движения частиц появляется задача определения вероятности положения одной частицы в устройстве. Для определения вероятности положения частицы используется метод ансамлей Гиббса [1,2]. Согласно этому методу определяются все возможные положения частицы в произвольный момент времени при различных начальных значениях положений и скорости частицы. При этом начальные параметры зависят от начального значения распределения вероятностей. Множество возможных положений представляет собой пространство состояний. Таким образом, функция распределения будет величиной пропорциональной плотности распределения возможных положений частицы в заданной области. Возможные положения частицы на рабочей поверхности устройства определяются законом движения, который получается интегрированием уравнения движения. Поэтому математическая модель определения вероятности положений частицы на рабочей поверхности устройства состоит из следующих этапов: 1. Определение распределения вероятности положения частицы в начальный момент времени; 2. Разработка математической модели движения одной частицы в устройстве, т.е. получение уравнения движения, определение закона движения частицы и ее траектории. Определение возможных положений частицы вдоль траектории за равные промежутки времени; 3. Разработка математической модели движения множества невзаимодействующих частиц с различными значениями начальных параметров в соответствии с начальным распределением вероятности, определение всевозможных положений частиц вдоль траекторий их движения за одинаковые промежутки времени; 4. Определение концентрации всевозможных точек расположения частицы, то есть распределения вероятности положений частицы в устройстве.

Одним из основных элементов математической модели коллективного движения частиц полезной фракции является вероятное положение одной частицы в устройстве при различных режимах работы. Предложенный алгоритм позволяет рассчитывать вероятности определения положения частицы в различных устройствах обогащения полезных ископаемых.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гибсс Дж. В.* Основные принципы статистической механики. М: Гостехиздат, 1946.
2. *Krylatova S. R., Yakovlev B. V.* (2018) Modeling by Gibbs method of processes in equipment for enrichment and separation of mineral resources. *AIP Conference Proceedings*, vol. 2041. doi: 10.1063/1.5079373

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МАГНИТНОМ ОБЛАКЕ НА ТРАЕКТОРИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

RESEARCH OF THE INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD TURBULENCE IN A MAGNETIC CLOUD ON THE CHARGED PARTICLE TRAJECTORIES

Петухова А. С., Петухов И. С.*, Петухов С. И.

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю. Г. Шафера СО РАН, Якутск, Россия; *i_van@ikfia.ysn.ru

Выбросы солнечного вещества в межпланетное пространство являются результатом солнечной активности. Вместе с веществом в межпланетное пространство выносятся крупномасштабные магнитные структуры, которые называют магнитными облаками. Магнитным облаком обозначают петлю с винтовым магнитным полем, соединенную с Солнцем. Магнитные облака являются важным фактором космической погоды, поскольку от них зависит изменение геомагнитного поля и ионосферы. Свойства магнитных облаков обычно изучают на основе прямых измерений приборами, расположенными на космичеких аппаратах. Дополнительные сведения о свойствах магнитных облаков можно получить методом космических лучей. Вследствие высокой мобильности космические лучи содержат сведения о крупномасштабной структуре магнитных облаков, которых нет в прямых измерениях. Для интерпретации результатов измерений космических лучей мировой сетью наземных детекторов необходимы расчеты функции распределения.

В наших работах разработан метод решения кинетического уравнения Больцмана без учета рассеяния частиц. Метод решения основан на расчете траекторий частиц в электромагнитном поле облака обратно во времени. Представляет интерес исследовать влияние рассеяний на функцию распределения. В данной работе предложен метод учета рассеяний частиц и оценено их влияние на функцию распределения.

МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ОБЛАКА ПРЕДСТАВЛЕННАЯ В ВИДЕ ПЕТЛИ С ВИНТОВЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

MODEL OF A MAGNETIC CLOUD REPRESENTED AS A LOOP WITH THE HELICAL MAGNETIC FIELD

Петухова А. С., Петухов И. С.*, Петухов С. И.

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю. Г. Шафера СО РАН, Якутск, Россия; *i_van@ikfia.ysn.ru

Выбросы солнечного вещества в межпланетное пространство являются результатом солнечной активности. Вместе с веществом выносится крупномасштабная петля с винтовым магнитным полем, соединенная с Солнцем. Эту петлю называют магнитным облаком. Магнитные облака являются важным элементом космической погоды, поскольку они определяют степень воздействия выбросов на состояние геомагнитного поля и ионосферы. Для изучения свойств магнитных облаков можно использовать космические лучи. Мировая сеть наземных детекторов непрерывно во времени регистрирует космические лучи. Для установления зависимости характеристик функции распределения космических лучей от свойств магнитных облаков необходимо проводить теоретические расчеты, в которых учитывается винтовое магнитное поле. Мы разработали и реализовали метод моделирования крупномасштабных петель с винтовым магнитным полем. Метод составляет 2 этапа. На 1-м этапе задаем вблизи Солнца тороидальное магнитное поле, описываемое решением Миллера-Тернера. На 2-м этапе часть тороидального поля выносится в межпланетное пространство выбросом вещества, а часть остается вблизи Солнца. При выносе магнитное поле определяется из условия вмороженности в вещество выброса. В представленной работе приведены 2 модели: 1) винтовое поле занимает весь объем начального тора; 2) винтовое поле занимает часть объема начального тора.

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ПОЧТИ БОЛЬШИМ ХАРАКТЕРОМ FINITE GROUPS WITH ALMOST LARGE CHARACTER

Поисеева С. С.*, **Иванова А. В.**

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *pss.iii@mail.ru

Пусть G – конечная неединичная группа с неприводимым комплексным характером Θ степени $\Theta(1)$. В общем случае порядок группы существенно больше квадрата степени любого ее неприводимого характера, то есть

$$\Theta(1)^2 < |G|.$$

Однако, ранее в [1] авторами была определена и изучена $LC(\Theta)$-группа (от английского "Large character"), т.е. конечная неединичная группа G порядка больше двух, обладающая неприводимым характером Θ, таким что

$$2\Theta(1)^2 \geq |G|.$$

Напомним, что в "Атласе конечных простых групп"[2] нет таких групп, у которых степень неприводимого комплексного характера Θ удовлетворяла бы условию $2\Theta(1)^2 \geq |G|$, однако всего 8 простых групп удовлетворяют условию $c\Theta(1)^2 \geq |G|$, при $c < 3$:

В данной работе будем изучать конечные группы, удовлетворяющие условию $c\Theta(1)^2 \geq |G|$, при $2 < c \leq 3$:

Определение. Конечную группу G порядка больше 3, обладающую таким неприводимым характером Θ таким, что $3\Theta(1)^2 \geq |G| > 2\Theta(1)^2$ будем называть $ALC(\Theta)$-группой (от английского "Almost large character").

Ниже будут сформулированы результаты об $ALC(\Theta)$-группах, у которых $\Theta(1) = p$, где p – простое.

Теорема *Пусть G – $ALC(\Theta)$-группа с неприводимым характером Θ простой степени p. Тогда возможны:*

1. $|G| = 12, p = 2$;
2. $|G| = 27, p = 3$;
3. $G \cong A_5$;
4. $G \cong C_2 \times R$, где R – группа Фробениуса порядка $p(p+1)$ и $p = 2^b - 1$ – простое число Мерсенна, $b \in \mathbb{N}$;
5. $G \cong Q \rtimes C_p$, где $|Q| = 2p + 1$ – простое число.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Казарин Л. С., Поисеева С. С.* Конечные группы с большим неприводимым характером // Матем. заметки. 2015. Т. 98, № 2. С. 237–246.
2. *Conway J. H., Curtis R. T., Norton S. P., Parker R. A., Wilson R. A.* Atlas of finite groups: maximal subgroups and ordinary characters for simple groups. Oxford: Clarendon Press., 1985.
3. *The GAP Group* GAP – Groups, Algorithms and Programming, Version 4.4.10. [Электронный ресурс] / Aachen, St. Andrews, 2008.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В MATLAB

DEFINITION OF ERRORS OF VARIOUS METHODS OF MODELING COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS IN MATLAB

Семёнов А. С.*, Якушев И. А.

Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова, Политехнический институт (филиал), Мирный, Роосия; *as.semenov@s-vfu.ru

Введение. На первый взгляд моделированию различных видов технических систем в пакете программ MatLab посвящено много работ, как научных, так и учебно-методических. Но если откинуть самоучители и учебные пособия, в которых больший объем информации занимает описание блоков и библиотек пакета программ, то получим ограниченный список авторов и их работ, где действительно дается качественная оценка методам моделирования технических систем в среде MatLab [1].

Цель и задачи исследования. Целью настоящего исследования будет являться анализ, сопоставление результатов и вычисление погрешностей моделирования сложных электромеханических систем в пакете программ MatLab различными методами: физическое, структурное и математическое моделирование. Для достижения поставленной цели будут решены следующие задачи: выбор электромеханических систем; разработка имитационных моделей на лабораторных стендах для получения реальных данных; расчет математических и дополнительных физических параметров электромеханических систем; разработка и построение моделей тремя вышеуказанными методами; сопоставление смоделированных параметров; расчет погрешностей различных методов моделирования.

Объекты исследования. В качестве объектов исследования выберем двигатель постоянного тока с независимым возбуждением и асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, так как эти электромеханические системы являются наиболее распространенными объектами в системах электропривода промышленных установок, в связи с простотой регулирования координат.

Ход исследования. С помощью разработанной авторами программой произведем расчет дополнительных параметров двигателя постоянного тока и асинхронного двигателя для дальнейшего их использования в моделях.

Для разработки и реализации физических моделей в пакете программ MatLab воспользуемся приложением Simulink, а именно подкаталогом библиотеки блоков SimPowerSystems. Для создания моделей будут использованы блоки, имитирующие реальные физические элементы: источники питания, сопротивления, индуктивности, электрические машины, нагрузки, осциллографы и т.п. Структурная модель в построении проще физической. Все блоки находятся в библиотеке блоков Simulink в подкаталогах Continuous, Math Operations, Sinks и Sources. Структурно двигатель постоянного тока и асинхронный двигатель можно разделить на три составляющих части: якорь (ротор), обмотка возбуждения (статор), механическая часть двигателей. Систему уравнений этих укрупненных составляющих частей можно представить в операторной форме записи на основании второго закона Кирхгофа [2]. Для создания математических моделей переведем операторную форму систем уравнений, используемых в структурном моделировании, в единую передаточную функцию [3]. Введем полученные передаточные функции непосредственно в MatLab в окно Command Window, подставляя рассчитанные ранее коэффициенты и постоянные времени.

Результаты исследования. После разработки и реализации моделей всеми выбранными способами и получения результатов моделирования в виде графиков временной зависимости угловой скорости вращения двигателей, проанализируем эти результаты. Во всех случаях моделирования были получены характеристики переходного процесса, для которых присущи некоторые показатели качества линейных непрерывных систем, обуславливающие динамику переходного процесса и точность системы. Рассмотрим ряд таких показателей, а именно время переходного процесса, перерегулирование и число колебаний. Сопоставим результаты моделирования с исходными данными имитационных моделей. Сопоставлению будет подлежать угловая скорость вращения двигателя постоянного тока и асинхронного двигателя. Во время сопоставления вычислим абсолютную и относительную погрешности результатов произведенного моделирования.

Заключение. В результате проведенного исследования проанализировано сопоставление физического, структурного и математического моделирования с результатами имитационного моделирования сложных электромеханических систем в среде MatLab. Для этого были решены следующие задачи: разработаны имитационные модели на лабораторных установках; рассчитаны дополнительные параметры двигателей; разработаны физическая, структурная и математическая модели с помощью библиотек блоков Simulink и SimPowerSystems, а также непосредственно в окне Command Window среды MatLab; полученные результаты моделирования сопоставлены с результатами имитационного моделирования; определены абсолютная и относительная погрешности в результатах. Из всего вышеизложенного можно сделать вывод, что пакет программ MatLab является отличным универсальным пакетом для физического, структурного и математического моделирования сложных технических систем. Этот факт также подтверждается его широким распространением в научно-исследовательских институтах и университетах по всему миру для проведения научно-исследовательских работ и использования в учебном процессе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Semenov A. S., Khubieva V. M., Kharitonov Ya. S.* (2018) Mathematical modeling of static and dynamic modes DC motors in software package MATLAB. *International Russian Automation Conference (RusAutoCon). New York: Curran Associates.* DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501666.
2. *Bebikhov Yu. V., Semenov A. S., Yakushev I. A., Kugusheva N. N., Pavlova S. N., Glazun M. A.* (2019) The application of mathematical simulation for solution of linear algebraic and ordinary differential equations in electrical engineering. *IOP Conf. Series: MSE.*, vol. 643, atr. 012067. DOI: 10.1088/1757-899X/643/1/012067.
3. *Sagitov P. I., Almuratova N. K., Toygozhinova Z. Z., Akpanbetov D. B.* (2019) Mathematical modeling and optimization of the control system for multi-motor electric drive of conveyor belt. *Int. J of Engineering Research and Technology*, vol. 12, is. 6, pp. 899–911.

РАЗРАБОТКА КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТРУБОПРОВОДНОГО ТРАНСПОРТА НЕФТИ И ГАЗА

DEVELOPMENT OF FINITE-ELEMENT SOFTWARE FOR SOLVING THE PROBLEMS OF PIPELINE OIL AND GAS TRANSPORT

Семенов Л. А.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Международная научно-исследовательская лаборатория «Многомасштабное математическое моделирование и компьютерные вычисления», Якутск, Россия;
userqwertyq1@gmail.com

В работе рассматривается разработка конечно-элементного программного обеспечения для решения задач трубопроводного транспорта нефти и газа. Рассматриваются задачи линейной упругости, теплопроводности. Задачи решаются в двумерной области. Вычислительная реализация проводится в программном комплексе FEniCS. Геометрическое моделирование осуществляется посредством библиотеки PythonOCC. В качестве графического фреймворка используется библиотека PyQt. Генерация сетки осуществляется пакетом Gmsh. Визуализация полученных данных происходит посредством графического пакета Vtk.

ЛИТЕРАТУРА

1. *FEniCS*, https://fenicsproject.org
2. *PythonOCC*, http://www.pythonocc.org
3. *PyQt*, http://www.riverbankcomputing.com/software/pyqt/intro
4. *Gmsh*, http://gmsh.info
5. *Vtk*, https://vtk.org

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО ПРОЦЕССА ПРИВАРКИ СЕДЛОВЫХ ОТВОДОВ К ПОЛИЭТИЛЕНОВОМУ ГАЗОПРОВОДУ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ РЕМОНТНЫХ РАБОТ В УСЛОВИЯХ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР

RESEARCH OF THE HEAT PROCESS OF WELDING OF BRANCH SADDLE TO A POLYETHYLENE GAS PIPELINE DURING REPAIR WORKS IN THE CONDITIONS OF LOW TEMPERATURES

Старостин Н. П., Васильева М. А.*

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия; *eowa@mail.ru

Рассматривается задача определения нестационарного температурного поля при приварке седловых отводов к полиэтиленовому газопроводу в условиях низких температур. Такая задача возникает при проведении ремонтных работ на газопроводах из полиэтиленовых труб в зимних условиях регионов холодного климата. Для недопущения прерывания подачи газа в населенные пункты в зимнее время ремонт газопроводов из полиэтиленовых (ПЭ) труб производят под давлением газа. Рекомендуемая нормативными документами сварка труб в укрытиях с поддержанием допустимой для сварки температуры непригодна для проведения ремонтно-восстановительных работ. За время проведения земляных работ на месте аварии газопровода стенка трубы успевает охладиться до температуры ниже $-15°$C. При таких температурах сварку полиэтиленовых труб не рекомендуется проводить. При сварке с использованием отапливаемых укрытий для подогрева и достижения на стенке трубы температуры, допустимой для выполнения сварочных работ, требуется достаточно длительное время. При выполнении ремонтных работ такие затраты времени недопустимы. В настоящее время существуют различные технологии ремонта полиэтиленовых газопроводов без отключения подачи газа, в том числе с использованием Стоп-Систем и запорных шаров. Байпас (обходной газопровод) приваривается к газопроводу с помощью седлового отвода до прерывания подачи газа.

Основным отличием поставленной в данной работе задачи является условие интенсивного теплообмена на внутренней поверхности стенки газопровода. Методом конечных элементов решалось трехмерное уравнение теплопроводности, учитывающее фазовое превращение в интервале температур. Для учета теплоты фазового превращения использовался метод сквозного счета. Эффективный коэффициент теплоемкости определялся, используя данные дифференциального сканирующего калориметра. При этом учитывалась также зависимость степени кристалличности трубного полиэтилена от температуры. Также учитывалась частичная кристаллизация аморфно-кристаллического полимерного материала, влияющая не только на количество выделившегося (поглощенного) тепла, но и на теплофизические свойства полиэтилена в процессе оплавления и кристаллизации.

На основе расчетов предложена технология приварки седлового отвода к полиэтиленовой трубе при низких температурах в условиях движения газа с отрицательной температурой внутри трубы. Предлагаются методики определения продолжительностей подогрева и выравнивания температур путем свободного охлаждения, а также толщины слоя теплоизоляции из условия протекания теплового процесса по закономерности, характерной для сварки в условиях допустимой температуры окружающей среды.

Работа выполнена в рамках Госзаказа ФАНО РФ (проект АААА-А17-117040710038-8 от 07.04.2017 г.).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ПОЛОСТИ ПОД ЛЕДОВЫМ ПОКРОВОМ В ВОДОЕМЕ

MATHEMATICAL MODELINGS OF THE PROCESS CAVITY FORMATION UNDER THE ICE COVER IN A RESERVOIR

Тихонов Р. С.

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия;
roman_tikhon@mail.ru

Транспортировка нефти осуществляется различными способами: магистральным нефтепроводом, трубопроводом, с помощью танкеров, по железной дороге и.т.д. Наиболее перспективной и эффективной является трубопроводный транспорт, который имеет большую пропускную способность. Нередко происходят аварийные разливы нефтепродуктов на окружающую среду, в данное время разработаны различные методы и способы сбора нефти с грунта, так же и с поверхности водоемов [1, 2].

Статья посвящена способу ликвидации разливов нефтепродуктов подо льдом. С помощью математической модели предлагается методика сбора нефти подо льдом в регионах холодного климата и Арктики. Известно, что теплопроводность льда в 4 раза больше, чем воды, а теплопроводность снега на порядок меньше. Используя эти характеристики, была предложена изменение формы ледового покрова в виде полусферы, в котором при разливе нефти под водой из-за разницы плотности, нефть поднимается и накапливается в эту полость, тем самым, не дает распространение нефти подо льдом. Управление формой ледового покрова осуществляется расчисткой площадки радиуса R_l от снежного покрова, возведением снежного сугроба конусообразной формы с радиусом основания R_h в центре участка, который является теплоизоляционным материалом, и своевременной уборкой свежевыпавшего снега на участке $[R_h, R_l]$.

Полученная задача описывалась уравнением теплопроводности с фазовым переходом в двумерной осесимметричной постановке [3]. На границах задавались традиционные граничные условия. Чтобы упростить расчетную схему, моделирование высоты снежного покрова выполнялось добавлением эффективного коэффициента α в граничных условиях третьего рода на свободных поверхностях, который зависит от коэффициента конвективного теплообмена, высоты снежного покрова и скорости ветра [4]. Модельная задача решалась методом конечных элементов в программе свободного доступа FENICS. Адекватность математической модели проверялась проведением натурного эксперимента в замкнутом водоеме в городе Якутск. Проведено сопоставление расчетных и экспериментальных данных изменения толщины ледового покрова в контрольных точках, предлагаются численные расчеты образования полости подо льдом в периодах «холодного» и «теплого» годов среднесуточных температур окружающего воздуха в г. Якутск. Предлагаемая математическая модель процесса образования полости подо льдом может быть использована для водоемов с течением.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ефимов С. Е., Герасимов А. И., Попов С. Н.* Ликвидация аварийных разливов нефти // Экология и промышленность России. 2017. № 10. С. 50–54
2. *Попов С. Н., Морова Л. Я., Ефимов С. Е., Герасимов А. И.* Способы и средства нейтрализации аварийных разливов нефти в условиях низких температур Якутии // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2011. № 2. С. 184–191.
3. *Самарский А. А., Вабищевич П. Н.* Вычислительная теплопередача. М: Едиториал УРСС, 2003.
4. *Вабищевич П. Н., Варламов С. П., Васильев В. И., Васильева М. В., Степанов С. П.* Численное моделирование температурного поля многолетнемерзлого грунтового основания железной дороги // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 10. С. 110–124.

ФАКТОРЫ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ В ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЯХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ

SOLAR ACTIVITY FACTORS OF IN NUMERICAL MODELS OF METEOROLOGICAL SERIES

Трофимцев Ю. И.[1*], Поморцев О. А.[1], Попов В. Ф.[1], Поморцева А. А.[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* *trofimtsev@mail.ru

[2] *Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия;* a.a.pomortseva@mail.ru

В условиях изменения климата важно в температурно-влажностных условиях выделить циклическую составляющую.

Рассматривается ряд среднегодовых атмосферных осадков метеостанции г. Якутска продолжительностью 87 лет. Численное моделирование с помощью вейвлет- и Фурье-анализа [1] выявила периодичность стационарного стохастического процесса, заданного этим рядом. В гармонической основе ряда уверенно выделяются моды 11, 22 и 36 лет, сопоставимые с солнечно-обусловленными осцилляциями Швабе-Вольфа, Хела и Брикнера.

Полученные результаты показывают параллели в ритмике ряда атмосферных осадков в Якутске и деятельности Солнца.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Trofimtsev Yu. I. et al.* (2017) Numerical modeling of harmonics in meteorological time series. *AIP Conference Proceeding*, vol. 1907, pp. 030025.

АЛГОРИТМЫ ФАЗОВОГО ПОИСКА ДЛЯ ТРЕХМЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ТОНОПЛЕНОЧНЫХ СТРУКТУР, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОНОВ НИЗКОЙ ЭНЕРГИИ

THREE-DIMENSIONAL THIN-FILMS STRUCTURES REVEALED FROM LEEPS MICROSCOPY BY PHASE RETRIEVAL ALGORITHMS

Федоров А. Г.[1,2*], **Трофимов В. В.**[2], **Федорова Л. К.**[1]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* *ag.fedorov@s-vfu.ru

[2] *Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия;*

Данная работа посвящена разбору наиболее перспективных способов решения проблемы трехмерной визуализации голографических изображений, сформированных в электронно-голографическом микроскопе. Также авторами работы предлагается метод по восстановлению трехмерной кристаллической структуры по его голографическим изображениям, основанный на алгоритме Гершберга-Сакстона [1].

В работе обсуждаются голографические изображения объектов исследования, формируемые классическим осевым способом (осевая голография Габора), с электронами низкой энергии [2].

