

СБОРНИК ТЕЗИСОВ

<http://conf.nsc.ru/mdip2022/ru>

Современные проблемы обратных задач

Новосибирск, Академгородок

19-23 декабря, 2022

Новосибирск, 2022

Программный комитет

Сопредседатели Программного комитета:

член-корр. РАН С.И. Кабанихин, профессор М.А. Бектемесов, профессор РАН И.В.

Марчук, профессор РАН М.А. Шишленин

Ученый секретарь: М.В. Безгачев

М.А. Гузев, Ю.Г. Евтушенко, Н.Ю. Лукоянов, Т.Ш. Кальменов, В.Г. Романов, Е.Е. Тыртышников,
А.А. Шананин, Ш.А. Алимов, В.В. Васин, А.Ю. Веснин, Г.Г. Лазарева, С.Н. Лебедев, А.Е.
Миронов, И.Б. Петров, М.А. Садыбеков, В.В. Шайдуров, А.И. Шафаревич, А.Н. Шиплюк, Г.А.
Бочаров, А.А. Бакланов, А.В. Гасников, В.М. Головизнин, В.И. Васильев, Е.П. Вдовин, К.Т.
Искаков, И.Г. Казанцев, С.Г. Казанцев, А.Л. Карчевский, А.С. Козелков, Г.М. Курамшина, М.М.
Лаврентьев, Ю.М. Лаевский, Д.В. Лукьяненко, М.А. Марченко, И.В. Оселедец, А.Ю. Пальянов,
В.В. Пикалов, Г.А. Платов, Д.Н. Сидоров, С.В. Фортова, А.Г. Ягола, J. Zou, J. Cheng, Ya. Efendiev,
A. Hasanoglu, T. Hohage, D.N. Hao, R. Novikov, Y. Wang, Sh. Zhang,

Организационный комитет

Председатель: член-корреспондент РАН С.И. Кабанихин

Зам. председателя: д.ф.-м.н., профессор РАН М.А. Шишленин, к.ф.-м.н. О.И.

Криворотько

Ученый секретарь: М.В. Безгачев

Оргкомитет: Н.С. Новиков, Н.Ю. Зятьков, Т.А. Звонарева, П.С. Сурнин, А.И. Глухов, А.В.

Неверов, В.С. Шапаренко, А.В. Губер.

Содержание

Агеев А.Л., Антонова Т.В. О ЛОКАЛИЗАЦИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ГРАНИЦ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ	1
Айзикович С.М., Николаев А.Л., Садырин Е.В., Кренев Л.И. НЕРАЗРУШАЮЩЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ ПОКРЫТИЙ ZNO МЕТОДОМ ИНДЕНТИРОВАНИЯ	2
Алексеев Г.В. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРОБЛЕМ ДИЗАЙНА УСТРОЙСТВ НЕВИДИМОСТИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ	3
Анниконов Д.С. ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ УСЛОВНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ	4
Argun R.L., Gorbachev A.V., Levashova N.T. Lukyanenko D.V., Shishlenin M.A. SOLVING INVERSE PROBLEMS FOR NONLINEAR EQUATIONS OF THE REACTION-DIFFUSION-ADVECTION TYPE WITH DATA ON THE POSITION OF A REACTION FRONT	5
Averboukh Yu.V. DETERMINISTIC LIMIT OF MARKOV MEAN FIELD GAMES	7
Баканов Г.Б., Метдебекова С.К. ОЦЕНКА УСЛОВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОГО АНАЛОГА ЗАДАЧИ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ	8
Безгачев М.В. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ РЕГИОНОВ МИРА ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ	9
Богачев И.В. О РЕКОНСТРУКЦИИ ДВУМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СПЛОШНЫХ И ПЕРФОРИРОВАННЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТИНАХ	10
Chandragiri S. THE CAUCHY PROBLEM FOR 3D POISSON EQUATION USING FINITE DIFFERENCE METHOD	11
Чехонин К.А. ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ БИОМЕХАНИКИ В ЭНДОПРОТЕЗИРОВАНИИ	12