При осевой голографии Габора информация о фазе уже присутствует в интерференционной картине в виде модуляции интенсивности. Поэтому, в предлагаемом методе, в алгоритм фазового поиска за начальную фазу принимается фаза, предварительно полученная из самого голографического изображения объекта исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gerchberg R. W., Saxton W. O.* (1972)A practical algorithm for determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, vol. 35. pp. 237–246.
2. *Egorov N. V., Karpov A. G., Antonova L. I., Fedorov A. G., Trofimov V. V., Antonov S. R.* (2011) Technique for Investigating the Spatial Structure of Thin Films at a Nanolevel. *Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, vol. 5, no. 5, pp. 992–995.

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ОБЛУЧЕННОСТИ
ON IRRADIANT COEFFICIENT

Шадрин В. Ю.[1*], Семенов М. Ф.[2], Иванов Г. И.[1,3], Матвеева О. И.[1]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* [*]vshadr@mail.ru

[2] *Сибирский государственный университет водного транспорта, Якутский институт водного транспорта (филиал), Якутск, Россия;* sem.mi@mail.ru

[3] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия;* ivganya@mail.ru

Данная работа посвящена вычислению коэффициентов облученности между поверхностями. По определению, коэффициент облученности по сути есть двукратный поверхностный интеграл второго рода и является некоторой геометрической характеристикой взаиморасположения поверхностей. Точное вычисление этих коэффициентов для произвольных поверхностей представляет большие трудности [1]. Приближенные методы, основанные на кубатурной формуле, были предложены в работах [2, 3, 4]. В данной работе получены формулы для точного вычисления коэффициентов облученности:

1) между правильным выпуклым многоугольником и сферой, когда перпендикуляр к центру многоугольника проходит через центр сферы. Сфера не пересекает многоугольник;

2) между бесконечной полосой конечной ширины и бесконечным цилиндром, параллельным полосе. Цилиндр не пересекает полосу.

Во втором случае вычисление трехмерного коэффициента облученности можно свести к вычислению двумерного коэффициента облученности, понятие которого было введено в работе [5]. Необходимо вычислить двумерный коэффициент между отрезком и окружностью, получающимися при пересечении полосы и цилиндра плоскостью, перпендикулярной к ним.

При доказательстве теорем используются свойства коэффициентов облученности, такие как замкнутость, взаимность и распределительность. Существенную роль играет симметричность: сфера помещается в правильный многогранник, окружность помещается в правильный многоугольник. Проведены численные эксперименты. Полученные результаты показывают сходимость предложенных кубатурных формул.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зигель Р., Хауэлл Дж.* Теплообмен излучением. М: Мир, 1975.
2. *Софронова Е. Ф., Шадрин В. Ю.* О приближенном вычислении коэффициентов облученности при лучистом теплообмене между двумя плоскими выпуклыми четырехугольниками // Математические заметки ЯГУ. 2006. Т. 13, № 1. С. 166–174.
3. *Семенов М. Ф., Шадрин В. Ю.* Об одном разбиении круга и его применении для вычисления коэффициентов облученности при лучистом теплообмене // Материалы 1 Международной научно – практической конференции «Современная наука: актуальные проблемы и пути их решения». Липецк, 2013. С. 28–31.
4. *Семенов М. Ф., Шадрин В. Ю.* Равномерное разбиение сферы и его применение для вычисления коэффициентов облученности // Математические заметки СВФУ. 2015. Т. 22, № 1. С. 104–174.
5. *Shadrin V. Yu., Semenov M. F., Eremeev A. A., Matveeva O. I.* (2017) 2D angular radiation coefficient. *AIP Conference Proceedings*, vol. 1907, pp. 030027.

АНАЛИЗ ЭПИДЕМИИ COVID-19 В РЕСПУБЛИКЕ САХА (ЯКУТИЯ) И СОСЕДНИХ СУБЪЕКТАХ

ANALYSIS OF THE COVID-19 EPIDEMIC IN THE REPUBLIC OF SAKHA (YAKUTIA) AND NEIGHBORING REGION

Шамаев Э. И.*, Алексеев А. И.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *ei.shamaev@s-vfu.ru

На очаговом уровне эпидемии детерминированные математические модели не точны и не адекватны [1]. Прогнозы недетерминированных математических моделей при малом числе инфицированных имеют большой разброс. Тем не менее, аналитическое описание ситуации возможно при наличии данных о цепях заражения.

Приведем сокращенно данные от местных властей по состоянию на 23 апреля 2020 года в трех субъектах Дальнего Востока. В Республике Саха (Якутия) имелось свыше 27 очагов к 23 апреля 2020 года. В самом крупном очаге в течении 14-17 дней от двоих инфицированных из Киргизии заразились 38 человек в г. Алдан. Во вторую группу, связанную с добычей газа, входят 23 вахтовика и 3 местных жителя в Ленском районе. Третья группа состоит из 10 вахтовиков строителей дороги в Сунтарском улусе. Четвертый очаг в 13 человек начался от инфицированного из Швейцарии, который около 7 дней вел активную деловую жизнь в г. Якутске. Источник пятого очага из 8 родственников в г. Якутске не установлен или не опубликован. Трое после приезда инфицировали по 1-2 родственника. Также имеется 9 инфицированных, которые были изолированны на ранней стадии. Среди 9 единичных случаев имеется инфицированный, источник которого не установлен или не опубликован. Об источнике инфекции среди вахтовиков также не сообщалось.

В Магаданской области 16 апреля был обнаружен большой очаг, связанный с золотодобычей: 66 старателей, два фельдшера и один сотрудник ОФМС. Также имеется очаг из двух сотрудников другой золотодобывающей артели, где были выполнены рекомендации по самоизоляции после приезда. Остальные 10 магаданцев прилетели из Москвы и заграницы. Зафиксирован один случай инфицирования в Магадане вне золотодобывающих предприятий и их контактных.

В Амурской области до 18 апреля все инфицирования прослежены. Очаг из 5 человек в двух городах и очаг из 4 человек в Благовещенске. Также трое, видимо, составляют три очага.

Инфицированные в зарубежных поездках. Первая неделя с 16 по 22 марта дала одного инфицированного. Во второй неделе с 23 по 29 марта зафиксирован прилет 8 инфицированных в трех субъектах. Один из магаданцев, инфицированных за границей был установлен только тремя неделями позже, остальные — вовремя. Процент скрывавших или не знавших свой статус можно оценить как 4 из 9 человек. Остальные были установлены стандартными процедурами в аэропортах.

На третьей и четвертой неделе, видимо, прилетело и приехало самое большое число инфицированных из других регионов России. Лишь малое число инфицированных было установлено в аэропортах. Из прибывших с целью заработать на третьей и четвертой неделе практически никто не следовал самоизоляции, что явилось причиной появления всех больших очагов в Республике Саха (Якутии) и Магадане.

Таким образом, статистика эпидемии на очаговом уровне по региону или субъекту РФ лишь косвенно указывает на происходящие процессы, не позволяя принимать верные управленческие решения. Территориальные управления Роспотребнадзора обязаны вести и обобщать данные о цепях инфицирований с указанием пола, возраста, места работы, числа контактных, обстоятельств инфицирования, соблюдение инфицированным карантинных мер, экономических мотивов нарушения карантинных мер совместно с федеральными управлением и соседними регионами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chowell G., Sattenspiel L., Bansal S., Viboud C.* (2016) Mathematical models to characterize early epidemic growth: A review. *Physics of life reviews*, vol. 18, pp. 66–97.

ROUGH DIAMOND SORTING WITH MULTI-VIEW CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS: A SMALL TRAINING DATA PROBLEM

Elley I. Shamaev, Nyurgun I. Fedorov, Saryal V. Kyppygyrov

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *ei.shamaev@s-vfu.ru

We consider the classification of multi-view images with small training data in the rough diamond sorting industry. We construct a multi-view model that encodes each single-view image by a pre-trained net and then process all vectors by a fully connected neural network. This approach is well-known in machine learning, but its application in diamond sorting is characterized by the small training data problem. In this paper, we show how this problem can be handled using transfer learning. The accuracy of our model reached 96.3% with a pre-trained VGG16 net with an inference time of 150 ms. The fastest model with our original DiamNet net has an inference time of 80 ms and 94.9% accuracy.

This experiment can be useful in the development of new machine vision systems for classification using small training data.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ БЕСШАРНИРНОЙ АРКИ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ

COMPUTATIONAL EXPERIMENT OF OPTIMIZING THE CONSTRUCTION OF A HINGED ARCH OF CONSTANT THICKNESS

Эрдниев О. П., Якубов С. Х.

Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, Элиста, Россия;

Для автоматизации решения оптимизационных и обратных задач инженерных конструкций требуется целая интеллектуальная система, автоматизирующая все процессы решения по последовательной схеме этапов алгоритмизации: опыт – законы – задачи – модели – алгоритмы – программы – вычислительный эксперимент. Здесь этапы опыт – закон – задача присущи объектам. Суть цепочки алгоритмизации применительно к задачам механики можно определить следующим образом, опыт – это знания, накопленные человечеством, отраженные в монографиях, статьях, полученные в лабораториях и натурных экспериментах. На этапе «опыт» предполагается создание информационных банков и широкая автоматизация экспериментов с разработкой средств сбора, передачи и обработки данных. На этапе «законы» накопленный опыт трансформируется в общие законы механики – законы сохранения и т.д. В алгоритмизации известные законы зашифровываются и вводятся в память компьютера. Новые законы формулируются по результатам автоматизированных экспериментов. На основании общих законов решаются задачи, принадлежащие к различным классам. Классификация этих задач и автоматическое распознавание классов выполняется на этапе «задачи». Для каждой конкретной задачи по известным законам на этапе «модели» автоматически выводятся системы уравнений, являющихся математическими моделями задач. На этапе «алгоритмы» происходит разработка или выбор конкретного алгоритма для решения полученной модели с учетом вопросов применимости и оптимальности, а затем к этапу построение программ, помощью которого проводятся вычислительные эксперименты

В работе приведены результаты численного расчета оптимальной конструкции бесшарнирной арки постоянной толщины на основе системного подхода и алгоритмических методов для автоматизации решения оптимизационных задач, и построения автоматизированной системы для оптимального проектирования инженерных конструкций.

Для выборов оптимальной конструкции арки при действии внешнего давления являются крутые арки постоянной толщины. Результаты вычислительного эксперимента могут быть применяться научно-исследовательскими институтами, опытно-конструкторскими бюро и проектными организациями, связанными с решением различных оптимизационных задач при проектировании и строительстве инженерных конструкций и сооружений.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВЗРАЩИВАНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ КУЛЬТУРЫ

MATHEMATICAL MODELING OF OPTIMAL GROWTH OF AGRICULTURAL CULTURE

Юсуфов А. Т.

Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия;

В настоящей работе на примере модельной задачи о взращивании сельскохозяйственной культуры показывается, где и когда могут встретиться трудности, при каких условиях их можно избежать и как при этом можно довести решение задачи до конца с учетом построения возможных численных алгоритмов.

ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ОПАСНЫХ И ВРЕДНЫХ ФАКТОРОВ НА ВОДНЫЕ И ЗЕМЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ

FORECASTING AND ASSESSING THE IMPACT OF HAZARDOUS AND HARMFUL FACTORS ON WATER AND LAND RESOURCES

Якубов С. Х, Холмуродов Д. С., Якубова Л. С., Джалолов А. А.

С Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, Элиста, Россия;

Проблема защиты водно-земельных ресурсов чрезвычайно трудна и решается в значительной степени организационно-техническими мероприятиями. Их осуществление требует времени и вложения значительных денежных и трудовых ресурсов. Вот почему в настоящее время способность дать объективную оценку влиянию опасных и вредных факторов на водные и земельные ресурсы, с тем, чтобы при необходимости осуществить квалифицированные ресурсосбережения мероприятия является актуальной задачей.

Разработан ряд математических моделей экологически неблагоприятных очагов загрязнения окружающей среды, и алгоритмов решения задач диффузии распространения вредных примесей, а также пакет программ для проведения вычислительных экспериментов по моделированию процессов загрязнения. Основное внимание уделяется точным решениям задачи диффузии, представляющего большой интерес при прогнозировании загрязнения окружающей среды и атмосферы.

Результаты исследования объективной оценки состояния воздушного бассейна, могут широко использоваться при разработке мероприятий охраны окружающей среды, при оценке качеств загрязнения атмосферного воздуха, распространения атмосферных примесей и при изучении тенденции изменения загрязнения воздушного бассейна, разработке возможных мероприятий по обеспечению чистоты атмосферы, разработке способов активного воздействия на атмосферные процессы.

Результаты работы позволяют оперативно, достоверно, более полно и наглядно оценить картину загрязнения водных и земельных ресурсов и на базе оценок создавать модели управления и регулирования безопасности жизнедеятельности.

Секция III. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ.

КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО СОУДАРЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

QUASIONE-DIMENSIONAL MODEL OF THE PROCESS OF HIGH-SPEED COLLISION OF SOLIDS

Волчков Ю. М.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, Новосибирск, Россия;
volk@hydro.nsc.ru
Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия;

Процесс высокоскоростного взаимодействия твердых тел представляет собой сложное физическое явление. Точная постановка задачи, учитывающая достаточно полно физико-механические свойства материалов (в том числе их зависимость от температуры и скорости деформирования), а также учет дополнительных явлений, сопровождающих процесс проникания (сильный разогрев материала, плавление, испарение и др.) приводит к сложной нелинейной сиситеме уравнений, решение которых возможно только на быстродействующих ЭВМ. Достаточно эффективные алгоритмы численного решения задач высокоскоростного соударения твердых тел построены и реализованы в [1].

Представляет интерес построение последовательности математических моделей процессов высокоскоростного соударения, сложность которых возрастает с расширением их возможностей в описании качественных и количественных характеристик явлений, сопровождающих процесс соударения. Одной из первых одномерных моделей высокоскоростного соударения является гидродинамическая модель М.А. Лаврентьева [2].

В докладе излагаются две схемы процесса соударения, занимающие промежуточное положение между известными одномерными моделями и двумерными моделями упругопластическог деформирования твердых тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гулидов А.И. Шабалин И.И.* Численная реализация граничных условий в динамических контактных задачах. // Новосибиск, 1987. С. 21–36. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 12).
2. *Лаврентьев М.А.* Кумулятивный зарад и принципы его работы // Успехи математических наук. 1957. Т. 12. Вып. 4. С. 41–56.

О СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ОГРАНИЧЕННОГО ТЕЛА В МИКРОПОЛЯРНОЙ УПРУГОСТИ

THE NATURAL OSCILLATIONS OF A FINITE BODY IN MICROPOLAR ELASTICITY

Гаврильева А. А.[1], Григорьев Ю. М.[2]

[1] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;* gav-ann@yandex.ru

[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия*

Рассматривается плоская задача о собственных гармонических колебаниях микрополярно–упругого прямоугольника со смешанными краевыми условиями. Микрополярная упругость представляет собой модель упругой среды Коссера, учитывающая микроструктуру материала [1]. В этой теории, элементарная частица сплошной среды наделяется шестью степенями свободы. С помощью метода, являющегося развитием [2–4], получено точное аналитическое решение рассматриваемой задачи. Параметрический анализ полученного решения четко показывает «размерный эффект» увеличение микрополярных эффектов при уменьшении размеров области. Предложенный метод может быть обобщен развит на случай других граничных условий и на трехмерный случай.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nowacki W.* (1986) *Theory of asymmetric elasticity*, Warsaw: PWN–Polish Scientific Publishers.
2. *Григорьев Ю. М.* Аналитическое решение некоторых основных задач классической и моментной теорий упругости для прямоугольного параллелепипеда //Моделирование в механике. 1992. Т. 6, № 4. С. 21–26
3. *Григорьев Ю. М.* Аналитическое решение задачи о равновесии прямоугольника в моментной теории упругости //Вестник ЯГУ. 1992. Т. 4, № 4. С. 19–26
4. *Grigor'ev Yu. M., Gavrilieva A. A.* (2019) An equilibrium of a micropolar elastic rectangle with mixed boundary conditions. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 31, no. 6. pp. 1699–1718. doi 10.1007/s00161-019-00823-w.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО РЕШЕНИЕ НЕКОРРЕКТНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ В ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

AN ANALYTICAL METHOD OF REGULARIZED SOLVING OF THE ILL-POSED CAUCHY PROBLEM IN THE ELASTICITY THEORY

Дьяконов Р. Г. *, Григорьев Ю. М.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; diacon.radik2013@mail.ru

Рассмотрим элемент конструкции с границей $S = S_1 \cup S_2$. Часть S_1 доступна для всех измерений, а часть S_2 недоступна. В инженерной практике возникает задача восстановления напряженно-деформирован- ного состояние элемента конструкции с помощью данных, измеренных на доступной части S_1 границы S. Тогда в рамках упругой модели мы имеем задачу Коши для уравнения Ламе. Задача Коши для уравнения Ламе эллиптического типа является некорректной задачей. Основная трудность для решения такой задачи заключается в ее неустойчивости. В данной работе представлено развитие аналитического метода полу- чения регуляризованного решение задача Коши для уравнения Ламе в прямоугольной области [1–3], когда на одной стороне заданы значения перемещений и напряжений, на боковых сторонах смешанные краевые условия, на оставшейся стороне нет краевых условий. Получена оценка сходимости регуляризованного решения к точному. Приведен пример численной реализации метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Grigor'ev Yu* (2017) An analytical solution of the ill–posed Cauchy problem for Lame equation in a rectangle. *IOP Conf. Series: Journal of Physics*, vol. 894, pp. 012024. doi: 10.1088/1742-6596/894/1/012024
2. *Grigor'ev Yu* (2018) An analytical method for the inverse Cauchy problem of Lame equation in a rectangle. *IOP Conf. Series: Journal of Physics*, vol. 991, pp. 012029. doi: 10.1088/1742-6596/991/1/012029
3. *Дьяконов Р. Г., Григорьев Ю. М.* Регуляризованное аналитическое реше- ние некорректной задачи Коши в теории упругости // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной ме- ханики. Сборник трудов в 4-х томах. Т. 3. Уфа: Изд. Баш.ГУ, 2019. С. 93– 94.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В СЛОЖНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

NUMERICAL MODELING OF FLUID FLOW IN COMPLEX PIPELINES

Захарова М. Н.*, Колесов А. Е., Кычкина В. Г.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *mn.gureva@s-vfu.ru

Рассматривается численное моделирование установившегося течения несжимаемой жидкости в трубопроводах со сложным строением. Математическая модель течения жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса, состоящего из уравнения неразрывности для давления и уравнения момента импульса для скорости течения [1]. Дискретизация по пространству проводится на основе метода конечных элементов [2]. Для дискретизации скорости используется кусочно-квадратичные функции, а для давления – кусочно- линейные функции, данная комбинация элементов известна как элементы Тэйлора-Худа [3]. Численная реализация проводится на вычислительном пакете FEniCS на языке python. Приводятся результаты моделирования течения жидкости в трубопроводных системах с различной конфигурацией.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Anderson J. D.* Computational fluid dynamics - the basics with applications. McGraw-Hill, 1996.
2. *Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z.* The finite element method: its basis and fundamentals. Butterworth-Heinemann, 2013.
2. *Logg A., Mardal K.-A., Wells G. N. et al.* Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method. Springer, 2012.

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ГРЭДА–ШАФРАНОВА ДЛЯ МОДЕЛИ РАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ОБОЛОЧКИ ЗЕМЛИ В ПОЛЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

THE SOLUTION OF THE NONLINEAR GRAD–SHAFRANOV EQUATION FOR THE MODEL OF THE EQUILIBRIUM PLASMA SHELL OF THE EARTH IN THE FIELD OF A MAGNETIC DIPOLE

Ефремова С. А.[1*]**, Крымский Г. Ф.**[2]**, Ромащенко Ю. А.**[1]

[1]*Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* *sae_svfu@mail.ru

[2]*Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю. Г. Шафера СО РАН, Якутск, Россия;*

Задача данной работы формулируется следующим образом: - имеется магнитное поле земного диполя, в окрестности которого находится плазма. - через эту плазму протекает квазикольцевой ток, магнитное поле которого складывается с полем диполя. Такую систему можно считать системой с осесимметричной конфигурацией При рассмотрении системы «плазма-магнитное поле» можно с успехом применить магнитогидродинамический подход. Он состоит в решении нелинейного уравнения Грэда-Шафранова, определяющего равновесную конфигурацию с продольной компонентой тока. Решение проводилось численными методами и методом Галеркина. Анализ решения уравнения показывает, что полученная система может находиться в замкнутой сфере, радиус которой определяется наличием внешнего постоянного поля. В работе приведены подробные карты распределения магнитного потока в зависимости от расстояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шафранов В. Д.* Равновесие плазмы в магнитном поле. Москва: Госатомиздат, 1963.
2. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближеные методы высшего анализа. Москва: Гос. Издат. Ф-М.Л, 1962.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ РЕАЛЬНОГО ГАЗА ЧЕРЕЗ ОБЛАСТЬ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

NUMERICAL ANALYSIS OF NON-ISOTHERMAL REAL GAS FILTRATION THROUGH AN AREA OF COMPLEX FORM

Иванов Г. И.[1,2*], **Николаев В. Е.**[1]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*
[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия;*
*ivganya@mail.ru

В данной работе проведен вычислительный эксперимент неизотермической фильтрации реального газа при ее нагнетании через одиночную скважину в газонасыщенный пласт-коллектор. Рассмотрен случай фильтрации газа через область сложной формы, когда скважина раскрывает 80% мощности пласта-коллектора. Эксперимент выполнен в рамках модифицированной математической модели неизотермической фильтрации газа, выведенной из законов сохранения массы и энергии, закона Дарси. В качестве замыкающих соотношений использованы физическое и калорическое уравнения состояния, а также закон Ньютона–Рихмана, описывающий теплообмен газоносного пласта-коллектора с вмещающими породами. Полученные результаты сравнивались с аналогичными результатами для случая, когда скважина раскрывала всю мощность газоносного пласта. В режиме нагнания через короткую скважину, при рассмотрении фильтрации газа через область сложной формы, выявлены значительные изменения в динамике температурного поля в призабойной зоне.

О КОНСЕРВАТИВНОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ
CONSERVATIVITY OF DIFFERENCE SCHEMES

Иванов Ф. В.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;

В книге [1] показано, что для устойчивости разностных схем для уравнений газовой динамики в эйлеровых координатах важное значение имеет согласованность аппроксимации члена с давлением в уравнении движения с членами ковективного потока уравнений. В [2] и ряде работ этих авторов были предложены разностные схемы со сбалансированными аппроксимациями конвективных потоков. Эти разностные схемы обладают свойством полной консервативности в смысле [3]. В данной работе исследуется связь полной консервативности разностной схемы и ее Г-формы дифференциального приближения. Также исследуется связь свойства полной консервативности разностной схемы с ее устойчивостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ковеня В. М., Яненко Н. Н.* Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
2. *Головизин В. М., Рязанов М. А., Самарский А. А., Сороковикова О. С., Чернов С. Ю.* Разностные схемы газовой динамики со сбалансированными аппроксимациями конвективных потоков // Вычислительные методы в математической физике: М.: Изд-во Моск.ун-та, 1986. С.5–41
3. *Самарский А. А., Попов Ю. П.* Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980.

РАСТРОВЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ МИКРОСКОП: МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВАХ ТЕРМОПОЛЕВОГО КАТОДА И ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В РЕЖИМЕ РАБОТЫ С БИООБРАЗЦАМИ

SCANNING ELECTRON MICROSCOPE: A MODEL FOR DETERMINING THE CURRENT–VOLTAGE CHARACTERISTICS OF A SHOTTKY CATHODE AND ELECTRON BEAM PARAMETERS IN THE MODE OF WORKING WITH BIOLOGICAL SAMPLES

Мамаева С. Н.[1*], Максимов Г. В.[2], Егоров Н. В.[3] Антонов С. Р.[1], Неустроев Е. П.[1], Павлов А. Н.[1], Хоютанов С. Е.[1], Николаева Н. А.[1]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* [*]sargylana_mamaeva@mail.ru

[2] *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия;* gmaksimov@mail.ru

[3] *Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт - Петербург, Россия;* n.v.egorov@spbu.ru

В настоящее время существенно возрос вклад использования электронных микроскопов для диагностики и терапии заболеваний, в том числе сканирующих (растровых) электронных микроскопов (РЭМ) для исследования возникновения (этиологии) заболеваний и молекулярно-клеточных механизмов. В данной работе разработана физико - математическая модель вольт-амперной характеристики (ВАХ) термоэлектронного катода, находящегося под воздействием внешнего электрического поля, и параметров электронного пучка, падающего на биологические образцы (сухие мазки крови и мочи). Для получения так называемых вторичных электронов, детектируемых нижним детектором РЭМ JEOL JSM-7800F с системой Gentle Beam для получения изображения, в модели предлагается использовать катод Shottky, эмиссия электронов с поверхности которого возникает в условиях нагревания катода под воздействием внешнего электрического поля, вызывающего как эмиссию электронов с поверхности катода, так и их ускорение. В работе также моделировали условия работы РЭМ при низких ускоряющих напряжениях примерно 1-2 кВ при снижении скорости электронов попадания электронов на образец. При построении данной модели применяются физико-математические модели, разработанной авторами [1], с применением параметров режима работы РЭМ, успешно использованных при исследовании морфологии эритроцитов крови в норме и патологии [2]. Важно, что в модели ВАХ в формуле тока пучка в пушке с катодом Shottky вводится параметр снижения работы выхода в связи с нагреванием катода, а также исследованы физические свойства электронного пучка (форма и размер) под воздействием электрического и магнитного полей до этапа падения пучка на образец под воздействием тормозящего электрического поля системы Gentle Beam. Математическая модель включает дифференциальные уравнения второго порядка для движения электронов как в области конденсорной, так и супергибридной объективной линзы, а также уравнения Максвелла. По мнению авторов, предлагаемая модель может быть использована для модификаций РЭМ для повышения качества изображений биологических объектов и снижения вероятности артефактов при использования режимов низких ускоряющих напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Egorov, N.V., Mamaeva, S.N., Yakovlev, B.V.* Opredelenie razmera i formy puchka polevogo elektronnogo ellipsoidal'nogo dioda [Determination of size and shape of beam for field emission diode]. *Poverkhnost Rentgenovskie Sinkhronnye i Nejtronnye Issledovaniya (Journal of Surface Investigation: X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques).* Issue 1, 2005, p.p 43-47.
2. *Maksimov, G.V., Mamaeva, S.N., Antonov, S.R., Munkhalova Ya.A., Kononova, I.V., Sheikin, I.Yu.* (2016) Measuring Erythrocyte Morphology by Electron Microscopy to Diagnose Hematuria. *Measurement Techniques*, vol. 59(3). pp. 327–330.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ВРАЩЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО ЯДРА ЗЕМЛИ И ЕГО ЗАПАДНЫЙ ДРЕЙФ

SUPERROTATION OF THE EARTH INNER CORE AND ITS WESTWARD DRIFT

Николаев Д. Н.*, Григорьев Ю. М.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия *djulusnikolaev@gmail.com

Гравитационное взаимодействие Луны и Землю является причиной приливного деформирования Земли и замедляет вращение Земли. В настоящее время обсуждается гипотеза, что скорость вращения внутреннего ядра Земли может отличаться от скорости вращения Земли. Имеются три точки зрения: дифференциальное вращение существует, но: а) дрейф восточный; б) дрейф западный; в) имеющиеся данные не позволяют уверенно заключить сделать вывод о существовании явления. Существует три подхода к изучению данного явления: обработка сейсмических данных, лабораторное моделирование и метод математического моделирования. Для первого сейсмологического подхода имеется характерный тренд по уменьшению величины скорости дифференциального вращения до нескольких долей минут в год. Лабораторные эксперименты дают разные направления дифференциального вращения. В данной работе представляется новая модифицированная математическая модель приливных деформаций Земли из работ [1–3]. Результаты вычислительной реализации модели показывают, что приливные деформации дают вклад в западный дрейф внутреннего ядра Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Григорьев Ю. М.* Плоская задача о переносе масс приливными волнами // Мат. заметки ЯГУ. 1999. Т. 6, вып. 2. С. 9–20.
2. *Григорьев Ю. М., Скрябина О. Е.* Математическое моделирование относительной динамики твердого и жидкого ядер Земли // Вестник СибГАУ. 2008. № 2. С. 68–72.
3. *Григорьев Ю. М., Скрябина О. Е.* Учет вязкости в математической модели движений твердого и жидкого ядер земли, вызванных приливным деформированием // Мат. заметки ЯГУ. 2013. Т. 6, вып. 3. С. 207–214.
4. *Николаев Д. Н., Григорьев Ю. М.* Математическое моделирование влияния приливных деформаций на движение внутренних масс Земли. // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов в 4-х томах. Т. 4. Уфа: Изд. Баш.ГУ, 2019. С. 75–76.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССАПЕРЕНОСА В АППАРАТАХ СМЕШЕНИЯ

MODELING OF HEAT AND MASS TRANSFER PROCESSES IN MIXING DEVICES

Николаев Т. Д.*, **Сивцев П. В.**

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *timur.nikolaev2019@protonmail.com

Работа посвящена изучению процесса тепло- и массапереноса в аппаратах смешения. Смешение является одним из наиболее распространенных процессов химической технологии и смежных с ней отраслей промышленности, оно может протекать самопроизвольно за счет диффузии смешиваемых компонентов, под действием внешних сил, создаваемых рабочими органами смесительных машин, а также в результате действия обоих факторов. Цель смешения заключается в снижении концентрационного или температурного градиента (либо обоих одновременно) в перемешиваемых средах.

Математическая модель реализована с использованием уравнений Навье-Стокса, уравнения конвекции диффузии. Численная реализация проведена с помощью вычислительной библиотеки FEniCS методом конечных элементов. Дискретизация по времени выполняется с помощью метода конечных разностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Островский Г. М. и др.* Новый справочник химика и технолога. Процессы и аппараты химических технологийю СПб.: НПО «Профессионал, 2006.
2. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия. 1975. Т. 384.
3. *Paul E. L., Atiemo-Obeng V. A., Kresta S. M. (ed.).* (2004) *Handbook of industrial mixing: science and practice.* John Wiley & Sons.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТАЯНИЯ СИЛЬНО РАССЕИВАЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЕ ЛЬДА

MATHEMATICAL MODELING OF ICE MELTING TAKING INTO ACCOUNT STRONGLY SCATTERING RADIATION

Саввинова Н. А.[1], Слепцов С. Д.[2], Гришин М. А.[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* nasavv@mail.ru

[2] *Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия;*

Лед, а также толща снега, представляют собой полупрозрачные среды, в которых тепло переносится совместно излучением и теплопроводностью. Моделирование таяния льда основано на задаче Стефана для полупрозрачной среды. Валидация решения однофазной задачи Стефана в полупрозрачной среде авторы [1 – 3] провели на примере таяния чистого, нерассеивающего льда, используя экспериментальные данные [4].

Целью данной работы является дальнейшее развитие методики работ [1 – 3] с учетом объемных оптических свойств полупрозрачной среды. Учитываются селективность источника излучения, а также селективное объемное поглощение и рассеяние излучения. Результаты численного расчета сравниваются с экспериментальными данными, приведенными в [4].

Геометрическая постановка задачи представляет собой слой рассеивающего льда толщиной L_0, приклеенный к подложке и расположенный в климатической камере с постоянной температурой T_∞. На правую сторону льда от лампы с температурой накаливания нити 3200 K исходит излучение с постоянным падающим потоком. Диапазон излучения данной лампы приходится большей частью на участок спектра до 1.2 мкм, поэтому необходимо учесть селективность источника излучения.

Комплексная сопряженная задача состоит из двух этапов. На первом этапе рассматривается радиационно-кондуктивный теплообмен, который продолжается до тех пор, пока температура правой границы слоя льда не достигнет температуры фазового перехода T_f. На втором этапе, с фиксированным значением T_f, рассматривается задача Стефана, в котором возникающая тонкая пленка воды стекает под влиянием сил тяготения, оказывая при этом дополнительную тепловую нагрузку в виде конвекции и излучения. Положение границ раздела фаз определяется из решения краевой задачи.

Краевая задача решается конечно-разностным методом, нелинейная система неявных разностных уравнений – методом прогонки и итераций. При решении радиационной части использовался модифицированный метод средних потоков, учитывающий объемное селективное поглощение и рассеяние, а также селективный характер источника излучения.

Проанализированы температурное поле, поле результирующего излучения, темп таяния и роста температуры необлучаемой стороны льда. Показано, что скорость таяния в большей степени зависит от альбедо коротковолновой части спектрального диапазона, тогда как рост температуры левой части больше зависит от длинноволнового спектрального диапазона. Сравнение результатов с экспериментальными данными [4] показывает удовлетворительное согласие с расчетами, однако модель требует доработки с учетом реальных оптических характеристик среды.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИТ СО РАН (проект АААА-А17-117022850029-9).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sleptsov S. D., Rubtsov N. A., Savvinova N. A.* (2018) Modeling of ice heating and melting in approximation of the Stefan problem considering radiation. *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 25, no. 3. pp. 421–428.
2. *Sleptsov S. D., Savvinova N. A., Rubtsov N. A.* (2019) Ice Melting with Allowance for Selective Absorption in the Medium. *Journal of Engineering Thermophysics*, vol. 28, no. 1. pp. 114–122.
3. *Sleptsov S. D., Savvinova N. A.* (2019) Ice melting under irradiation by a selective heat source. *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 26, no. 5, pp. 761–768.
4. *Seki N. Sugawara M. Fukusaki S.*˙ (1979) Radiative melting of ice layer adhering to a vertical surface. *Warme- und Stoffubertragung*, vol. 12, no. 2, pp. 137–144.

Секция IV. ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ В АРКТИКЕ И СУБАРКТИКЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТАВА ЖЕЛЧНЫХ КАМНЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИК СПЕКТРОМЕТРА SPECTRUM TWO

STUDY OF THE COMPOSITION OF GALLSTONES USING AN SPECTRUM TWO IR SPECTROMETER

Алексеев А. А.*, **Гармаева Д. К., Протопопов Ф. Ф. Афанасьева С. С.**

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *sasha14alek@yandex.ru

Желчнокаменная болезнь остается серьезной проблемой здравоохранения, от которых страдают миллионы людей во всем мире. Нарушение в организме процессов обмена веществ в результате некачественного и неправильного питания, малоподвижного образа жизни и других негативных факторов может привести к развитию желчнокаменной болезни, при которой из-за нарушения процессов желчеобразования и желчеотделения происходит образование желчных камней. Образование камней в желчном пузыре занимает годы, и поэтому довольно трудно отслеживать такой процесс от зарождения к консолидации. Удивительно, но в последние несколько десятилетий наблюдается значительный рост желчнокаменной болезни у детей. Удаление желчного пузыря хирургическим способом является единственным решением имеющихся на сегодняшний день, поэтому заболевание имеет сильное влияние на здоровье. Однако этот метод имеет существенные недостатки, связанные с развитием осложнений, тяжелым послеоперационным периодом, длительной реабилитацией. В такой ситуации несомненную актуальность представляет поиск новых, высокочувствительных и минимально инвазивных методов диагностики, так как химический состав желчных камней имеет важное значение для этиологии патогенеза желчнокаменной болезни. Наиболее перспективным в этом плане можно считать метод инфракрасной спектроскопии как эффективный метод для оценки состава желчных камней [1].

Целью работы является исследование ИК спектров желчных камней у больных желчнокаменной болезнью, проживающих в Республике Саха (Якутия). Желчные камни были взяты после холецистэктомии у 54 пациентов хирургического отделения Республиканской больницы №1 «Национального Центра Медицины». Исследования проводились на ИК-Фурье спектрометре Spectrum Two (Perkin Elmer inc., США). Измерения проводились на пропускание на калий бромидных таблетках, с последующим их измерением в области 400–4000 см$^{-1}$ и с разрешением 4 см$^{-1}$. После обработки спектров и отнесения характеристических полос поглощения к соответствующим структурным элементам желчные камни были разделены на 5 групп в зависимости от их химического состава. Подавляющая часть исследованных камней отнесены к холестериновой группе.

Анализ желчных камней на основе ИК спектроскопии показал, что уровень холестерина в отдельности или в комбинации с карбонатом кальция или билирубина является преобладающим компонентом желчных камней у жителей Республики Саха (Якутия). Их образование связано с нарушением холестеринового обмена в организме. Полученные ИК-спектры дают возможность охарактеризовать желчные камни по преобладанию в их составе тех или иных веществ и разработать в дальнейшем приемлемую методику консервативного лечения желчнокаменной болезни.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гармаева Д. К., Алексеев А. А., Захарова И. С., Попова Т. И., Арсакова В. А.* Анализ факторов риска желчнокаменной болезни на примере пациентов после холецистэктомии в хирургическом отделении РБ№1-НЦМ (г. Якутск) // Якутский медицинский журнал. 2019. Т. 67, № 3. С. 78–81.

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЕ СОЛЕЙ РТУТИ НА СОСТОЯНИЕ ВОДОРОСЛЕЙ ФЛУОРЕСЦЕНТНЫМИ МЕТОДАМИ

STUDY OF THE INFLUENCE OF MERCURY SALTS ON THE STATES OF ALGAE BY FLUORESCENT METHODS

Алексеев А. А.[1*], Яковлева О. В.[2], Протопопов Ф. Ф.[1], Маторин Д. Н.[2*]

[1]*Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова, Якутск, Россия;* *sasha14alek@yandex.ru

[2]*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия;* *matorin@biophys.msu.ru

Тяжёлые металлы, попадая в водоемы, оказывают токсическое действие на фитопланктон, который является первичным звеном в системе пищевых связей водных организмов и определяет состояние водной экосистемы в целом. Одними из наиболее опасными для окружающей среды являются соединения ртути. Фотосинтез лежит в основе всех экосистем и представляет сложную систему преобразования энергии света, состоящую из двух фотосистем, осуществляющих нециклический электронный транспорт с разложением воды и выделением кислорода, образованием НАДФН2 и АТФ. Нарушения в первичных процессах фотосинтеза отражаются в изменениях красной флуоресценции хлорофилла а. В настоящее время развиваются методы анализа световых кривых флуоресценции, позволяющих на интактных объектах следить за основными стадиями фотосинтетической электрон-транспортной цепи [1, 2].

В докладе изложены теоретические основы и техника методов исследования световых кривых флуоресценции хлорофилла. Рассматривается возможность использования параметров флуоресценции для получения информации о важных характеристиках фотосинтетического аппарата водорослей. Показано, что уже при коротких в несколько часов инкубации даже при низких концентрациях метилртути происходят изменения в световых реакциях фотосинтеза водорослей, которые отражаются в изменениях световых зависимостей параметров флуоресценции. Сделано предложение использовать метод измерения параметров световых кривых флуоресценции для выявления изменений в клетках водорослей на ранних стадиях воздействия при проведении мониторинга в природных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Маторин Д. Н., Алексеев А. А.* Флуоресценции хлорофилла для биодиагностики растений. М. Изд-во Альтрекс, 2013.
2. *Маторин Д. Н., Яковлева О. В.* Фотолюминесценция растений. М. Изд-во Альтрекс, 2019.

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ЖИВЫХ ОРГАНИЗМОВ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ ГЛУБОКОЙ ГИПОТЕРМИИ

MEASURING THE TEMPERATURE OF LIVING ORGANISMS IN OBTAINING DEEP HYPOTHERMIA

Алексеев Р. З.[1], Николаев И. Н.[2], Иванов В. А.[3], Большев К. Н.[3], Андреев А. С.[3]

[1] *Якутский научный центр комплексных медицинских проблем, Якутск, Россия;* arzrevo@mail.ru
[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Физико-технический институт, Якутск, Россия;*
[3] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;*

Переохлаждение организма, называемое в медицине гипотермией, является многогранным явлением. С одной стороны, это опасное для теплокровного организма состояние, чреватое травмами и прочими негативными последствиями вплоть до летального исхода. С другой стороны, контролируемая местная или общая гипотермия успешно применяется в современной медицине при лечении кровоизлияний, при черепно – мозговых травмах, операциях на сердце [5]. При общем переохлаждении нарушаются естественные процессы, замедляется обмен веществ и организм может войти в состояние анабиоза. Это еще одно следствие гипотермии, которое вызывает интерес у исследователей во всем мире [3]. Проблема безопасного погружения живого организма в анабиоз и последующего полного оживления и восстановления всех его жизненных функций весьма актуальна и широко исследуема в настоящее время [4]. В условиях сурового климата Республики Саха (Якутия), когда зимой температура падает до - 60 °C, проблемы гипотермии и хладотравм имеют неоспоримую актуальность. Минимизация последствий переохлаждения и обморожения и максимально возможное восстановление пострадавших органов и тканей – вот основной приоритет при лечении хладотравм. При этом важное значение, имеет постоянный контроль температуры объекта. Измерение температуры травмированных тканей важно не только для мониторинга процесса лечения, но и для постановки точного диагноза и определения степени обморожения, в зависимости от которого выбирается способ оказания первой медицинской и врачебной помощи, который является решающим при выборе методов лечения и определяющим исход лечения [6]. Такой температурный контроль, называемый в медицине «термометрия», подразумевает использование надежного и точного измерительного оборудования, а также наличие подготовленных и квалифицированных специалистов. В данной статье приводятся примеры исследований и разработок в области термометрии, проведенные в Институте Физико – Технических проблем Севера СО РАН совместно с Центром изучения холодовой травмы при Якутском научном центре.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Cox L.* (2017) *Swimming in the Sink: A memoir*, Vintage Books.
2. *Алексеев Р. З.* Врачебная помощь при отморожениях в дореактивном периоде и общем охлаждении организма // Информационное письмо. 2004.
3. *Ануфриев А. И.* Механизмы зимней спячки и холодоустойчивости зимоспящих беличьих Якутии // Наука и образование. 2015. № 1. С. 109–118.
4. *Ахременко А. К., Ануфриев А. И., Соломонов Н. Г.* Зимняя спячка при температуре ниже нуля // Сибирский экологический журнал. 1998. № 3-4. С. 34–352.
5. *Неговский В. А., Соболева В. И., Гурвич Н. Л., Киселева К. С.* Глубокая гипотермия как способ удлинения сроков клинической смерти // Бюллетень экспериментальной биологии и медицины. 1963. Т. 56, № 11. С. 39–43.
6. *Гринев М. В., Ершова И. Н.* Справочник врача скорой и неотложной медицинской помощи. СПб: Политехника, 2000.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ЗАМЕРЗШИХ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

TEMPERATURE FIELD OF FROZEN BIOLOGICAL OBJECTS

Алексеев Р. З.[1,3], Иванов В. А.[2], Николаев И. Н.[3], Большев К. Н.[2], Андреев А. С.[2], Алексеев Ю. Р.[4]

[1] *Якутский научный центр комплексных медицинских проблем, Якутск, Россия;* arzrevo@mail.ru

[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;*

[3] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*

[4] *Республиканская больница №2 - Центр экстренной медицинской помощи, Якутск, Россия;*

Якутия является самым холодным населенным регионом не только в России, но и в мире. В п. Верхоянск находится полюс холода Северного полушария. При очень малой плотности и численности населения в Республике Саха ежегодно замерзают 180-200 человек, тогда как в Великобритании аналогичный показатель составляет 300 человек, а в Соединенных Штатах Америки - 754 человек. При этом механизм замерзания и влияние естественно низких температур на человека в Якутии очень отличаются от условий Москвы и средней полосы России. С целью исследования температурных режимов тела при замерзании проведена термометрия мягких тканей конечностей, органов брюшной и грудной полостей и мозга 26 тел людей, замерзших в условиях экстремально низких климатических температур. В результате натурно выявлены закономерности неоднородности температуры в зависимости от области тела. Обоснована необходимость разработки специализированного как контактного, так и бесконтактного термометрического оборудования.

НАИБОЛЕЕ ХАРАКТЕРНЫЕ ВИДЫ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ РАЗРУШЕНИЙ ОБЪЕКТОВ, ВЫЗВАННЫХ КОРРОЗИОННЫМИ ПОВРЕЖДЕНИЯМИ

THE MOST CHARACTERISTIC TYPES OF OBJECTS OPERATIONAL DESTRUCTIONS CAUSED BY CORROSION DAMAGE

Аргунова А. Ю., Кузьмин С. А., Адамов Р. Г., Федорова А. И.*

Северо-Восточный федеральный университет
им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *fedorovaannaivanovna@mail.ru

В наши дни металлы в качестве конструкционных материалов играют ведущую роль во всех отраслях промышленности и сельского хозяйства. Различные свойства их – прочность и пластичность, высокая электропроводность, теплопроводность, металлический блеск, хорошая обрабатываемость и др. – обеспечивают им универсальное применение в качестве конструкционных материалов. Но металлы в той или иной степени химически активны и при контакте с природной внешней средой или с технологическими средами подвергаются разрушению. Коррозионные процессы протекают на границе металл–внешняя среда. При этом внешняя среда называется коррозионной. В связи с большими экономическими потерями в системе ЖКХ и газовых сетях из-за воздействия коррозии на элементы используемых металлических конструкций, тем более в сложных климатических условиях нашего региона, кафедрой проводятся научные исследования в данном направлении, анализируются наиболее типичные случаи разрушения из-за коррозии окружающей среды.

В данной работе рассмотрены наиболее часто встречающиеся характерные виды эксплуатационных разрушений, вызванные коррозионными повреждениями, показан механизм возникновения и развития коррозионных трещин, приводящих к разрушению объекта. Исследованиями структуры стали установлено, что коррозия начинается по границам перлита, переходит в перлит, образуя в нем язву, которые соединяясь между собой, образуют коррозионные ямки, которые в реалии приводят к уменьшению «живого сечения» изделия, то есть к уменьшению сопротивления разрушению.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ СТРУКТУРЫ ТОНКИХ ПЛЕНОК MOS2, ВЫРАЩЕННЫХ МЕТОДОМ CVD

INVESTIGATION OF THE ELECTRONIC STRUCTURE OF THIN MOS2 FILMS GROWN BY CVD METHOD

Boiakinov E. F.[1*], Sharin E. P.[1], Grigor'ev Yu. M.[1], Ndiaye W.[2], Heckmann O.[2], Richter M. C.[2], Hricovini K.[2]

[1]*Department of Theoretical Physics, North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia;*
[*]boyakinov@gmail.com
[2]*Laboratoire de Physique des Materiaux et des Surfaces, Cergy-Pontoise university, Cergy, France;*

In this work the electronic structure of thin MoS_2 films grown by CVD method is investigated by angle-resolved photoemission spectroscopy and X-ray photoemission spectroscopy. Experimental results are compared with calculations performed in Quantum-Espresso software package. MoS_2 films are prepared by chemical vapor deposition CVD on SiO_2 and epi-grade sapphire substrates. Optical microscopy showed monocrystalline MoS_2 domains with lateral sizes up to 80 μm when deposited on SiO_2 and up to 240 μm on sapphire. The thickness of MoS_2 domains is determined to be around 1 nm.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Боякинов Е. Ф., Захаркина Е. И., Семенова А. А., Винокуров П. В., Григорьев Ю. М., Хриковини К.* Структурные свойства двумерного MoS2, синтезированного по методу CVD на AL2O3(0001) // Сильно Коррелированные двумерные системы: от теории к практике. Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием. Якутск: Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, 2018. С. 66.
2. *Boiakinov E. F., Zakharkina E. I., Semenova A. A., Vinokurov P. V., Grigor'ev Y. M., Hricovini K.* (2018) Structural properties of two-dimensional MoS2 synthesized by CVD technique on Al2O3 (0001). *AIP Conference Proceedings*. vol. 2041, pp. 030001.

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЕ СЕВЕРНЫХ И АРКТИЧЕСКИХ РЕГИОНОВ

DECENTRALIZED POWER SUPPLY OF THE NORTH AND ARCTIC REGIONS

Васильев С. П.[1*], Болтунов А. П.[1], Карпенко В. И.[1], Волошин А. А.[2], Васильев П. С.[3]

[1]*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия;* *sp.vasilev@yahoo.com

[2]*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Центр НТИ, Москва, Россия;* voloshin.aa@yandex.ru

[3]*Академия наук Республики Саха (Якутия), Якутск, Россия;* psvasiliev1461@mail.ru

Современный этап развития электроэнергетики подразумевает переход от громоздких и жестко связанных с инфраструктурой энергетических систем к системам нового поколения – smart grid [1]. В отличие от традиционных систем, в smart grid субъект электроэнергетики может одновременно выступать как в роли потребителя, так и в роли генератора. Задача повышения надежности энергоснабжения удаленных территорий, в первую очередь Арктических регионов России, подразумевает создание децентрализованных электроэнергетических систем (ЭЭС) с возобновляемыми источниками энергии (ВИЭ) [2].

Настоящая работа посвящена исследованию особенностей функционирования энергосистемы с ВИЭ, технологий моделирования и мониторинга сети. Для математического моделирования микроэнергосистемы в режиме реального времени применен уникальный цифровой программно-аппаратный комплекс Real-Time Digital Simulator (ПАК RTDS). Функционирование ПАК основано на алгоритме Г. Доммеля [3]. С помощью данного оборудования проведено детальное изучение двух режимов работы энергосистемы: параллельный с ЭЭС и «островной», то есть изолированный с полным переходом на питание от локальных источников энергии. Предложен концепт жилого микрорайона, с установленными источниками - накопителями электроэнергии, солнечными панелями, ветроэнергетическими установками и дизельными генераторами. Освещены процесс и результаты моделирования smart grid системы на комплексе RTDS. Развивается идея создания распределенного вычислительного кластера на одноплатных компьютерах для развертывания программного обеспечения с системой управления. Налажена клиент-серверная связь между кластером и ПАК RTDS по интернету (Transmission Control Protocol, TCP) для передачи управляющих воздействий.

В 2019-2020 гг. авторы проекта были признаны победителями конкурса и обладателями грантов Фонда содействия инновациям и Национальной технологической инициативы (НТИ) «УМНИК-Энерджинет».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Liu Y., Fang Y., Li J.* (2017) Interconnecting microgrids via the energy router. *Energies*, no. 1297.
2. *Энергетическая стратегия Российской Федерации на период до 2035 года.*
3. *Khaitan S. K., McCalley J. D., Liu C. C.* (2015) *Cyber physical systems approach to smart electric power grid*, Springer.

ЗАДАЧИ СИНХРОНИЗАЦИИ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ С ЭНЕРГОСИСТЕМОЙ

TASKS OF SYNCHRONIZATION OF ELECTRIC EQUIPMENT WITH POWER SYSTEM

Васильев С. П.[1], Волошин А. А.[2*], Серов Д. М.[2], Иванов Ф. А.[3], Васильев П. С.[4]

[1]*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия;* sp.vasilev@yahoo.com

[2]*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Центр НТИ, Москва, Россия;* *voloshin.aa@yandex.ru

[3]*ЗАО «ЭнЛАБ», Чебоксары, Россия;* ivanov@ennlab.ru

[4]*ААкадемия наук Республики Саха (Якутия), Якутск, Россия;* psvasiliev1461@mail.ru

Стратегические цели развития электроэнергетики включают обеспечение энергетической безопасности [1]. Показателем своевременного реагирования на угрозы и риски является снижение количества аварий на объектах. Выполнение синхронизации оборудования с электроэнергосистемой позволяет повысить качество переходных процессов и предотвратить его преждевременный износ.

Изложены некоторые особенности первой в России и одной из немногих в мире экспериментальных площадок «Testbed» Энерджинет, в числе материально- технических ресурсов программно-аппаратный комплекс Real-Time Digital Simulator (ПАК RTDS) и четырехквадрантные усилители мощности. Полигон работает по технологии Power Hardware In the Loop (PHIL), с помощью которой осуществляется обмен энергией между математической и физической частями модели энергосистемы [2][3]. Разработана модель в Matlab Simulink и описано подключение синхронного генератора к энергосистеме с учетом выполнения трех условий синхронизации: по частоте, фазе и амплитуде. Выделены направления необходимых научных исследований, в частности, электроснабжения Арктических территорий и возможные методы их реализации.

В декабре 2019 г. Центр компентенций НТИ МЭИ совместно с компаниями «PONOVO Power Co. Ltd.» и ЗАО «ЭнЛАБ» на базе НИУ МЭИ ввели в эксплуатацию полигон для разработки и тестирования решений для энергосистем нового поколения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Энергетическая стратегия Российской Федерации на период до 2035 года.*
2. *Волошин А.А.* Цифровизация энергетики: перспективы проекта «Интернет энергии» // 2020. URL: https://www.if24.ru/tsifrovizatsiya-energetiki-internet-energii/
3. *Вэньвен Ч., Цзиньлян С., Чжицзюнь Р., Чжибин Л., Иванов Ф.* Четырехквадрантные усилители для программно-аппаратного моделирования силового оборудования в реальном времени // ЭнергоStyle. 2018. № 3. С. 1–3.

СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СЛАБООКИСЛЕННОГО ГРАФЕНА И СОЗДАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ НА ЕГО ОСНОВЕ МЕТОДОМ ТРАФАРЕТНОЙ ПЕЧАТИ

SYNTHESIS AND RESEARCH OF THE PROPERTIES OF MILDLY OXIDIZED GRAPHENE AND THE FABRICATION OF ELECTRONIC DEVICES BASED ON IT BY SCREEN PRINTING

Васильева Ф. Д.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; dorush21@mail.ru

Графен и его производные являются перспективными материалами для применения в трафаретной печати за счет своих уникальных свойств. Трафаретная печать наиболее подходит для создания приборов и устройств для гибкой электроники, поскольку позволяет напрямую печатать нужные электронные структуры на гибкой подложке, минуя этапы переноса тонких пленок с одной подложки на другую. Также он не требует использования дорогостоящего оборудования и совместим с широким спектром функциональных чернил и подложек. В данной работе разработана методика синтеза слабо окисленного графена электрохимическим расщеплением графита в водном растворе сульфата аммония в сочетании с ультразвуковой обработкой [1] и созданы на его основе структуры суперконденсатора и сенсора влажности на гибких подложках с помощью трафаретной печати. Исследованы характеристики полученных структур.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Vasilieva F. D., Kapitonov A. N., Yakimchuk E. A., Smagulova S. A., Antonova I. V., Kotin I. A.* (2018) Mildly oxidized graphene oxide suspension for printing technologies. *Mater. Res. Express*, vol. 5, no. 6.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ МЕРЗЛОГО ГРУНТА МЕТОДОМ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

HEAT TRANSFER STUDY BY THE INVERSE PROBLEM METHOD ON THE SURFACE OF FROZEN GROUND

Винокурова Т.А.[1*], Пермяков П.П.[2], Варламов С.П.[1], Скрябин П.Н.[1]

[1] *Институт мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, Якутск, Россия;*
[*] tatyana_umka91@mail.ru

[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;* permyakov2005@mail.ru

Особо важную роль при анализе теплообмена играют граничные условия на поверхности, непосредственно взаимодействующие с внешней средой, не только в виду сложности протекающих там теплофизических, физико-химических и радиационно-оптических процессов, но и в силу того, что на этой поверхности поглощается существеная часть тепла, подводимого извне.

В данной работе предполагается определить тепловой поток на поверхности грунта из решения граничной обратной задачи для уравнения теплопроводности при различных ландшафтных условиях, используя в качестве исходной информации замеры температуры грунтов.

Задачу протаивания – промерзания мерзлого грунта дополняем начальным и граничным условиями. Для восстановления теплового потока на поверхности требуются дополнительные замеры внутри исследуемого грунта.

Численная реализация поставленной задачи осуществляется итерационным (экстремальным) методом, который в последние годы эффективно применяется в различных прикладных исследованиях и экспериментальной обработке мониторинговых данных в инженерной геокриологии.

С помощью предложенного алгоритма определены плотности тепловых потоков на поверхности мерзлого грунта при различных ландшафтных условиях. И в результате численных экспериментов установлено, что при моделировании термического состояния в данных условиях алгоритм обладает хорошим регуляризирующим свойством и предлагается его применение для широкого спектра нелинейных задач.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований No.18-41-140008.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПЛЕНОК MOS2, WS2, ВЫРАЩЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА CVD

PROPERTIES OF MOS_2, WS_2 FILMS GROWED BY CVD METHOD

Винокуров П. В.*, Семенова А. А., Попова Е. И.

Северо-Восточный федеральный университет
имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *pv.vinokurov@s-vfu.ru

В настоящее время дихалькогениды переходных металлов, такие как MoS_2 и WS_2 привлекли внимание ученых своими уникальными оптическими и электрофизическими свойствами [1]. Их часто сравнивают с графеном, свойства которого сильно отличаются от свойств графита, к тому же, в отличие от графена, MoS_2 и WS_2 являются полупроводниками. Еще одним уникальным свойством этих материалов является, то что монослойные MoS_2 и WS_2 обладают прямой запрещенной зоной, что открывает перспективы использования в различных оптических и электронных приборах.

В данной работе были исследованы пленки MoS_2 и WS_2, выращенные с помощью метода химического осаждения из газовой фазы (CVD). Для синтеза пленки MoS_2 использовались порошковые прекурсоры MoO_3 и S. А для роста WS_2 использовалась водная суспензия WO_3 нанесенная на поверхность подложки. В ходе работы были выявлены зависимости роста пленок от разных параметров синтеза: температуры, времени и количества прекурсоров. Результаты спектроскопии КРС показало наличие однослойных, двухслойных и многослойных областей на выращенных пленках. В спектрах КРС MoS_2 наблюдаются два наиболее интенсивных пика: колебательная мода в плоскости E_2g около 386 см$^{-1}$ и колебательная мода вне плоскости A_1g около 405 см$^{-1}$. Обнаружена фотолюминесценция однослойных и двухслойных пленок MoS_2 при 670 нм и однослойных пленок WS_2 при 630 нм. Вольт-амперные характеристики синтезированных пленок являются фоточувствительными в видимой области спектра.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Choi W., Choudhary N.* (2017) Recent development of two-dimensional transition metal dichalcogenides and their applications. *Materials Today*, vol.3, no. 20, pp. 116–130.

КОМПЛЕКС ПРИБОРОВ ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЯ ЗА СОСТОЯНИЕМ ВЕРХНЕЙ МЕЗОСФЕРЫ В ЯКУТИИ

COMPLEX OF INSTRUMENTS FOR MONITORING THE STATE OF THE UPPER MESOSPHERE IN YAKUTIA

Гаврильева Г. А.[1*], Аммосов П. П.[1], Колтовской И. И.[1], Юмшанов Н. Н.[2]

[1] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю. Г. Шафера СО РАН, Якутск, Россия;* *gagavrilyeva@ikfia.ysn.ru

[2] *Северо-Восточного Федерального Университета им. М. К. Аммосова, Технический институт (филиал), Нерюнгри, Россия;*

Измерение эмиссий гидроксила (OH) в свечении ночного неба является одним из широко применяемых наземных методов определения параметров верхней мезосферы. Многочисленными исследованиями было показано, что вращательная температура возбужденной молекулы OH соответствует температуре нейтральной атмосферы. В Институте космофизических исследований и аэрономии создана меридиональная сеть станций, целью которой является наблюдение за состоянием атмосферы на высоте гидроксильной эмиссии (87 км). Сеть охватывает арктические (Тикси, 71.5°N, 129°E), субарктические (Маймага, 63°N, 129.5°E) и средние (Нерюнгри, 56.39°N, 124.43°E) широты. Каждая станция оснащена спектрографом, снабженным современным высокочувствительным инфракрасным InGaAs фотодиодным регистратором фирмы Andor Technology измеряющим полосу OH(3-1). В данной работе представлены характеристики спектрографов, предназначенных для измерения интенсивности излучения полосы OH(3-1) и определения температуры по ее вращательной структуре. Описана оригинальная методика измерения вращательной температуры, основанная на минимизации отклонения регистрированного спектра от модельного методом наименьших квадратов. Оценки случайных и систематических ошибок, проведенные методом Монте-Карло, показали, что при отношении сигнал/шум$>$ 20 ошибка измерения температуры составляет 2K. Для анализа данных, полученных на разделенных географически станциях, особое значение имеет взаимная калибровка приборов. В качестве эталонного был выбран спектрограф, установленный в Маймаге. В течение нескольких ночей с одного пункта проводились одновременные измерения двумя спектрографами, одним из которых был эталонный. Измерения показали, что разность между измерениями двух спектрографов не превышает ошибки измерения 2 K. Меридиональная сеть станций полностью автоматизирована и управляется дистанционно через интернет.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-45-140063 р-а и Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук II.16.1.7. 0375-2020-0004.

О СВЯЗИ SAR-ДУГ С ОБЛАСТЬЮ ПОВЫШЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ В СУБАВРОРАЛЬНОЙ ИОНОСФЕРЕ

ABOUT THE COUPLING OF THE SAR-ARC WITH ELECTRON TEMPERATURE ENHANCEMENT REGION IN THE SUBAURORAL IONOSPHERE

Гололобов А. Ю.[1], Голиков И. А.[2], Баишев Д. Г.[2], Макаров Г. А.[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* golart87@gmail.com

[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю. Г. Шафера СО РАН, Якутск, Россия;*

Устойчивая красная дуга (SAR-дуга) является одним из явлений свечения атмосферы на длине волны 630 нм [1]. Считается, что механизмом свечения SAR-дуги является передача энергии из магнитосферного кольцевого тока в ионосферу, которая приводит к повышению температуры электронов. В настоящей работе на основе фотометрических наблюдений SAR-дуги, полученных с помощью спутника POLAR [2], данных измерений со спутников CHAMP и DMSP и численных расчетов на модели высокоширотной ионосферы [3] показана возможность исследования области повышения температуры электронов в субавроральной ионосфере в глобальном масштабе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kozyra J. U., Nagy A. F., Slater D. W.* (1997) The high altitude energy source for stable auroral red (SAR) arcs. *Reviews of Geophysics*, vol. 35, no. 2. pp. 155–190.
2. *Frank L. A., Sigwarth J. B., Craven J. D., Cravens J. P., Dolan J. S., Dvorsky M. R., Hardebeck P. K., Harvey J. D., Muller D.W.* (1995) The visible imaging system (VIS) for the polar spacecraft. *Space Science Reviews*, vol. 71, no.1-4. pp. 297–328.
3. *Голиков И. А., Гололобов А. Ю., Попов В. И.* Моделирование распределения температуры электронов в области F2 высокоширотной ионосферы для условий зимнего солнцестояния // Солнечно-земная физика. 2016. Т. 2, № 4. С. 54–61.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРУППОВОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОКОРКИ В ОКОРОЧНОМ БАРАБАНЕ

THE MODELING OF A GROUP MECHANICAL DAMAGE IN A GIRLING DRUM

Григорьев И. В.[1], Куницкая О. А.[1], Григорьев М. Ф[1]., Григорьева А. И.[2]

[1]*Арктический государственный агротехнологический университет, Якутск, Россия;*

[2]*Северо-Восточный федеральный университет им М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*

Особенность реализации групповой окорки при использовании барабанов непрерывного или периодического действия заключается в реализации механизма взаимодействия бревен между собой и с элементами конструкции барабана. Основными физическими процессами при реализации этого процесса являются соударение бревен между собой и удар бревен о стенку барабана, в том числе при размещении на последней специальных окорочных ножей (инденторов).Одним из основных параметров процесса групповой обработки лесоматериалов является период продолжительности окорки. Переработка замерзших балансов характеризуется увеличением этого показателя вследствие существенного (в 2 3 и более раз) увеличения предела прочности коры на скалывание мерзлых балансов по сравнению с талыми. На практике это приводит к ряду негативных последствий - росту потерь древесины при росте общих затрат, размочаливанию торцов бревен и др.

Интенсивность очистки древесины от коры, качество окорки и потери древесины при барабанной окорке зависят от необходимого и достаточного числа ударов определенной силы, которые испытывает бревно определенного диаметра и длины за период времени нахождения в барабане.

В работе рассмотрен процесс ударного взаимодействия массива коры определенной толщины с ножом, размещенным на поверхности барабана. Разработана математическая модель, позволяющая на стадии теоретических исследований оценивать один из основных параметров групповой окорки лесоматериалов - время их обработки с учетом конструктивных элементов барабана, параметров балансов, их свойств и температуры.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИНАМИЧЕСКОГО УПЛОТНЕНИЯ ПОЧВОГРУНТА

THE SIMULATION OF THE PROCESS OF DYNAMIC SOIL SEALING

Григорьев И. В.[1], Куницкая О. А.[1], Григорьев М. Ф[1]., Григорьева А. И.[2]

[1]*Арктический государственный агротехнологический университет, Якутск, Россия;*

[2]*Северо-Восточный федеральный университет им М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*

Движители лесных машин своим воздействием в различных направлениях обусловливают разрушение почвенного слоя, особенно при многократных проходах машин. Во время движения трактора, особенно колесного, наряду со статическими имеют место и динамические нагрузки, обусловленные колебательными процессами.Профиль трелевочного волока характеризуется участками с различными неровностями, которые через шины оказывают возмущающее действие на груженную лесом машину. Указанные процессы носят случайный характер и, следовательно, амплитуды колебаний шин и в целом трелевочной системы являются случайными величинами.

В данной работе представлена математическая модель по выявлению характера уплотнения почвы с ростом цикличности в до- и зарезонансной областях. Показано, что основной задачей управления динамикой процессов транспортировки леса с точки зрения воздействия на почвогрунт является такой подбор характеристик - скорости движения, жесткости рессор и сопротивления амортизаторов, которые с учетом профиля волока позволяют избежать достижения резонансных состояний динамической системы, поскольку режим резонанса существенно влияет на переуплотнение почвогрунта по мере развития циклических нагрузок.

РАСЧЕТ ПОЛЯ ЗЕМНОЙ ВОЛНЫ НАД НЕОДНОРОДНЫМИ РАДИОТРАССАМИ

CALCULATION OF THE GROUND WAVE OVER INHOMOGENEOUS RADIO PATHS

Дембелов М. Г.[1*], Башкуев Ю. Б.[1], Мельчинов В. П.[2]

[1] *Институт физического материаловедения СО РАН, Улан-Удэ, Россия;* [*]mdembelov@mail.ru

[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*

Моделирование распространения радиоволн над неоднородными средами служит изучению условий радиосвязи на малых и больших расстояниях. Функция ослабления поля земной волны представляет собой множитель, определяющий во сколько раз поле над реальной земной поверхностью отличается от поля над идеально проводящей поверхностью. Рассматриваются особенности расчета функции ослабления для всех физически возможных значений поверхностного импеданса посредством формулы Калинина-Фейнберга [1] для многокусочного случая с учетом сферической земной поверхности. Поверхностный импеданс является отношением тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границе «Земля-воздух». Преимущество использования формулы Калинина-Фейнберга заключается в том, что расчет функции ослабления выполняется сразу на произвольном расстоянии от источника, при этом учитываются лишь электрические неоднородности радиотрассы. Рассматриваются удобные для расчетов корней разложения в ряд для больших и малых значений модуля поверхностного импеданса. Определение корней трансцендентного уравнения существенно осложняется при сильноиндуктивных значениях импеданса. Возникает необходимость учета случая вырождения корней. Рассмотрены варианты аппроксимации корней вырожения, а также эффекты наличия поверхностной волны Ценнека при расчете функции ослабления над сильноиндуктивными трассами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фейнберг Е. Л.* Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М: Физматлит, 1999.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕФРАКЦИИ РАДИОВОЛН В ПРИАРКТИЧЕСКИХ ПУНКТАХ НАБЛЮДЕНИЯ

MODELING RADIO WAVE REFRACTION IN THE ARCTIC OBSERVATION POINTS

Дембелов М. Г.[1*], Башкуев Ю. Б.[1], Мельчинов В. П.[2]

[1]*Институт физического материаловедения СО РАН, Улан-Удэ, Россия;* *mdembelov@mail.ru

[2]*Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*

Выполнено исследование влияния свойств нижней нейтральной атмосферы на параметры преломления (рефракции) радиоволн в диапазоне УКВ (углы рефракции, истинные расстояния от источника до точки наблюдения) в приарктических пунктах наблюдения. По методу наименьших квадратов получены усредненные параметры вертикального градиента тропосферной рефракции для пунктов наблюдения Якутск, Тикси, Мурманск, о. Визе и мыс Барроу (Аляска) в феврале, апреле, июле и октябре 2018 г. Для этого использовались данные запусков метеорологических радиозондов и дистанционных зондирований аппаратами спутниковой системы NOAA (arl.noaa.gov). В приарктических районах наблюдаются низкие значения приземной температуры и низкая влажность воздуха. Для сравнения над г. Якутск имеет место сильное отличие зимних и летних значений параметров тропосферы из-за очень сильного межсезонного перепада приземных значений температуры и влажности воздуха. Параметры вертикального градиента тропосферной рефракции служат исходными данными для расчета величин углов тропосферной рефракции. Предложена методика определения полного угла рефракции по результатам обработки данных ГНСС (тропосферная зенитная задержка) без учета текущих метеорологических данных в пункте приема. При этом учитываются только заранее подготовленные табличные значения параметров тропосферы.

ВЛИЯНИЯ ВЫСОКОДИСПЕРСНЫХ НАПОЛНИТЕЛЕЙ НА СВОЙСТВА ТЕРМОПЛАСТИЧНЫХ ВУЛКАНИЗАТОВ НА ОСНОВЕ ПОЛИПРОПИЛЕНА И ПРОПИЛЕНОКСИДНОГО КАУЧУКА

INFLUENCE OF HIGH-DISPERSION FILLERS ON THE PROPERTIES OF THERMOPLASTIC VOLCANIZES BASED ON POLYPROPYLENE AND PROPYLENOXIDE RUBBER

Дьячковская Т. К.*, Петрова Н. Н.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *tuyara-kim@yandex.ru

В последнее десятилетие активно производятся и применяются композиционные материалы на основе смеси каучука и полиолефина, полученные методом динамической вулканизации [1, 2]. По Корану и Пателю [3] наиболее высокими физико-механическими свойствами обладают композиционные материалы на основе СКЭПТ и изотактического ПП. В настоящее время актуален вопрос создания материалов, способных работать в климатических условиях Крайнего Севера в широком интервале температур, а также подвергаемых переработке с наименьшими потерями свойств. Целью настоящей работы является изучение влияния высокодисперсных добавок, таких как цеолитовая паста и бентонит, на свойства ТПВ на основе морозостойкого пропиленоксидного каучука (СКПО) и полипропилена (ПП). Данные наполнители, обладая высокой степенью дисперсности и развитой удельной поверхностью, характеризуются высокой поверхностной энергией и могут выполнять роль структурообразующих агентов по отношению к смеси полимеров.

В планетарной мельнице АГО-2С методом механохимического синтеза была получена специальная паста на основе цеолитов и пластификатора (дибутоксиэтиладипинат). В процессе измельчения цеолиты в среде пластификатора подвергались интенсивным сдвиговым воздействиям, что приводило к интенсивному увеличению степени дисперности. Присутствие пластификатора должно приводить к снижению степени агрегации полученного порошка, а так как пластификатор выполняет роль поверхностно-активного вещества и, в соответствии с эффектом Ребиндера (адсорбционное понижение прочности материала), размеры частиц цеолитов в пасте должны быть меньше.

Размол порошка в планетарной мельнице-активаторе (АГО-2С) в течение 1-10 минут дает резкое (на три порядка) снижение размеров частиц - появляется нанофракция. По данным динамического светорассеяния активированные в течение 3 минут цеолиты можно рассматривать как ультрадисперсный наполнитель, в состав которого входит до 8% нанометровой фракции, однако основная часть цеолитов представляет собой микрочастицы с размерами 1300 нм.

В ходе работы были изготовлены несколько рецептур динамических термоэластопластов на основе пропиленоксидного каучука и полипропилена с добавлением разного количества высокодисперсных наполнителей (цеолит, бентонит). Ранее в лабораторных условиях нами была разработана и выбрана технология изготовления ТПВ на основе СКПО и ПП. На основании этих исследований в качестве базовой рецептуры была взята рецептура, имеющая соотношение СКПО и ПП= 60:40 мас.ч.

Анализ полученных данных показал оптимальное количество цеолитовой пасты, которое составило 10 мас.ч. ТПВ, с введенной цеолитовой пастой в количестве 10 массовых частей, обладает более высокой износостойкостью (0,06±0.03см^3, увеличение в 2 раза) и малой степенью набухания в нефтяных средах (11±3%, снижение в 2 раза).

Структуры полученных композиций изучены с применением метода дифференциально-сканирующей калориметрии (ДСК), а также методом электронной микроскопии. Исследуя микрофотографии ТПВ, выявили, что данный материал является двухфазной гетерогенной системой, где полипропилен является непрерывной средой, в которой диспергированы вулканизованные частицы пропиленоксидного каучука. Наименьшими размерами частиц дисперсной фазы обладает смесь на основе СКПО и ПП, содержащая цеолитовую пасту, где размеры частиц дисперсной фазы составляют 1,5-9 мкм.

Данные ДСК (степень кристалличности, температура начала плавления, положение максимума плавления), которые свидетельствуют об изменении размера и количества кристаллитов в присутствии цеолитовой пасты. Степень кристалличности разработанных ТПВ значительно ниже, чем у исходного ПП почти в 3 раза. Известно (4), что наполнитель, влияя на структуру и морфологию кристаллического полимера на самых различных уровнях его организации, приводит к изменению в размерах, форме, типе распределения надмолекулярных структур и прочее.

Поскольку бентонит вводится в достаточно малых количествах (1 мас.ч.), то он должен участвовать в процессе образования кристаллитов, однако такие кристаллы менее совершенны (сдвиг температуры начала плавления в сторону более низких температур), структура более дефектна, т.е. степень кристалличности композиции ниже по сравнению с исходной. Таким образом, исследование влияния высокодисперсных добавок на эксплуатационные свойства термопластичных вулканизатов на основе СКПО и ПП свидетельствует, что лучшим комплексом эксплуатационных свойств обладает ТПВ, содержащий цеолитовую пасту, поскольку её введение в композиции приводит к снижению объемного износа и степени набухания ТПВ в нефти в 2 раза при сохранении прочностных и релаксационных характеристик. Вулканизат с добавкой бентонита обладает высокой износостойкостью (объемный износ составляет 0,07см^3, что на 42% меньше, чем аналогичный показатель исходной композиции), но малой эластичностью (относительное удлинение при разрыве составляет 61%).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольфсон С. И.* Динамически вулканизованные термоэластопласты: получение, переработка, свойства/ С.И. Вольфсон. М.: Наука, 2004.
2. *С.И. Вольфсон, Н.А. Охотина, О.А. Панфилова, И.И. Вахитов, А.Д. Дементьев* Способы получения термопластичных вулканизатов на основе смеси каучуков и полипропилена // Вестник технологического университета. 2015. Т. 18, № 14, С. 96–98
3. *Coran A. J., Patel R. P.* (1996) Thermoplastic Elastomers Based on Dinamicalli Vulcanized Elastomer-Thermoplastic Blends. In: G. Holden u.a., Thermoplastic Elastomers, Hanser, pp. 195–200.
4. *Липатов Ю. С.* Физическая химия наполненных полимеров. М.: Химия, 1976.

ЛИГАТУРНЫЕ СПЛАВЫ БЕЛОГО ЗОЛОТА
WHITE GOLD LIGATURE ALLOYS

Дмитриева В. С.*, Тарасов П. П., Григорьева Е. Э., Потапов Г. В.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *tarasov-p@mail.ru

Сплавы на основе золота для ювелирных производств должны удовлетворять медико-биологическим, эстетическим, технологическим и эксплуатационным требованиям. Для достижения высоких потребительских свойств необходимо получение плотных беспористых и химически однородных мелкозернистых литых заготовок или слитков, способных деформироваться в высококачественные листовые или профильные полуфабрикаты с заданной структурой и высоким сопротивлением трещинообразованию. Ранее проводились экспериментальные работы по процессу получения ювелирного сплава с модификаторами [1], обосновано введение в состав сплавов золота в определенных количествах Zn, Mn, Co, In, Cr, Cd или Ga для получения сплавов белого цвета 585 пробы [2]. Работы по улучшению свойств за счет легирования, микролегирования и модифицирования продолжаются. В ходе исследования будут применены экспериментальные методы анализа состава лигатурных сплавов, определения физико-механических свойств. Для оценки себестоимости образцов лигатурных сплавов будет разработана экономическая модель влияния стоимости лигатурного сплава на себестоимость ювелирного изделия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Усков И. В.* Разработка технологии изготовления золотого ювелирного сплава белого цвета 585-й пробы, не содержащего никель, для производства цепей // Журнал Сибирского Федерального Университета. серия: техника и технологии. 2012. Т. 6, № 5. С. 658–667.
2. *Шульц А. С.* Оптимизация состава ювелирных сплавов белого золота // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2016. Т. 1, Ч. 8. С. 219–223.

ОПТИМИЗАЦИЯ СОСТАВА АРБОЛИТА МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

OPTIMIZATION OF ARBOLITE COMPOSITION BY THE METHOD OF MATHEMATICAL MODELING

Егорова А. Д., Кузьмин С. А., Красильников Д. А., Емельянова З. В., Гаврильев В. С., Кириллин В. М.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;

Арболит относится к эффективным теплоизоляционным материалам, что весьма важно для Арктических районов. Изделия из арболита имея сравнительно невысокую плотность, характеризуются отличными строительными, физико-техническими и гигиеническими свойствами, поддаются сверлению, обработке режущим инструментом и оштукатуриванию. Для подбора состава арболитовой смеси необходимо знать, как влияют отдельные технологические факторы (вид и расход вяжущего, заполнитель, а также способ формования и условия твердения) на основные свойства арболита – прочность и плотность. При этом актуальным является рациональное использование отходов деревоперерабатывающей промышленности. В РС(Я) произрастают и перерабатываются древесина пород сосны, ели, а также даурской лиственницы (86,9 %).

С применением математического планирования и обработки результатов эксперимента были получены модели зависимости основных физико-механических свойств арболита от количества модифицирующих добавок суперпластификатора С-3 и пропитки Амокор-Ультра Т, которая обеспечила лучшую адгезию древесной щепы с цементно-песчаным раствором. Это позволило оптимизировать состав арболита со средней плотностью 1500 кг/м^3 и пределом прочности при сжатии 6 МПа.

ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫЕ СВОЙСТВА УГЛЕРОДНЫХ ТОЧЕК, СИНТЕЗИРОВАННЫХ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ
LUMINESCENT PROPERTIES OF CARBON DOTS SYNTHESIZED BY VARIOUS METHODS

Егорова М. Н.*, Томская А. Е., Капитонов А. Н., Смагулова С. А.

Северо-Восточный федеральный университет
им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *mn.egorova@s-vfu.ru

Углеродные точки – это нульмерные (0D) углеродные наноматериалы, содержащие sp^2 углеродные структуры и функциональные группы (эпоксидные, карбонильные, гидроксильные и карбоксильные). По сравнению с полупроводниковыми квантовыми точками типа CdSe, углеродные точки имеют уникальные достоинства, такие как яркая люминесценция, хорошая фотостабильность, биосовместимость и низкая токсичность [1].Углеродные точки могут быть применены в таких областях, как биоизображение, фотокатализ, создание оптоэлектронных устройств, доставка лекарств, химические датчики и биосенсоры. [2] В данной работе представлены результаты исследований оптических свойств, структуры и состава углеродных точек. Для синтеза углеродных точек были использованы два метода: гидротермальный и сольвотермальный, наиболее простые и эффективные методы среди существующих. Углеродные точки, синтезированные гидротермальным методом, люминесцируют в синей области спектра, синтезированные сольвотермальным – в зелено-желтой области спектра. Обнаружено, что люминесценция углеродных точек зависит от длины волны возбуждения и она стабильна во времени. Углеродные точки имеют размеры от 2 нм до 20 нм и квантовый выход от 0,05 до 0,72.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Baker S. N., Baker G. A.* (2010) Luminescent Carbon Nanodots: Emergent Nanolights. *Angewandte Chemie*, vol. 38, no. 49, pp. 6726–6744.
2. *Wang C. C., Xu Z. O2.* (2015) A hydrothermal route to water-stable luminescent carbon dots as nanosensors for pH and temperature. *Carbon*, vol. 1, no. 82, pp. 87–95.

РАЗРАБОТКА НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭМПИРИЧЕСКИХ ДАННЫХ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНО НИЗКИХ АТМОСФЕРНЫХ ТЕМПЕРАТУР НА КОЭФФИЦИЕНТ ОСЛАБЛЕНИЯ РАДИОВОЛН

DEVELOPMENT OF A NEURAL NETWORK FOR THE INTERPRETATION OF EMPIRICAL DATA ON THE PROBLEM OF STUDYING THE IMPACT OF EXTREMELY LOW ATMOSPHERIC TEMPERATURES ON THE COEFFICIENT OF ATTENUATION OF RADIO WAVES

Жебсаин В. В.*, Рехлясов О. Р.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.Аммосова, Якутск, Россия; *zhebs@mail.ru

В настоящее время, область применения технологии нейронных сетей расширяется интенсивными темпами, проникая в различные сферы человеческой деятельности. Не остается в стороне от указанной тенденции и научная сфера. Нейронные сети в науке могут применяться для решения самых разных задач, в том числе для обработки результатов экспериментальных измерений [1, 2] и разработки эмпирических моделей. Как известно, процесс интерпретации и интерполяции эмпирических данных с целью разработки эмпирических моделей достаточно сложный и трудоемкий процесс. Благодаря развитию технологии нейронных сетей стало возможным решать подобные задачи на основе разработки нейронных сетей. В работах [3, 4] были представлены результаты исследования температурной зависимости коэффициента ослабления радиоволн сантиметрового и дециметрового диапазонов, основанные на эмпирической модели.

В настоящей работе рассматривается вопрос разработки и применения нейронной сети для интерпретации и интерполяции результатов экспериментальных измерений, на примере задачи изучения воздействия экстремально низких атмосферных температур на ослабление радиоволн сантиметрового и дециметрового диапазонов [3, 4]. Для выполнения поставленной задачи была разработана компьютерная программа, реализующая обучаемую нейронную сеть, состоящую из 3 слоев, содержащих 12 нейронов: 2 нейрона входного слоя, 8 нейронов скрытого слоя, 1 нейрона выходного слоя и одного нейрона смещения Программа разработана при помощи среды программирования Embarcadero RAD Studio. Алгоритм расчета нейронной сети в программе достаточно прост: на первый входной слой сети подаем исходные данные (частоту радиосигнала и атмосферную температуру), далее эти данные (сигналы) подвергаются преобразованию при прохождение каждого слоя сети. На каждый n-ый нейрон следующего слоя подается сумма произведений входных сигналов и соответствующих весовых коэффициентов нейрона, которая далее преобразуется при помощи функции активации – сигмоиды. Полученные таким образом на выходе из слоя сигналы переходят к следующему слою, вплоть до получения конечного результата. Далее результат расчета сравнивается с эталонным значением выходной величины и определяется ошибка. С учетом ошибки сеть производит корректировку весовых коэффициентов нейрона. В качестве метода корректировки весовых коэффициентов применен метод обратного распространения, который использует алгоритм градиентного спуска, который подробно описан в работе [5]. Таким образом, сеть «обучается» выдавать более точные результаты.

Результаты расчета и весовые коэффициенты нейронов сохраняются в базе данных и загружаются при следующей итерации обучения. Модельный эксперимент при помощи разработанной программы производился по следующей последовательности: сначала сеть была обучена на рассматриваемом множестве эмпирических данных. Результаты расчета, весовые коэффициенты и другие параметры процесса обучения сети сохранялись в базе данных для последующего анализа. Далее используя базу данных обученной сети были проведены расчеты по интерпретации массива входных данных. Наличие базы эмпирических данных позволяло программе выбрать оптимальную схему расчета. В целом проведенный модельный эксперимент показал, достаточно точное воспроизведение нейронной сетью эмпирической зависимости коэффициента ослабления радиосигналов в диапазоне частот 0.8 – 10 ГГц для низких атмосферных температур (до -60 градусов по Цельсию). Получено, что коэффициент ослабления увеличивается с понижением атмосферной температуры, в частности для радиосигнала с частотой 6 ГГц, понижение температуры воздуха с 0 до -60 градусов по Цельсию приводит к росту общего коэффициента ослабления радиоволн на 55-57 процентов. Расчетные и эмпирические данные достаточно близки друг другу.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Филатова Т.В*. Применение нейронных сетей для аппроксимации данных // Вестник Томского государственного университета. 2004. № 284. С. 121–125
2. *Садыхов Р.А*, *Неронов В.Ф*. Применение нейронных сетей для аппроксимации данных // Вестник Томского государственного университета. 2004. № 284. С. 121–125
3. *Zhebsain V.V*. (2018) Attenuation of decimeter and centimeter range radio waves under low atmospheric temperatures. *AIP Conference Proceedings*, vol. 1907, pp. 030018-030022.
4. *Жебсаин В.В*. Воздействие гидрометеоров и низких температур на распространение радиоволн дециметрового и сантиметрового диапазонов // Известия высших учебных заведений. Физика. 2016. Т. 59, № 12/3. С. 51–55
5. *Скороходова А.В*, *Тунгусова А.А*. Сравнительный анализ градиентных методов минимизации в задаче обучения многослойного персептрона // Доклады ТУСУРа. 2011. № 2(24). С. 98–102

МОНИТОРИНГ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ РЕЗЕРВУАРОВ АРКТИКИ В УСЛОВИЯХ ПАНДЕМИИ COVID-19

MONITORING THE TECHNICAL CONDITION OF THE ARCTIC RESERVOIRS IN THE CONDITIONS OF THE COVID-19 PANDEMIC

Иванов А. Р.*, Большев К. Н.

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;

*spartak01@mail.ru

В современных условиях применение компьютерных технологий и автоматизации является необходимым условием проведения самых разнообразных наблюдений и исследований. Автоматическая регистрация параметров не только облегчает труд, но и обеспечивает подробное и точное сохранение истории динамики исследуемого процесса, исключая человеческий фактор, что облегчает последующее восстановление картины опыта и анализ полученных данных. В условиях всемирной пандемии COVID-19 особенно актуален удаленный мониторинг технического состояния металлоконструкций Арктики. В статье предлагается решение проблемы контроля текущего состояния резервуаров для хранения нефтепродуктов путем разработки автоматизированной системы мониторинга. Во введении формулируется проблема обеспечения безопасной эксплуатации резервуаров для хранения нефтепродуктов в Республике Саха (Якутия). Климатические условия республики, а также особенности зоны вечномерзлых грунтов являются дополнительными негативными факторами, усложняющими данный вопрос. В следующем разделе приводятся примеры аварийных ситуаций с масштабными разрушениями резервуаров, описываются причины и последствия аварийных инцидентов. Далее приводится описание предлагаемого решения – системы автоматизированного мониторинга технического состояния резервуаров, внедрение которой позволит предотвращать подобные аварийные ситуации. В заключении статьи резюмируется проблема безопасности функционирования резервуаров для хранения нефтепродуктов и актуальность разработанной системы мониторинга как средства для решения данной проблемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дубов А. А.* Проблемы оценки ресурса стареющего оборудования // Безопасность труда в промышленности. 2002., № 12. С. 30–38.
2. *Веревкин С. И., Ржавский Е. Л.* Повышение надежности резервуаров, газгольдеров и их оборудования. М.: Недра, 1980.
3. *Makhutov N. A., Bolshakov A. M., Zakharova M. I.* (2016) Possible scenarios of accidents in reservoirs and pipelines at low operating temperature. *Inorganic Materials*, vol. 52, no. 15. pp. 1498–1502.
4. *Bol'shakov A. M., Andreev Y. M.* (2016) A local method for loading a tested object during acoustic-emission diagnostics. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, vol. 52, no. 4. pp. 206–211.
5. *Bol'shakov A. M., Zakharova M. I.* (2016) Frequency Analysis of Failures of Reservoirs at Low Temperatures. *Chemical and Petroleum Engineering*, vol. 52, no. 7-8. pp. 557–559.

СОДЕРЖАНИЕ АЗОТНЫХ И ВОДОРОДНЫХ ЦЕНТРОВ В КРИСТАЛЛАХ АЛМАЗА ИЗ РОССЫПНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ МОЛОДО

THE CONTENT OF NITROGEN AND HYDROGEN CENTERS IN DIAMONDS FROM THE MOLODO PLACER DEPOSIT

Иванов М. А.[1], Федотова М. А.[2*], Протопопов Ф. Ф.[2]

[1] *ФГКУ «Войсковая часть 34435», Москва, Россия;*
[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия*
*fedmar_fti@mail.ru

В настоящее время накоплено достаточно большое количество данных по установлению типоморфных признаков алмазов из крупных коренных месторождений Якутской алмазоносной провинции (ЯАП). В последние десятилетия также активно развивается алмазодобыча из россыпных месторождений, информация по которым представляет интерес для установления условий генезиса кристаллов. Типоморфные признаки, в т.ч. состав дефектно-примесных центров в алмазе, позволяют идентифицировать кристаллы, сформировавшиеся в мантийном субстрате определенного типа [1]. В работах [2, 3] представлена классификация для алмазов IaAB типа по физической классификации [4], в соответствии с которой, выделены 7 морфогенетических групп алмаза. Целью данной работы является изучение дефектно-примесных центров алмазов ювелирного качества россыпи Молодо.

Общее количество исследованных кристаллов алмаза – 20 шт. Все отобранные кристаллы относятся к сырью «ювелирного» качества, имеют размерность 2 Gr (грейнера), масса кристаллов варьирует от 0,45 до 0,65 карат. Были получены спектры пропускания алмазов на ИК-микроскопе Spotlight 200i (Perkin Elmer Inc., США). Проведена обработка спектров с помощью метода базовой линии по 3 точкам: 4000 см$^{-1}$ (точка), 1600 - 1450 см$^{-1}$ и 870 - 670 см$^{-1}$ (минимумы в диапазоне). Нормирование спектров осуществлялось по поглощению в двухфононной области, коэффициент поглощения на частоте 1974 см-1 (α_{1974}=12,5 см$^{-1}$ был выбран в качестве параметра внутреннего стандарта. Было выявлено присутствие в исследованных образцах следующих примесных центров азота (B и B2-агрегатов) и водорода, распределение содержания которых варьируется в следующих пределах: A-агрегатов от 144 до 320 ppm; B-агрегатов от 131 до 969 ppm; B2-агрегатов от 0,128 до 2,228 мкм^2/мкм^3; водорода (H) от 0,3 до 190 ppm. Определено содержание общего азота ($N_{tot} \approx 800$ ppm), широкий диапазон степени агрегации в B-форме ($N_B \sim$ 13-58 %) средние значения для водорода и плейтелетс H<3 см$^{-1}$, P<5 см$^{-1}$.

Работа выполнена в рамках исследований по Госконтракту №192118920566201 7729147283/2018-566.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Khachatryan G. K., Palazhchenko O. V., Garanin V. K., Ivannikov P. V., Verichev E. M.* (2008) Genezis «neravnovesnyh» kristallov almaza iz kimberlitovoj trubki im. karpinskogo-1 po dannym katodnoj lyuminescencii i ik-spektroskopii [The genesis of «nonequilibrium» diamond crystals from a kimberlite pipe them. Karpinsky-1 according to cathodic luminescence and IR spectroscopy]. *Bulletin of Moscow University.* no. 2, pp. 38–45. (in Russian)
2. *Criulina G. Yu., Vasiliev E. A., Garanin V. K.* (2010) Strukturnye defekty v almazah Arhangel'skoj i YAkutskoj almazonosnyh provincij [Structural defects in diamonds of the Arkhangelsk and Yakut diamondiferous provinces]. *Collection of publications based on the results of the III and IV annual scientific readings named after G.P. Kudryavtseva.* no. 2. pp. 93–103. (in Russian)
3. *Kriulina G. Yu., Garanin V. K., Rotman A. Ya., Kovalchuk O. E.* (2011) Osobennosti almaza iz promyshlennyh mestorozhdenij Rossii [Features of diamond from industrial deposits of Russia]. *Bulletin of Moscow University.* no. 3. pp. 23–34. (in Russian)
4. *Bokiy G. B., Bezrukov G. N., Klyuev Yu. A., Naletov A. M.* Natural and synthetic diamonds. M: Science, 1986. (in Russian)

РАЗРАБОТКА И ПРИМЕНЕНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

DEVELOPMENT OF MEASURING COMPLEXES FOR AUTOMATION OF NATURAL TESTS AND EXPERIMENTAL RESEARCHES

Иванов В. А.[1], Большев К. Н.[1*], Шаренкова Н. В.[2], Степанов А. А.[1], Андреев А. С.[1]

[1] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;* *k.bolshev@mail.ru

[2] *Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия;*

В современных условиях применение компьютерных технологий и автоматизации является необходимым условием проведения самых разнообразных наблюдений и исследований. Автоматическая регистрация параметров не только облегчает труд экспериментатора, но и обеспечивает подробное и точное сохранение истории динамики исследуемого процесса, исключая человеческий фактор, что облегчает последующее восстановление картины опыта и анализ полученных данных. В статье представлены примеры разработки и применения измерительных комплексов и установок, автоматизирующих процесс экспериментальных исследований и натурных измерений. Приводятся описания установки для автоматизации натурных испытаний сегментов труб и сосудов высокого давления, установки для измерения скорости распространения трещины при хрупком разрушении, методики мониторинга температуры бетона (при наборе) в процессе набора прочности буронабивной сваи. Все разработки производились в Институте Физико – Технических проблем Севера СО РАН в различное время. Описывается опыт решения некоторых задач по автоматизации экспериментальных процессов и процессов натурных измерений на примере работы отдела тепломассобмена ИФТПС СО РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Когаев В.П.* Расчеты на прочность при напряжениях, переменных по времени. Москва: Машиностроение, 1977.
2. *Кузьмин В.Р.* Расчет уровня хладостойкости элементов конструкций. Новосибирск: Наука, 1986.
3. *Махутов Н.А.,Лыглаев А.В., Большаков А.М.* Хладостойкость(метод инженерной оценки). Новосибирск:СО РАН, 2011.
4. *Зуев Л.Б., Данилов В.И., Филипьев Р.А., Котова Н.В.* О вариациях механических характеристик металлов при действии электрического потенциала // Металлы. 2010. № 4. С. 39–45.
5. *Лыглаев А.В., Федоров С.П., Левин А.И.* Хладостойкость и прочность крупногабаритных тонкостенных элементов конструкций // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1998.Т. 64, № 6. С. 52–55.
6. *Баранов Ю.В.* Эффект А.Ф. Иоффе на металлах. Москва: МГИУ, 2005.
7. *Спицын В.И., Троицкий О.А.* Электропластическая деформация металлов. Москва: Наука, 1985.

8. *Ravi-Chandar K., Knauss W. G.* (1984) An experimental investigation into dynamic fracture. III. On steady-state crack propagation and crack branching. *International Journal of Fracture*, no. 26, pp. 141–154.
9. *Sharon E., Fineberg J.* (1996) Microbranching instability and the dynamic fracture of brittle materials. *Physical Review B*, vol. 54, no. 10, pp. 7128–7139.
10. *Бедий И. Н.* Кинетика быстрых трещин и их ветвление. Автореф. дисс. … канд. техн. наук: ИПП АН УССР. Киев., 1990. С. 17.
11. *Уваров С. В.* Экспериментальное исследование эффектов нелинейной динамики распространения трещин. Автореф. дисс.… канд.физ.-мат.наук: ИМСС УрО РАН. Пермь., 2000. С. 16.
12. *Местников А. Е., Григорьев Д. А.* Буронабивные малозаглубленные сваи для малоэтажного строительства в условиях Якутии // Фундаментальные исследования. 2015., № 11-3. С. 491–495.
13. *Большев К. Н., Иванов В. А., Степанов А. А., Тимофеев А. М.* Результаты мониторинга температурных полей в основании фундамента стадиона «Триумф», г. Якутск // Журнал «Вестник МАХ». 2014. № 1. С. 27–30.
14. *Алексеев А. А., Большев К. Н., Иванов В. А., Левин А. И.* РМетодика исследования ветвления трещины при низкотемпературных натурных испытаниях // Заводская лаборатория. 2006. № 10. С. 39–42.
15. *Иванов В. А., Большев К. Н., Алексеев А. А., Каминский В. В., Степанов Н. Н.* Методика исследования ветвления трещины при низкотемпературных натурных исследованиях // Журнал «Научное приборостроение». СПб. 2010. Т. 20, № 2. ISSN 8868-5886.
16. *Большев К. Н., Иванов В. А.* Компьютерные технологии в теплофизических измерениях // Промышленная теплотехника. 2011. Т. 33, № 7. С. 131–132.
17. *Большев К. Н., Иванов В. А., Тимофеев А. М.* Мониторинг температурного режима грунтов // Промышленная теплотехника. 2011. Т. 33, № 7. С. 145–146.
18. *Большев К. Н., Иванов В. А., Степанов А. А.,Каминский В. В.* Применение барорезисторов из моносульфида самария при проведении теплофизических экспериментов // Журнал «Вестник МАХ». 2014. № 3. С. 15–21.
19. *Большев К. Н., Иванов В. А., Степанов А. А.* Применение информационных технологий в автоматизации натурных измерений и промышленных инженерных задачах // Промышленная теплотехника. 2013. Т. 35, № 7. С. 160–169.

РАСЧЕТ ТЕРМОПРОСАДКИ БИОПРУДА В РАЙОНАХ МНОГОЛЕТНЕЙ МЕРЗЛОТЫ

CALCULATION OF THERMAL SETTLEMENT OF OXIDATION POND IN PERMAFROST AREAS

Капитонова В.С.[1], Константинова Т.И.[2], Степанов С.П.[2], Пермяков П.П.[3]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Инженерно-технический институт, Якутск, Россия;* vierakap@mail.ru

[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, Якутск, Россия;*

[3] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;*

За последние годы в малых населенных пунктах значительно увеличилось количество водопользователей, что привело к глобальной проблеме утилизации и очистки сточных вод в сельской местности (в малых городах и поселках городского типа), в такой же ситуации находятся улусные центры Центральной Якутии.

Сооружения очистки сточных вод могут быть условно разделены на два вида. К первому виду относятся сооружения, в которых процесс биологической очистки протекает в условиях близких к естественным (биопруды (биоплато), поля фильтрации). В сооружениях второго вида аналогичная очистка осуществляется в искусственно созданных сооружениях: аэротенках, биофильтрах.

Биопруд - гидротехническое сооружение, использующее естественные свойства высшей водной растительности (ВВР), бактериальных поселений зарослей, планктоновых водорослей, способных разлагать, поглощать и преобразовывать органические и неорганические загрязнители, обеспечивая доочистку воды. Водные растения в водоемах выполняют следующие основные функции: фильтрационные (способствуют оседанию взвешенных веществ); поглотительные; накопительные; окислительные; детоксикационные (растения способны накапливать токсичные вещества и преобразовывать их в нетоксичные).

Данные сооружения с минимальным капитальным вложением при строительстве являются оптимальными в условиях сельской местности, очистка осуществляется без применения дорогостоящих реагентов и с небольшим расходом энергии.

На практике биологические пруды бывают с естественной и искусственной аэрацией, контактные, проточные, серийные (состоящие из каскада прудов). Биологические пруды представляют собой мелкие котлованы глубиной от 0,5 – 1 м при естественной аэрации и до 3 – 4,5 м при искусственной. Располагают их на слабофильтрующих грунтах. Биоплато, как искусственное озеро из сточных вод, отепляющее влияет на подстилающие горные породы, и будет сопровождаться негативными мерзлотными процессами, как термокарст, просадка, пучение и заболачивание.

Температурное взаимодействие биопруда с многолетней мерзлотой описывается нелинейным уравнением Стефана. Численное решение задачи состоит из следующих этапов:

- Построение геометрической области и генерация сетки (программа Gmsh);
- Численная реализация проводится на основе пакета FEniCS;
- Визуализация полученных результатов (программа Paraview).

Предложенный алгоритм можно использовать для оценки величины термопросадки при прогнозе температурного взаимодействия биопруда с многолетней мерзлотой.

Используя уравнение термопросадки, получили их значения, которые через 5 и 10 лет соответственно равны 0.65 и 0.76 метра.

ПЕРСОНАЛИЗИРОВАННАЯ ЭНЕРГЕТИКА В УСЛОВИЯХ КРАЙНЕГО СЕВЕРА

PERSONALIZED ENERGY IN THE FAR NORTH

Коваленко А. Н.[1], Большев К. Н.[2], Степанов А. А.[2]

[1] *Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, г. Санкт-Петербург, Россия;* ras-kan@mail.ru

[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;*

Рассматриваются специфические проблемы, перспективы и достижения в развитии систем персонализированной энергетики для условий Крайнего Севера. Анализируются различные концепции разработки методов и средств персонализированного энергообеспечения для автономного выживания в суровых условиях отдаленного природного обитания, чрезвычайных ситуаций стихийных бедствий и техногенных катастроф при недоступности централизованного энергоснабжения или при стремлении снизить экономические и экологические издержки удаленного производства и транспортировки энергии. Обсуждаются обусловленные фундаментальными физическими законами возможности и ограничения использования в этих целях традиционных и возобновляемых альтернативных энергетических источников, процессов и устройств извлечения, накопления и преобразования их энергии в необходимые потребительские формы. Освещаются вопросы разработки наноструктурированных материалов с особыми функциональными свойствами для систем персонализированной энергетики. Рассматриваются механизмы формирования требуемых наноструктур в синтезируемых материалах, особенно с большим содержанием межфазных образований фрактальной природы, а также методы исследования их структурно-фазовых характеристик, определяющих достижимость заданных параметров модельных преобразователей и накопителей энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фортов В. Е., Попель О. С.* Энергетика в современном мире. Долгопрудный: Издательский дом Интеллект, 2011.
2. *Данилевич Я. Б., Коваленко А. Н.* Энергетика и ее место в современном мире // Известия РАН, Энергетика. 2004. № 6. С. 20–28.
3. *Данилевич Я. Б., Коваленко А. Н., Шилин В. Л.* Автономные системы электро- и теплоснабжения с буферным накоплением энергии // Известия РАН, Энергетика. 2002. № 4.
4. *Данилевич Я. Б., Коваленко А. Н.* Тепловые насосы в системах малой энергетики // Известия РАН, Энергетика. 2005. № 1. С. 63–69.
5. *Альмяшева О. В., Гусаров В. В., Данилевич Я. Б., Коваленко А. Н., Шилова О. А.* Новый тип супернакопителей энергии на основе неуглеродных наноматериалов // Труды научно-исследовательского центра фотоники и оптоинформатики. 2010. Т. 1, № 2. С. 187–204.
6. *Рутберг Ф. Г., Гусаров В. В., Коликов В. А., Воскресенская И. П., Снегов В. Н., Стогов А. Ю., Черепкова И. А.* Исследование физико-химических свойств наночастиц, полученных с помощью импульсных электрических разрядов в воде // ЖТФ. 2012. Т. 82, № 12. С. 33–36.

7. *Kovalenko A. N., Kalinin N. V.* (2014) Thermodynamic instability of Compound and formation of nanosized particles nearby the critical point of phase generating media. *Nanosystems: physics, chemistry, mathematics*, vol. 5, no. 2, pp. 258–293.
8. *Kovalenko A. N.* (2019)Fractal characterization of nanostructured materials. *Nanosystems: physics, chemistry, mathematics*, vol. 10, no. 1, pp. 42–49.
9. *Popkov V. I., Almjasheva O. V., Panchuk V. V., Semenov V. G., Gusarov V. V.* (2016) The role of pre-nucleus states in formation of nanocrystalline yttrium orthoferrite. *Doklady Chemistry*, vol. 471, no. 4, pp. 439–443.

МЕТОД ЭФФЕКТИВНЫХ ОПЕРАТОРОВ – КАК МОДЕЛЬ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

METHOD OF EFFECTIVE OPERATORS - AS A MODEL OF MULTICHARGED IONS

Кычкин И. С., Сивцев В. И.

Северо-восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, физико-технический институт, Якутск, Россия;

Высокозарядные ионы, для которых величина αZ, пропорциональная отношению скорости v электронов к скорости света c в вакууме, приближается к единице, представляют релятивистские системы. Особенно усилившиеся в последние десятилетия наблюдения высокозарядных ионов в естественных и лабораторных условиях (космология, ускорители), представляющих интерес для астрофизики и новейших областей науки и техники, вызывает все возрастающий интерес исследованию таких систем не только экспериментаторов, но и теоретиков.

Предлагается модель многозарядных ионов, в которой релятивистский гамильтониан системы заменяется эффективным оператором таким образом, что релятивистский матричный элемент релятивистского гамильтониана равен нерелятивистскому матричному элементу эффективного оператора:

$$\left\langle \Psi \,\middle|\, \hat{H}_{rel} \,\middle|\, \Psi' \right\rangle = \left(\Psi \,\middle|\, \hat{H}_{eff} \middle| \Psi' \right).$$

В качестве релятивистского гамильтониана H_{rel} можно брать оператор Брейта [1,2], выражаемый через матрицы Дирака $\overrightarrow{\alpha},\ \beta\ (\gamma_i)$. Эффективный оператор может быть выражен через полные в орбитальном и спиновом пространствах единичные операторы w^{kk}:

$$\left(l_1 s \left\| w^{kk} \right\| l_2 s\right) = \delta\left(l_1 k l_2\right) \delta\left(s k s\right).$$

Метод замены релятивистского гамильтониана $\hat{H}_{rel}$ эффективным оператором $\hat{H}_{eff}$ позволяет вести теоретические исследования в привычном для экспериментаторов LS – представлении. При этом, в отличие от известного второго приближения Паули [1,2], в этом методе не теряется значительный косвенный релятивистский эффект для внешних электронов, которые при небольших Z могут быть нерелятивистскими, не говоря уже о том, что все релятивистские поправки порядка

$$(\alpha Z)^2 \approx \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

учитываются.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Б.М., Питаевский Л.П.*. Релятивистская квантовая теория: ч.1.. М.: Наука, 1968.
2. *Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В КРУТОНАКЛОННОМ КОНЦЕНТРАТОРЕ

MODELING PARTICLE MOTION IN A STEEPLY INCLINED CONCENTRATOR

Куличкина Т. П.[1*], Никифорова Л. В.[1], Яковлев Б. В.[1], Еремеева Н. Г.[2], Матвеев И. А.[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М. К.Аммосова, Якутск , Россия;* *turaret_2017@mail.ru

[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт горного дела Севера им. Н.В. Черского СО РАН, Якутск, Россия;*

При гравитационном обогащении полезных ископаемых используют различные устройства, в том числе сепараторы с применением потока воды. С целью оптимизации параметров устройств разрабатываются математические модели процессов сепарации в устройствах обогащения. В настоящей работе представлены результаты исследования движения частиц в наклонной плоскости под действием потока воды. Разработанный в Лаборатории полезных ископаемых ИГДС СО РАН крутонаклонный концентратор для обогащения россыпей является усовершенствованием такого устройства.

Исследуемое устройство состоит из наклонной плоскости, по которой движется частица под действием изотропного потока воды относительно нижнего угла плоскости. Начальное положение частицы находится около точки исхода потока. Исследуемая частица движется под действием силы потока воды, силы реакции наклонной плоскости (угол наклона β), силы трения и силы тяжести по некоторой траектории в зависимости от начальной скорости. При этом начальная скорость частицы имеет произвольное направление от 0° до 90° (угол отсчитывается от нижнего горизонтального ребра).

Целью данной работы является определение вероятности положения частицы на наклонной плоскости при заданных условиях.

Задача определения вероятности положения одной частицы в устройстве появляется при разработке математических моделей коллективного движения частиц. Для определения вероятности положения частицы используется метод ансамлей Гиббса. Согласно этому методу определяются все возможные положения частицы в произвольный момент времени при различных начальных значениях положений и скорости частицы. При этом начальные параметры зависят от начального значения распределения вероятностей. Множество возможных положений представляет собой пространство состояний. Таким образом, функция распределения будет величиной пропорциональной плотности распределения возможных положений частицы в заданной области. Возможные положения частицы на рабочей поверхности устройства определяются законом движения, который получается интегрированием уравнения движения

$$m\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{F}_v + m\mathbf{g} + \mathbf{F}_f + \mathbf{N}, \tag{1}$$

где $\mathbf{R}$ – радиус вектор тела,m - его масса, $\mathbf{F}_v = a(\mathbf{u} - \mathbf{v})$ – сила действия потока воды, здесь используется формула Стокса, a - коэффициент сопротивления при движении тела в среде, зависящая от характеристики среды, формы и свойств тела, $\mathbf{u}$ – скорость потока воды, $\mathbf{v}$ — скорость движения тела, $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ – ускорение свободного падения, $\mathbf{F}_f = Nf\mathbf{v}/v$ - сила трения о поверхность, $\mathbf{N} = -mg\sin\beta\cos\beta\mathbf{e}_y + mg\cos^2\beta\mathbf{e}_z$ – сила реакции поверхности, β - угол наклона плоскости.

Экспериментальные исследования показали, что при воздействии потоком с различной скоростью на частицу, при разных значениях угла наклона плоскости и при различных массах частиц характер изменения значения вероятности также совпадает с теоретическим предсказанием. Таким образом, разработанная математическая модель и предложенный метод определения вероятности могут быть эффективно использованы при разработке более сложных математических моделей задач обогащения полезных ископаемых.

РАЗРАБОТКА РЕЦЕПТУРЫ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ РЖАВЧИНЫ НА ОСНОВЕ ЭКСТРАКТА КОРЫ ЛИСТВЕННИЦЫ СИБИРСКОЙ

DEVELOPMENT OF A RUST CONVERTER RECIPE BASED ON SIBERIAN LARCH BARK EXTRACT

Кузьмина И. Е., Федорова А. И.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;

В данной работе приводятся результаты исследования антикоррозионного защитного действия экстракта коры лиственницы с целью создания преобразователя ржавчины с тремя компонентами: экстракт коры лиственницы, фосфорная кислота, коллаген. Установлено, что защитное действие экстракта коры лиственницы составило 37,5%, а добавление коллагена повышает защитное действие экстракта в 2,3 раза. Это можно объяснить тем, что в присутствии коллагена происходит не только хорошее сцепление танинов с поверхностью железа за счет образования комплексных соединений, но и формируется защитная коллагеновая пленка, которая предотвращает доступ окислителей к поверхности металла. Выявлено, что защитное действие экстракта при нанесении после фосфорной кислоты увеличивается до 65%, так как образующиеся фосфаты железа, имея пористую структуру, являются хорошей грунтовкой, повышают сцепление преобразователя ржавчины. Защитное действие экстракта с коллагеновой добавкой после обработки H_3PO_4 составляет 65%. Синергетический эффект действия смеси трех компонентов (экстракт коры лиственницы, коллаген, 30% раствор H_3PO_4) в одном составе не обнаружен.

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ СОВМЕСТНОЙ ПРОКЛАДКИ ТРУБОПРОВОДА В УСЛОВИЯХ СЕВЕРА

CALCULATION OF THE OPTIMUM DISTANCE OF JOINT LAYING OF PIPELINE IN NORTHERN CONDITIONS

Ларионова И. Г., Григорьев В. В., Кондаков А. С.

Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова, Якутск, Россия;
Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия;

Рассматривается расчет оптимального расстояния в совместной прокладке труб холодного водоснабжения с трубами теплоснабжения и горячего водоснабжения для определения межтрубного расстояния в трубопроводе холодного водоснабжения в допустимом интервале. Рассчитаны величины межтрубных просветов, не допускающих чрезмерного охлаждения и нагрева воды в трубе холодного водоснабжения, при варьировании температуры окружающей среды в зависимости от сезона. Расчёты проведены для всех стандартных типоразмеров полипропиленовых труб PPRS, применяемых для нужд холодного и горячего водоснабжения в наружных распределительных сетях, с диаметрами до 125 мм включительно.

Стационарное температурное поле в поперечном сечении совместно проложенных в теплоизолированном пучке трубопроводов для теплоснабжения, холодного водоснабжения и горячего водоснабжения описывается двумерным уравнением теплопроводности в прямоугольных координатах, коэффициент теплопроводности зависит от положения координат точки кусочно-постоянно и равен соответствующему значению коэффициента теплопроводности субстанции (материала), в котором находится рассматриваемая точка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Самарский А. А., Вабищевич П. Н.* Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003.
2. *Патанкар С. В.* Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М: Изд-во МЭИ, 2003.

КОМПЬЮТЕРНЫЙ СИНТЕЗ РЕЧИ НА ЯКУТСКОМ ЯЗЫКЕ
COMPUTER SYNTHESIS OF YAKUT LANGUAGE SPEECH

Леонтьев Н. А.[1]**, Слепцов И. А.**[2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* leonza@mail.ru
[2] *ООО МИП ГумТех, Якутск, Россия;* slep_cold@inbox.ru

Современные системы синтеза речи основаны на компиляции фрагментов речи с больших баз данных, которые содержать сотни тысяч или миллионы фрагментов речи. Запись производится многими часами и потом размечается вручную. Для тюркских агглютинативных языков можно использовать компиляцию дифонов и полуслогов. Большая работа произведена для турецкого [1] и татарского языка [2], для них уже существуют синтезаторы речи. В мире наблюдается переход к полуслоговому синтезу речи, так как такое разделение сохраняет естественные переходы типа гласный-согласный, согласный-гласный и обладает улучшенным качеством речи.

Развитие северных территорий подразумевает не только техническое развитие, но повышение уровня цифровизации местных языков. Компьютерная обработка естественных языков необходимо для внедрения технологий в традиционный уклад жизни северян, для сохранения и преумножение языков.

Для задач компьютерной обработки естественных языков были поставлены задачи по созданию языкового машинного корпуса, по созданию синтезатора устной речи, по исследованию распознавания речи, по морфологической и семантической обработке текстов на якутском языке. Был собран машинный корпус якутского языка [3]. В ходе обработки машинного корпуса были получены частотные свойства словоупотреблений, словарь словоформ. Получены слоговые и полуслоговые конструкции языка с указанием частотных свойств. Сформирован дикторский текст для слогового [4] и полуслогового синтеза устной речи на якутском языке. Для формирования базы данных речевых сигналов был собран набор звуковых записей у носителей языка. Звуки были вручную разделены на звуковые фрагменты-полуслоги.

Используя созданную базу данных звуковых фрагментов синтезируется устная речь на якутском языке. Разборчивость речи находится на хорошем уровне. Наличия посторонних шумов и высокочастотных искажений минимально, при соблюдении условии корректной записи голоса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gokay R., Yalcin H.* (2009) Improving Low Resource Turkish Speech Recognition with Data Augmentation and TTS. *International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*, pp. 357–360.
2. *Khusainov, A. Khusainova, A.* (2016) Speech analysis and synthesis systems for the tatar language. Proceedings of the *AINL FRUCT*, Conference Article number 7891858.
3. *Leontiev N.* (2015) The Newspaper Corpus of the Yakut Language. Proceedings of the *Turklang-2015, 17–19 september, Kazan, Russia*, pp. 233–235.
4. *Леонтьев Н.А., Слепцов И.А., Токарев И.З.* Составление дикторского текста для задач слогового синтеза и распознавания речи // Современные фундаментальные и прикладные исследования. 2017. № 24. С. 42–46.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЛНЫ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ В МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

MATHEMATICAL MODEL OF CURRENT AND VOLTAGE WAVES IN A MULTICONDUCTOR TRANSMISSION LINE

Лонгинова В. Я.*, Григорьев Ю. М.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *vikatakyrova@mail.ru

В многопроводных линиях передач, примером которой является линия электропередачи, при ближнем разряде молнии возникают индуцированные напряжения и токи. Они состоят из двух компонент – электромагнитной и электростатической. Электростатическую компоненту мы называем волна тока и напряжения (ВТН), она возникает при разбегании по проводникам линии зарядов, индуцированных электростатическим полем грозового облака. В условиях многолетней мерзлоты, когда имеется мощный слой диэлектрика в виде мерзлоты, электростатическая компонента может иметь параметры, сравнимые с электромагнитной. Это подтверждено вычислительными реализациями математических моделей ВТН в однопроводной линии [1–2]. В данной работе разработана математическая модель ВТН в многопроводной линии передачи. Математически задача сводится к решению начально–краевых задач для обобщенной системы телеграфных уравнений со специальными начальными и граничными условиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Григорьев Ю. М., Орлова М. Н.* Математическая модель грозовых перенапряжений в линии передач с учетом зависимости тока молнии от времени // Вестник ЯГУ. 2007. Т. 6, № 10. С. 6–10.
2. *Григорьев Ю. М., Орлова М. Н.* Индуцированные перенапряжения в линии передач при разряде молнии между облаками // Математические заметки ЯГУ. 2009. Т. 16, Вып. 1. С. 128–141.
3. *Grigor'ev Y. M., Borisova M. N., Longinova V. Y., Popova A. A.* (2018) The electrostatic component of lightning induced currents in a short transmission line on a permafrost. *AIP Conference Proceedings*, vol. 2041, pp. 050020. doi: 10.1063/1.5079389

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ-СВИДЕТЕЛЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАСТУПЛЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ

APPLICATION OF ELEMENTS-WITNESSES FOR DETERMINATION OF THE OCCURRENCE OF THE LIMIT STATE OF STRUCTURES

Михайлов В. Е.*, Румянцев О. Р.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Российская Федерация; *mve59@mail.ru

Основной задачей при изготовлении металлоконструкций является достижение фактического ресурса их работы, близкой к оптимальным значениям срока их службы. Часто ресурс не достигает нормативного значения, рассчитанного по технико-экономическим показателям. Вследствие естественного разброса свойств материалов и условий эксплуатации, диапазон индивидуальных значений ресурса металлоконструкций весьма широк. Поэтому, особый интерес представляет проблема прогнозирования индивидуального ресурса машин и конструкций по результатам наблюдений за их состоянием в процессе эксплуатации. Прогнозирование индивидуального остаточного ресурса позволяет предупреждать возможные отказы и непредвиденные достижения предельных состояний, а также более правильно планировать периодичность диагностических и профилактических мероприятий. Знание индивидуального остаточного ресурса металлоконструкций дает возможность также регулировать режим эксплуатации с учетом накопления повреждений в наиболее опасных участках конструкции. Таким образом, для эффективного слежения за изменением технического состояния системы необходимо постоянно фиксировать эволюцию показателя надежности системы. На основе этой идеи получено ряд авторских свидетельств и патентов [1- 8].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Михайлов В.Е., Слепцов О.И., Макаров В.В.* Способ оценки усталостной долговечности конструкции. А.с. СССР № 1569661.
2. *Михайлов В.Е., Слепцов О.И., Ноев И.И.* Способ определения начала разрушения конструкции. А.с. № 1562750.
3. *Михайлов В.Е.* Способ оценки ресурса конструкции. А.с. СССР, №1829601.
4. *Михайлов В.Е., Ноев И.И.* Способ определения остаточных напряжений в металлических деталях. А.с. №1746216.
5. *Ноев И.И., Михайлов В.Е.* Способ усталостных испытаний конструкции. А.с. №1698691.
6. *Михайлов В.Е.* Способ испытаний конструкций на усталость при растяжении. Патент РФ №1748008. Роспатент.
7. *Михайлов В.Е.* Способ оценки усталостной долговечности конструкций. Патент РФ №1647360. Роспатент.
8. *Михайлов В.Е.* Способ определения скорости развития повреждений в конструкции. Патент РФ №1796963. Роспатент.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОССТАНОВЛЕННОГО ОКСИДА ГРАФЕНА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ТЕКСТИЛЯ С ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИМИ СВОЙСТВАМИ

THE USE OF REDUCED GRAPHENE OXIDE TO OBTAIN TEXTILES WITH ELECTRICALLY CONDUCTIVE PROPERTIES

Николаев Д. В.*, Евсеев З. И., Александров Г. Н., Слепцов Н. О.

Северо-Восточный федеральный университет
им. М.К. Аммосова, Якутск, Российская Федерация; *dv.nikolaev@s-vfu.ru

Создание тканей с электропроводящими свойствами (так называемого электронного текстиля) представляет большой интерес для исследования и разработки устройств гибкой и носимой электроники, в том числе датчиков жизнедеятельности человека, источников питания, нагревательных элементов, а также для Интернета вещей. [1] Углеродные наноматериалы, в частности, оксид графена, вызывают повышенный интерес исследователей благодаря возможности получения материалов с высокой проводимостью, устойчивостью к механическим нагрузкам и биосовместимостью [2]. В данной работе изготовлены и исследованы образцы проводящего текстиля на основе нейлона и хлопка со поверхностным слоем восстановленного оксида графена. Образцы текстиля погружались в суспензию оксида графена, затем высушивались на воздухе при комнатной температуре. Далее образцы, покрытые оксидом графена, подвергались воздействию паров гидразина для химического восстановления оксида графена. Электрическое сопротивление образцов практически не изменяется при повторяющихся циклах сгибания и разгибания, а также после стирки, что свидетельствует о стабильности проводящего покрытия. Полученные материалы могут быть использованы для создания изделий гибкой носимой электроники.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Yetisen A., Qu, H., Manbachi, A., Butt, Ha., Dokmeci, M., Hinestroza, J., Skorobogatiy, M., Khademhosseini, A., Yun, S.* (2016) Nanotechnology in Textiles. *ACS Nano*, vol. 10, pp. 3042–3068.
2. *Molina J.* (2016) Graphene-based fabrics and their applications: a review. *RSC Adv*, vol. 6, pp. 68261–69291.

ТОЧНЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

EXACT ANALYTICAL SOLUTIONS OF MULTICONDUCTOR TRANSMISSION LINE EQUATIONS

Ноговицын П. И.*, Григорьев Ю. М.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Российская Федерация; *NogovPI@gmail.com

Многопроводной линией передач называется система, состоящая из $(n+1)$ параллельных друг другу проводников. В такой линии один проводник является общим (обратный или нулевой проводник) для остальных. При определенных условиях вдоль такой линии распространяются квази-поперечные электромагнитные волны. Основными физическими характеристиками линии являются погонные параметры: активные сопротивления $R_j, j = 1, 2, ..., n+1$, емкости C_{kl}, индуктивности L_{kl} проводов и коэффициенты утечки зарядов G_{kl} в окружающую среду, рассчитанные на единицу длины; $k, l = 1, 2, ..., n$. Обозначим через I_k и U_k силу тока и напряжение в k-м проводнике, ось x направлена вдоль линии. Обобщенная система телеграфных уравнений, описывающая распространение токов и напряжений в такой линии может быть записано в следующем виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{I}}{\partial x} + \mathbf{C}\dfrac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{GV} = 0, \\ \dfrac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + \mathbf{L}\dfrac{\partial \mathbf{I}}{\partial t} + \mathbf{RI} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\mathbf{I}$ и $\mathbf{U}$ вектор–столбы, составленные соответственно из токов и напряжений в проводниках, матрицы $\mathbf{R}, \mathbf{C}, \mathbf{L}, \mathbf{G}$ специальным образом составлены из погонных параметров. Это система уравнений в частных производных первого порядка гиперболического типа. В работе найдены специальные соотношения, в виде алгебраических связей между погонными параметрами, обобщающие известное условие Хевисайда для однопроводной линии. Для такого случая аналитически решены задача Коши для системы (1) и первая начально–краевая задача на бесконечной полупрямой.

ВЛИЯНИЕ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТОНКИХ УГЛЕРОДНЫХ СТРУКТУР

INFLUENCE OF LOW TEMPERATURES ON THE ELECTRIC CONDUCTIVITY OF THIN CARBON STRUCTURES

Прокопьев А. Р.*, **Неустроев Е. П.**

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *aisenprokopiev@mail.ru

Тонкие углеродные пленки, в том числе пленки аморфного, наноструктурированного и алмазоподобного углерода, находят широкое применение в микро- и наноэлектронике, оптоэлектронных и сенсорных устройствах. [1] Исследуемые тонкие углеродные пленки были синтезированы методом плазменного осаждения в метане индуктивно-связанной плазмой с мощностью 200 Вт и частотой 13.56 МГц на поверхность диэлектрических подложек. Термообработки проводились в атмосфере аргона, при температурах от 650^0 С до 800^0 С, со временем обработки 15, 30 и 45 мин. [2] Толщина углеродных структур составляла от 30 до 100 нм. Полученные пленки были исследованы методами рамановской спектроскопии (Ntegra Spectra), атомно-силовой микроскопии (АСМ) (Ntegra Spectra), а также температурных зависимостей сопротивлений R(T), измеренных в интервале от 80^0 К до 300^0 К двухзондовым методом. В ходе исследования было обнаружено, что образцы, обработанные при Т=650^0C, проявляют явно выраженный термоактивационный механизм, соответствующий закону Эфроса-Шкловского. В докладе будут обсуждены полученные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ferrari A. C., J. Robertson J.* (2004) Raman spectroscopy of amorphous, nanostructured, diamond-like carbon, and nanodiamond. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, vol. 362, pp. 2477.
2. *Неустроев Е. П. , Прокопьев А. Р.* Свойства нанографита, образованного плазменным осаждением и последующей термообработкой. Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. Тверь: Твер. гос. ун-т. 2019. Вып. 11.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЛАЖНОСТНОГО РЕЖИМА ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ ГАЗОПРОВОДА ПРИ НАЛЕДИ

NUMERICAL SIMULATION OF THE HEAT MOISTURE REGIME OF THE SOIL BASE OF THE GAS PIPELINE DURING ICE

Пермяков П.П.[1*], Винокурова Т.А.[2], Попов Г.Г.[1]

[1] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;* permyakov2005@mail.ru

[2] *Институт мерзлотоведения СО РАН, Якутск, Россия;* tatyana_umka91@mail.ru

В районах многолетней мерзлоты магистральные трубопроводы с большой протяженностью подвергаются различным экзогенным процессам, как пучение, термопросадка, наледеобразование и т.д. В данной работе рассмотрено влияние наледи на тепловлажностный режим грунтового основания газопровода. Наледи, которые возникают и растут только в морозный период года, образуются за счет различных вод: подземных, речных и озерных (часто наледи имеют смешанные питания). При их многократном излиянии на поверхности и послойном замерзании образуются плосковыпуклые ледяные тела – наледи. Наледи влияют на перераспределения поверхностного стока, воздействуют на рельеф и обуславливают образование специфических отложений («наледный аллювий»), которые оказывают отрицательное воздействие на инженерные сооружения. Неизвестно как при наледи взаимодействуют магистральные трубопроводы с многолетней мерзлотой в зим-нее время, особенно, в горных местностях. Длина наледи составляет 3-5 км, ширина – 120-800 м, а высота достигает до 3 м в зависимости от температуры и источника воды.

Математическая модель тепловлагопереноса промерзающих – протаивающих грунтовых оснований в двумерной области представляет систему из двух нелинейных уравнений. Система уравнений расщепляется на одномерные задачи и реализуется методом направленных разностей с использованием итерации.

Для прогноза тепловлажностного режима грунтов в слое годовых теплооборотов и мощности деятельного слоя использованы данные метеостанций Центральной Якутии (средние суточные температуры воздуха, ежемесячные высоты снежного покрова) и теплобалансовые наблюдения на различных стационарах. Численные эксперименты произведены с учетом количества незамерзшей воды, атмосферных осадков и испарения.

В результате численного эксперимента установлено, что образование наледи происходит во второй половине зимы, и она имеет отепляющее влияние. В первой половине летнего периода наблюдается интенсивное протаивание наледи, а динамика глубины се-зонного протаивания идет с некоторым опозданием. Протаивание грунтового основания происходит одновременно с поступлением надмерзлотных вод, которое усиливает процесс протаивания и в начале зимнего периода глубины протаивания выравниваются.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований №18-41-140008.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ СВОЙСТВ ИЗДЕЛИЙ ИЗ ОЛЕНЬЕГО ВОЛОСА

RESEARCH OF HEAT-PROTECTIVE PROPERTIES OF PRODUCTS MADE OF DEER HAIR

Солдатов С. Н*, Сыромятникова М. А., Неустроева К. А.

Северо-Восточный Федеральный университет
им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *sn.soldatov@s-vfu.ru

Целью данной работы было экспериментальные исследования теплоизоляционных свойств продукции “Сахабулт” (Россия) содержащих олений волос и сравнение с аналогичными изделиями других производителей. Исследования тепловых потоков которые пропускают материалы показали, что лучшим теплоизолятором служит холлофайбер - софт100, на втором месте олений волос и хуже всех показал себя синтепон. Результаты измерения коэффициента теплопроводности оленьего волоса и сравнение с синтетическими волокнами и натуральной ватой показали, что олений волос обладает меньшей теплопроводностью чем синтепон и вата, но большей чем холлофайбер - софт100. Из чего следует, что лучшим современным теплоизолятором служит все-таки холлофайбер. Термическое сопротивление больше всех у натуральной ваты. Термическое сопротивление оленьего волоса больше чем у синтетических волокон, но гораздо меньше чем у натуральной ваты.

Олений волос является неплохим теплоизолятором, данный вывод следует из результатов экспериментов по сравнению с синтетическими волокнами, где он показал результаты лучшие чем популярный материал синтепон, но чуть уступил холлофайберу.

ЛИТЕРАТУРА

1. *K. Kuklane, V. Dejke* (2010) Testing Sleeping Bags According to EN 13537:2002: Details That Make the Difference. *International Journal of Occupational Safety and Ergonomics (JOSE)*, vol. 16, no. 2, pp. 199–216.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН В ДВ-СВ ДИАПАЗОНАХ МЕТОДОМ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

MODELING THE CHARACTERISTICS OF THE RADIO WAVES PROPAGATION IN LF-MF RANGE BY THE NORMAL WAVES METHOD

Соловьев Б. Д.*, Мельчинов В. П.

Северо-Восточный Федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *solovevobogdan2020@mail.ru

Решение задачи распространения радиоволн над сферической поверхностью земли актуально для земных радиоволн без учета влияния ионосферы. При решении этой задачи используются граничные импедансные условия, учитывающие слоистое строение подстилающей среды. Обычно при расчетах вычисляется функция ослабления в зависимости от расстояния. Для практики интерес представляет поведение модуля функции ослабления, который прямо пропорционален напряженности поля волны:

Широко используемый метод определения функции ослабления метод решения интегрального уравнения Хаффорда [1] пригоден для трасс с хорошей проводимостью, т.е. когда модуль поверхностного импеданса подстилающей среды значительно меньше 1. Для протяженных трасс с плохой проводимостью этот метод обладает неустойчивостью, что приводит к осцилляциям и в некоторых случаях к необоснованному росту модуля функции ослабления с расстоянием.

Для расчета функции ослабления на арктических протяженных трассах нами был использован метод нормальных волн (ряд Фока). Преимущество этого метода заключается в определении зависимости функции ослабления от высоты расположения приемника, что важно для приема сигналов на борту самолета или другого летательного объекта. На малых расстояниях для определения функции ослабления требуется суммирование очень большого числа членов ряда, поэтому на расстояниях до 50 км расчеты функции ослабления проводились по формуле Зоммерфельда для плоской земли с последующим сшиванием результатов вычислений по ряду нормальных волн.

Выполнены модельные расчеты методом нормальных волн модуля функции ослабления над арктическими трассами, проходящими над открытым морем и над структурой «лед-море» с учетом высотного множителя. Оказалось, что в случае слабоиндуктивных значений импеданса модуль функции ослабления уменьшается с высотой. Это означает, что поле у поверхности моря меньше, чем на высоте из-за оттока энергии в полупроводящую нижнюю среду.

Для сильноиндуктивных значений фазы поверхностного импеданса необходим учет поля поверхностной волны [2,3]. При решении методом ряда нормальных волн добавляется член, учитывающий вклад поверхностной волны в виде экспоненциальной зависимости от численного расстояния. Высотная зависимость для поверхностной волны также предполагает экспоненциальную зависимость от высоты.

Выполненные модельные расчеты показали, что при толщине льда более 0,5 м на арктических морях возникает поверхностная электромагнитная волна, которая вносит существенный вклад в результирующее поле у поверхности, покрытой льдом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Проскурин Е. П., Пылаев А. А., Тихомиров Н. П., Штейнберг А. А.* Распространение радиоволн над электрически и геометрически неоднородными трассами // Проблемы дифракции и распространения волн. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981. Вып. 18. С. 171–183.
2. *Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т.* Распространение электромагнитных волн надземной поверхностью. М.: Наука, 1991.
3. *Макаров Г. И.* Работы В.А. Фока в области распространения радиоволн и их дальнейшее развитие // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2009. Вып. 4. С. 154–161.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ИДЕАЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ РАСЧЕТА ФАЗОВОГО РАВНОВЕСИЯ ВОДЫ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

APPLICATION OF MODELS OF IDEAL SYSTEMS FOR CALCULATING THE PHASE EQUILIBRIUM OF WATER IN ROCKS

Старостин Е. Г., Кравцова О. Н.*, Таппырова Н. И., Протодьяконова Н. А., Иванов В. А.

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия; *o.n.kravtsova@iptpn.ysn.ru

Многокомпонентные системы состоят из твердой и жидкой фаз (вода + растворенное вещество). При этом основное влияние на свойства системы [1, 2] в целом и на процессы, которые происходят в ней, оказывает вода [3-5], особенно при отрицательных температурах [6-8] когда появляется лед. Рассмотрены модели фазового равновесия воды в горных породах. При этом, минеральный скелет определяется совокупностью частиц с постоянной эффективной молярной массой, которая зависит от вида породы и свойств ее поверхности минерального скелета. Тогда возможно применение термодинамики многокомпонентных систем для описания фазового состояния воды в этих породах, и при этом разработать модели фазового равновесия порового раствора в породах при отрицательных температурах. Максимально упрощая эти модели, можно исследовать закономерности фазового равновесия порового раствора. Достоверность применения данных моделей проверена сравнением полученных результатов расчета изотерм адсорбции и содержания незамерзшей воды с экспериментальными данными и эмпирическими формулами. Проанализированы условия для применимости приближений на основе известного принципа суперпозиции, позволяющие рассчитать свойства таких систем, как многокомпонентные (засоленных горных пород) и исходя из свойств идеальных бинарных систем (не засоленных горных пород и объемных растворов).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вотяков И. Н.* Физико - механические свойства мерзлых грунтов Якутии. Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1975.
2. *Чеверев В. Г.* Природа криогенных свойств грунтов. Москва: Научный мир, 2004.
3. *Бровка Г. П.* Тепло- и массоперенос в природных дисперсных системах при промерзании. Минск: Наука и техника, 1991.
4. *Комаров И. А.* Термодинамика и тепломассообмен в дисперсных горных породах. Москва: Научный мир, 2003.
5. *Чистотинов Л. В.* Миграция влаги в промерзающих неводонасыщенных грунтах. Москва: Наука, 1973.
6. *Watanabe K., Mizoguchi M.* (2002) Amount of unfrozen water in frozen porous media saturated with solution. *Cold Regions Science and Technology*, no. 34, pp. 103–110.
7. *Гречищев С. Е., Чистотинов Л. В., Шур Ю. Л.* Основы моделирования криогенных физико-геологических процессов. Москва: Наука, 1984.
8. *Роман Л. Т.* Механика мерзлых грунтов. Москва: Наука/Интерпериодика, 2002.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СВАРКИ ПОЛИЭТИЛЕНОВЫХ ТРУБ В ОТАПЛИВАЕМЫХ УКРЫТИЯХ ПРИ ТЕМПЕРАТУРАХ НАРУЖНОГО ВОЗДУХА НИЖЕ НОРМАТИВНЫХ

MODELING THE DYNAMICS OF THE TEMPERATURE FIELD OF WELDING OF POLYETHYLENE PIPES IN HEATED SHELTERS AT OUTDOOR TEMPERATURES BELOW STANDARD

Старостин Н. П.*, Аммосова О. А.

Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск, Россия; *nikstar56@mail.ru

Существующая технология сварки полиэтиленовых (ПЭ) труб для газопроводов позволяет проводить сварочные работы при температурах окружающего воздуха (ОВ) от -15 до +45 °C [1]. при более широком интервале температур сварочные работы рекомендуется выполнять в помещениях (укрытиях), обеспечивающих соблюдение заданного температурного интервала. При этом не указывается продолжительность выдержки свариваемых труб в укрытии до начала проведения сварочных работ. Подобная неопределенность в режиме подогрева для сварки является одной из причин низкого качества сварных соединений, выполненных при низких температурах.

В то же время затраты времени на выполнение одного сварного соединения ПЭ труб при температурах воздуха ниже допустимых с термостатированием свариваемых концов труб до температуры в укрытии составляют 4-6 часов. На практике нередки случаи кратковременного выдерживания концов свариваемых труб для сварки в укрытии. При недостаточной продолжительности выдержки в укрытии в стенках труб устанавливается температура ниже, чем в укрытии. Вследствие несоответствия температур в стенке трубы и в укрытии скорость охлаждения материала сварного шва может оказаться выше, чем при сварке в условиях допустимых температур воздуха. При высоких скоростях охлаждения из расплава формируется мелкокристаллическая структура, обуславливающая пластичность материала сварного шва. В результате возникают растягивающие остаточные напряжения, которые значительно снижают прочность сварного соединения.

В данной работе на основе математического моделирования теплового процесса исследуется динамика температурных полей сварного шва при сварке в условиях низких температур воздуха при различных продолжительностях выдержки концов труб в теплом укрытии. Расчетами показано, что при недостаточной выдержке труб в укрытии динамика температурных полей при сварке отклоняется от динамики, характерной для стандартной сварки. Несмотря на то, что охлаждение сварного соединения проводится при допустимой для сварки температуре окружающего воздуха, снижение температуры в сварном шве происходит более интенсивно, что обусловлено увеличением кондуктивной теплопередачи. Кроме того, вследствие недостаточного подогрева труб, объем расплава получается меньше, чем при стандартной сварке. Расчетами показаны границы расплава при различных условиях сварки. Даются рекомендации по сварке ПЭ труб при низких температурах с использованием укрытий.

Работа выполнена в рамках Госзаказа ФАНО РФ (проект АААА-А17-117040710038-8 от 07.04.2017 г.).

ЛИТЕРАТУРА

1. *СП 42-103-2003.* Проектирование и строительство газопроводов из полиэтиленовых труб и реконструкция изношенных газопроводов. М: ФГУП ЦПП, 2004.

КОМПОЗИТЫ НА ОСНОВЕ АЛЮМИНИЯ С ДОБАВКОЙ ПОРОШКА ЖЕЛЕЗА

COMPOSITES BASED ON ALUMINUM WITH ADDITION OF IRON POWDER

Тарасов П. П. [1,2], Иванова Е. В.[1], Прядезников Б. Ю.[1], Петров П. П.[2], Степанова К. В.[2]

[1]*Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* kftt_fti@mail.ru

[2]*Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;*

Установлено, что индивидуальные частицы измельченной железной руды Ленского рудного поля имеют полиминеральный состав, первоначально сложены из зерен окислов железа с вкрапленниками зерен окислов кремния, алюминия и калия. Порошок восстановленной руды прошедшей дополнительное обогащение отличается более высокой дисперсностью и высоким содержанием железа, отсутствием окисла калия [1].

Получены спеченные порошковые материалы на основе алюминия с добавкой порошков восстановленной руды. Установлено, что повышение температуры спекания приводит к уменьшению остаточной пористости прессовок, снижение концентрации добавки до 22,8 вес.% приводит к уменьшению остаточной пористости спеченных композитов. Увеличение температуры спекания и применение в качестве легирующей добавки порошка восстановленной руды с дополнительным обогащением приводит к повышению твердости образцов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Tarasov P. P., Pryadeznikov B. Y., Petrov P. P., Stepanova K. V., Sleptsov O. I.* (2018) Morphology and properties of red iron ore powder. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, vol. 52, no. 4, pp. 690–695.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РАДИАЦИОННОГО НАГРЕВА ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЫ
NUMERICAL ANALYSIS OF RADIATIVE HEATING OF TWO-LAYER SEMITRANSPARENT MEDIUM

Тимофеев А. М.

Северо-восточный федеральный университет им. М.К. Амосова, Якутск, Россия; am.timofeev@s-vfu.ru

Проведен численный анализ теплового состояния двухслойной полупрозрачной системы, на верхнюю границу которой падает внешнее излучение. Постановка задачи моделирует нагрев солнечным излучением гипотетического снежно-ледового покрова, состоящего из двух слоев с различными коэффициентами поглощения и рассеяния. Также, на внешней границе задано условие конвективного теплообмена с окружающей средой, имеющей температуру ТА. Температура нижней поверхности системы TL формируется под действием пропущенного слоем излучения и отвода тепла теплопроводностью в непрозрачную полубесконечную подложку. Расчеты выполнены при значениях определяющих параметров задачи, характерных для зимнего времени. Для решения радиационной задачи использовался метод, разработанный в [1] для многослойной полупрозрачной системы и заключающийся в последовательном решении уравнения переноса излучения методом средних потоков от слоя к слою с итерационным уточнением граничных значений радиационных потоков. Верификация метода проводилась путем сопоставления с точными аналитическими решениями и результатами работы [2]. На основании предложенной модели радиационно-кондуктивного теплообмена в двухслойной полупрозрачной среде установлено, что формирование температурного поля в слоистой снежно-ледовой толще носит сложный характер, который определяется интенсивностью объемного ослабления падающего излучения в разных слоях в разных участках спектра. Показано, что в зависимости от оптической толщины слоев, преобладания в них поглощения или рассеяния падающего излучения, более интенсивно могут прогреваться подповерхностные или более глубокие слои СЛТ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rubtsov N. A., Timofeev A .M.* (2000) Simulation of radiative-conductive heat exchange in multilayer semitransparent system. *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 7, no. 10, pp. 411–420.
2. *Spucler C. M., Siegel R.* (1996) Two-Flux and Diffusion Method for Radiative Transfer in Composite Layers. *Journal of Heat Transfer*, vol. 118, no 1, pp. 218–222.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕСНОГО ЛЬДА, АРМИРОВАННОГО БАЗАЛЬТОВЫМИ НАПОЛНИТЕЛЯМИ ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В АРКТИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЯХ

MATHEMATICAL MODELING OF THE STRENGTH PROPERTIES OF ICE REINFORCED WITH BASALTIC FILLERS FOR USE IN ARCTIC

Федорова Л. К.[1*], **Сыромятникова А. С.**[1,2]

[1] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;* *flk_84@mail.ru
[2] *Обособленное подразделение ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН» Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск, Россия;*

В работе представлены результаты математического моделирования прочностных характеристик пресного льда, армированного базальтовыми волокнами. Проведен сравнительный анализ результатов математического моделирования прочностных и эксплуатационных свойств композиционных материалов на основе льда (КМЛ) с экспериментальными данными, представленными в работах [1, 2]. Показано, что результаты проведенного математического моделирования могут быть использованы для проектирования и строительства сооружений арктического назначения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сыромятникова А. С., Большаков А. М., Кычкин А. К., Алексеева А. В.* Армирование композиционных материалов на основе пресного льда наполнителями природного происхождения. // Материаловедение. 2020. № 1. С. 57–60.
2. *Нужный Г. А., Гриневич Д. В., Бузник В. М., Разомасов Н. Д., Гончарова Г. Ю.* Влияние расположения и содержания базальтового наполнителя на механические характеристики композиционных материалов на основе ледяной матрицы. // Материаловедение. 2019. № 11. С. 36–42.

ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА ОДНОСЛОЙНОГО ГРАФЕНА ДОПИРОВАННОГО АТОМАМИ АЗОТА И БОРА

ELECTRONIC PROPERTIES OF MONOLAYER GRAPHENE DOPED WITH NITROGEN AND BORON ATOMS

Шарин Е. П.*, Евсеев К. В.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *ep.sharin@s-vfu.ru

Графен обладает целым рядом привлекательных физических и химических свойств, таких как высокая подвижность электронов, высокая теплопроводность, высокая удельная поверхность, механическая прочность, гибкость и химическая стабильность [1]. Эти свойства в сочетании с простым способом получения делают графен перспективным материалом для широкого применения в гибкой электронике, наноэлектронике, в устройствах преобразования и накопления энергии [2,3]. Все это позволяет изготавливать электронные устройства с гораздо более широкими функциональными возможностями по сравнению с существующими. Однако отсутствие энергетической щели между валентной зоной и зоной проводимости ограничивает широкое использование графена. Это приводит к ряду проблем использования его в качестве материала для создания наноэлектроники, в которой используются полупроводники, например, полупроводники p-типа или n-типа используются в транзисторах. Простой способ получения запрещенной зоны - это функционализация графена путем легирования с замещением, т.е. некоторые атомы углерода в графеновом листе заменяются посторонними атомами [4,5]. Эти исследования показывают, что зонная структура графена чувствительно зависит от природы атомов легирующей примеси.

В настоящей работе на основе метода функционала плотности рассчитаны зонные структуры однослойного графена допированного атомами азота и бора при различных концентрациях легирования. Все расчеты выполнены в рамках теории функционала плотности (DFT) с использованием метода псевдопотенциала на основе плоских волн, реализованного в коде Quantum Espresso. Показано, что появление и величина запрещенной зоны зависят от типа и концентрации допирующих атомов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Geim A. K., Novoselov K. S.* (2007) The Rise of Graphene. *Nature Material*, vol. 6, no. 3, pp. 183–191
2. *Morozov S. V., Novoselov K. S., Katsnelson M. I., Schedin F., Elias D. C., Jaszczak J. A., Geim A. K.* (2008) Giant Intrinsic Carrier Mobilities in Graphene and Its Bilayer. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, pp. 016602–016605
3. *Lee C., Wei X., Li Q., Carpick R., Kysar J., Hone J.* (2004) Ultrathin Epitaxial Graphite: 2D Electron Gas Properties and a Route toward Graphene-Based Nanoelectronics. *J. Phys. Chem. B.*, vol. 108(52), pp. 19912–19916
4. *Rani P., Jindal V. K.* (2013) Designing band gap of graphene by B and N dopant atoms. *RSC Adv*, vol. 3, pp. 802–812
5. *Varghese S. S., Swaminathan S., Singh K. K., Mittal V.* (2016) Two-Dimensional Materials for Sensing: Graphene and Beyond, *Electronics*, vol. 5, no. 4, pp. 651–687

КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАМАН-СПЕКТРА ГРАФЕНОВЫХ НАНОЛЕНТ

CALCULATION OF THE RAMAN SPECTRUM OF GRAPHENE NANORIBBONS

Шарин Е. П.*, Пономарев В. В.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия; *ep.sharin@s-vfu.ru

Графеновые наноленты (GNR) - обладают уникальными электронными свойствами, которые делают их интересным материалом для наноэлектронных устройств. В отличие от графена, GNR имеют значительную запрещенную зону из-за квантового ограничения, что является фундаментальным требованием для приложений. Электронные свойства GNR зависят от ширины лент и структуры краев.

Однако интеграция GNR в наноэлектронные устройства является критическим этапом, поскольку необходимо сохранять качество GNR и контролировать его после переноса на подложку. Рамановская спектроскопия является пока единственным методом, способным исследовать структурное качество GNR на всем пути от роста в условиях сверхвысокого вакуума (UHV) до интеграции в наноэлектронные устройства. В данной работе на основе метода функционала плотности исследуются колебательные свойства графеновых нанолент. края которых пассивированы атомами водорода. Установлено, что для всех рассмотренных нами нанолентах существует три активных моды: это радиально-дышащая мода (RBLM) в области частот 346-474 cm^{-1}, локализованная мода в области частот 1449-1462 cm^{-1} и графен подобная мода на частоте около cm^{-1}. Эти активные моды могут быть полезны для идентификации различных нанолент в экспериментах по комбинационному рассеянию света.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Geim A. K., Novoselov K. S.* (2007) The Rise of Graphene. *Nature Material*, vol. 6, no. 3, pp. 183–191
2. *Morozov S. V., Novoselov K. S., Katsnelson M. I., Schedin F., Elias D. C., Jaszczak J. A., Geim A. K.* (2008) Giant Intrinsic Carrier Mobilities in Graphene and Its Bilayer. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, pp. 016602–016605
3. *Lee C., Wei X., Li Q., Carpick R., Kysar J., Hone J.* (2004) Ultrathin Epitaxial Graphite: 2D Electron Gas Properties and a Route toward Graphene-Based Nanoelectronics. *J. Phys. Chem. B.*, vol. 108(52), pp. 19912–19916
4. *Rani P., Jindal V. K.* (2013) Designing band gap of graphene by B and N dopant atoms. *RSC Adv*, vol. 3, pp. 802–812
5. *Varghese S. S., Swaminathan S., Singh K. K., Mittal V.* (2016) Two-Dimensional Materials for Sensing: Graphene and Beyond, *Electronics*, vol. 5, no. 4, pp. 651–687

Секция V. КЛИФФОРДОВ, КВАТЕРНИОННЫЙ И ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

ОБ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕ И ОБРАТНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ В АЛГЕБРАХ КЛИФФОРДА

ON DETERMINANT AND INVERSES IN CLIFFORD ALGEBRAS

Широков Д. С.[1,2]

[1]*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия;* dshirokov@hse.ru

[2]*Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Москва, Россия;* shirokov@iitp.ru

В работе представлены формулы разного вида (явные и рекуррентные) для определителя, других коэффициентов характеристического многочлена и обратных элементов в алгебрах Клиффорда произвольной размерности [1, 2, 3]. Формулы включают операции умножения, суммирования и операции сопряжения в алгебрах Клиффорда. Мы используем численные методы линейной алгебры (метод Леверрье - Фаддеева; метод вычисления коэффициентов характеристического многочлена с помощью полиномов Белла), метод операций сопряжения специального вида и метод кватернионной типизации в алгебрах Клиффорда [4, 5, 6]. Формулы для обратных элементов дают нам явные формулы для решения линейных алгебраических уравнений, которые широко применяются в физике, компьютерных науках, инженерии, теории управления.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации (проект МК-404.2020.1), Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2020 - 2021 гг. (грант 20-01-003) и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации "5-100".

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lounesto P.* (2001) *Clifford Algebras and Spinors.* Cambridge: Cambridge Univ. Press.
2. *Shirokov D. S.* On determinant, other characteristic polynomial coefficients, and inverses in Clifford algebras of arbitrary dimension. 2020. 22 pp. arXiv:2005.04015
3. *Shirokov D. S.* (2012) Concepts of trace, determinant and inverse of Clifford algebra elements. Progress in analysis. Proceedings of the *8th congress of ISAAC, Volume 1, Peoples' Friendship University of Russia (ISBN 978-5-209-04582-3/hbk)*, pp.187–194. arXiv:1108.5447
4. *Shirokov D. S.* (2009) Classification of elements of Clifford algebras according to quaternionic types. *Dokl. Math.*, vol. 80:1, pp. 610–612.
5. *Shirokov D. S.* (2012) Quaternion typification of Clifford algebra elements, Âdv. Appl. Clifford Algebr., vol. 22:1, pp. 243–256.
6. *Shirokov D. S.* (2012) Development of the method of quaternion typification of Clifford algebra elements. *Advances in Applied Clifford Algebras*, vol. 22:2, pp. 483–497.

КВАТЕРНИОННЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

QUATERNION FUNCTIONS AND THEIR APPLICATIONS IN THE ELASTICITY THEORY

Яковлев А. М.*, Григорьев Ю. М.

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия *andrewyakovlev1994@gmail.com

В данном сообщении показаны приложения кватернионного анализа [1–2] в трехмерных задачах теории упругости. Для трехмерной теории упругости получены кватернионные аналоги формул Колосова–Мусхелишвили для конечной и бесконечной областей. Разработан эффективный аппарат операторов радиального интегрирования для решения задач в звездных областях и их дополнениях [3]. Разработаны кватернионные алгоритмы решения задачи о равновесии упругого тела. Для случая шара и пространства с шаровой плотностью кватернионные алгоритмы позволяют получать решения всех основных упругих задач в виде квадратур. Показано, что некорректная задача Коши для уравнения Ламе эквивалентна задаче регулярного продолжения кватернионной функции с куска границы во внутрь области [4]. На основе кватернионного аналога формулы Колосова–Мусхелишвили разработан алгоритм решения такой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Наумов В. В., Григорьев Ю. М.* Ряд Лорана для системы Моисила–Теодореску // Динамика сплошной среды. 1982. № 54. С. 115–126
2. *Григорьев Ю. М., Наумов В. В.* Аппроксимационные теоремы для системы Моисила–Теодореску // Сиб. мат .журн. 1984. Т. 25, № 5. С. 9–19
3. *Grigor'ev Yu.* (2015) Radial integration method in quaternion function theory and its applications. *AIP Conference Proceedings*, vol. 1648, pp. 440003. doi: 10.1063/1.4912654
3. *Grigor'ev Yu., K. Gürlebeck K., Legatiuk D.* (2018) Quaternionic formulation of a Cauchy problem for the Lame equation. *AIP Conference Proceedings*, vol. 1978, pp. 280007. doi: 10.1063/1.5043907

АНАЛИЗ БЕЛКОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В КОМПЛЕКСАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ БИОИНФОРМАТИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

ANALYSIS OF PROTEIN INTERACTIONS IN COMPLEXES USING BIOINFORMATICS APPROACH AND MOLECULAR MODELLING

Попинако А. В.[1*], Антонов М. Ю.[2], Шипков Н. С.[1], Дергоусова Н. И.[1], Тихонова Т. В.[1], Попов В. О.[1]

[1] *Федеральный исследовательский центр «Фундаментальные основы биотехнологии» РАН, Институт биохимии им. А.Н. Баха, Москва, Россия;*
*popinakoav@gmail.com
[2] *Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*

Межмолекулярные белковые взаимодействия лежат в основе большинства клеточных процессов, от передачи сигнала до регенерации. Для понимания функционирования отдельной клетки или целого организма необходимо описание ключевых взаимодействий на молекулярном уровне. Вычислительные методы биоинформатики и молекулярного моделирования – надежно зарекомендовавший себя инструмент для решения подобных задач, особенно в тех случаях, когда применение данного инструмента согласуется с имеющимися экспериментальными данными.

В данной работе представлен подход для поиска и анализа белковых взаимодействий в комплексах с использованием методов биоинформатики и молекулярного моделирования на примере тиоцианатдегидрогеназы (TCDH) и тиоредоксин-подобного белка (TLP), выделенных из периплазмы галофильной сероокисляющей бактерии *Thiohalobacter thiocyanaticus HRh1*. По предварительным экспериментальным данным (Шипков Н.С., Дергоусова Н.И., Тихонова Т.В) TcDH образует стабильный комплекс с TLP в периплазме *Thiohalobacter thiocyanaticus HRh1*, активность фермента TcDH возможно детектировать только в комплексе с TLP, однако подробности формирования комплекса неизвестны, структуры комплекса TCDH и TLP до сих пор нет.

Биоинформатический анализ последовательностей TCDH и TLP проводили с использованием программ BLAST, MUSCLE, Jalview,
pocketZebra, visualCMAT, zebra2 [1-3]. Были найдены позиции коррелирующих замен для TCDH и TLP, далее данные позиции учитывались при построении комплекса TCDH и TLP. Модели белков TCDH и TLP были получены методом моделирования по гомологии с помощью программы Modeller [4]. Полученные модели TCDH и TLP с указанием позиций коррелирующих замен использовались для проведения макромолекулярного докинга с помощью программного пакета HADDOCK [5]. Было проанализировано 350 структурных файлов и показано, что для комплекса TCDH и TLP характерно наличие 2-х сайтов связывания. Анализ белковых взаимодействий в комплексе показал наличие 33 и 37 контактов между остатками TCDH и TLP во взаимодействующих интерфейсах 2-х сайтов связывания. Роль данных остатков в образовании комплекса предстоит проверить методами молекулярной динамики.

Работа была выполнена частично при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект №20-14-00314.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Edgar R.C.* (2004) MUSCLE: a multiple sequence alignment method with reduced time and space complexity. *BMC Bioinformatics*, vol. 5. P. 113.
2. *Waterhouse A.M., Procter J.B., Martin D.M.A., Clamp M., Barton G.J.* (2009) Jalview Version 2–a multiple sequence alignment editor and analysis workbench. *Bioinformatics*, vol. 25, no. 9. pp. 1189–1191.
3. *Suplatov D., Kirilin E., Takhaveev V., Svedas V.* (2014) Zebra: a web server for bioinformatic analysis of diverse protein families. *J. Biomol. Struct. Dyn. Taylor & Francis*, vol. 32, no. 11, pp. 1752–1758.
4. *Webb B., Sali A.* (2016) Comparative Protein Structure Modeling Using Modeller. *Current Protocols in Bioinformatics*, vol. 54, pp. 5.6.1–5.6.37.
5. *van Zundert G.C.P, Rodrigues J.P.G.L.M., Trellet M., Schmitz C., Kastritis P.L., Karaca E., Melquiond A.S.J., van Dijk M., de Vries S.J., Bonvin A.M.J.J.* (2016) The HADDOCK2.2 webserver: User-friendly integrative modeling of biomolecular complexes. *J. Mol. Biol.*, vol. 428, pp. 720–725

СОДЕРЖАНИЕ

IX МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ,
ПОСВЯЩЕННАЯ 75-ЛЕТИЮ
ВЛАДИМИРА НИКОЛАЕВИЧА ВРАГОВА

Тезисы докладов

27 июля – 1 августа 2020 г.

Ответственный редактор
А.А. Гаврильева
Ответственный за выпуск
С.В. Попов

Подписано в печать 23.07.2020. Формат 60х 84/16.
Печать цифровая. Печ. л. 12,25. Уч.-изд. л. 12,5. Тираж 60 экз. Заказ № 104.
Издательский дом Северо-Восточного федерального университета
677891, г. Якутск, ул. Петровского, 5.

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ИД СВФУ