Дударев В.В. К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ ПЛОТНОСТИ В УПРУГОМ ЦИЛИНДРЕ	13
Джамалов С.З. ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОЛУНЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ	14
Ерохин В.И. УСТОЙЧИВОЕ РЕШЕНИЕ ДВОЙСТВЕННОЙ ПАРЫ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ	15
Ерохин В.И., Кадочников А.П., Сотников С.В. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПО РАДИОЛОКАЦИОННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ НА МАЛЫХ ИНТЕРВАЛАХ ВРЕМЕНИ	16
Frumin L.L. APPROXIMATION OF NOT A FUNCTION BUT ITS EQUATION GIVES A LINEAR INVERSE PROBLEM INSTEAD OF NONLINEAR ONE	17
Glasko Y.V. ONE INTERPRETATION OF 3D MESH	18
Камынин В.Л. ОБ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СО МНОГИМИ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ	19
Turebekov R.Z., Sultanov M.A., Kazantsev I.G. RESTORATION OF SATELLITE IMAGES CORRUPTED BY STRIPE INTERFERENCE	20
Yemelyanova M.G., Baklanova O.E., Kazantsev I.G. DETECTION OF DEFECTS IN WELDED PIPES USING MACHINE VISION METHODS AND RIDGE FUNCTIONS	21
Хамисов О.В., Шаманский В.А., Козлова М.А. ОБРАТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧЕ ВЫБОРА НАЧАЛЬНОГО СОСТАВА РЕАГИРУЮЩИХ ВЕЩЕСТВ	22
Хрущев С.Е., Исмайлова Ю.Н., Глинский В.В. ТИПОЛОГИЯ СУБЪЕКТОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОМУ ПОЛОЖЕНИЮ	23

Кладов Д.Е., Бериков В.Б., Климонтов В.В. АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ АНАЛИЗА ГЛИКЕМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ	24
Кокурин М.М., Гаврилова А.В. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ SEIR-ПОДОБНЫХ ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ	25
Кокурин М.Ю. УСТОЙЧИВЫЕ ИТЕРАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В СХЕМЕ КВАЗИРЕШЕНИЙ	26
Костин А.Б., Пискарев С.И. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА В АБСТРАКТНОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА	27
Курамшина Г. М. НОВЫЕ МОДЕЛИ СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ МНОГОАТОМНЫХ МОЛЕКУЛ	28
Лазарева Г.Г. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДЕРЖАНИЯ ПЛАЗМЫ В ВИНТОВОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ	29
Линке Ю.Ю. УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОЙ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РЕГРЕССИИ	30
Lukyanenko D.V. ACCOUNTING FOR ROUND-OFF ERRORS WHEN USING GRADIENT MINIMIZATION METHODS	31
Нестерова А.В., Денисова Н.В. ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВЫХ АРТЕФАКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ ОПУХОЛЕВЫХ ПОРАЖЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ НЕКОРРЕКТНОЙ ЗАДАЧИ РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ЯДЕРНОЙ МЕДИЦИНЕ	32
Неверов А.В. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАМИЛЬТониАНА В МОДЕЛИ ИГРЫ СРЕДНЕГО ПОЛЯ	33
Polyakova A.P., Svetov I.E. PROPERTIES OF THE NORMAL RADON TRANSFORM ACTING ON 3D SYMMETRIC m -TENSOR FIELDS	34

Попов С.В. КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ЖЕВРЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА	35
Сабитов К.Б. О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ПО ОТЫСКАНИЮ ИХ ПРАВОЙ ЧАСТИ	36
Шапаренко В.С МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДОЛГОЛЕТНИХ НАБЛЮДЕНИЙ ПЛАНКТОННОГО СООБЩЕСТВА	37
Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е., Родионов Е.А. КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ НЕЙРОСЕТЕВОМ РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГЕОФИЗИКИ	38
Sidorov S.N. INVERSE PROBLEMS FOR A THREE-DIMENSIONAL EQUATION OF PARABOLIC-HYPERBOLIC TYPE IN FINDING TIME-DEPENDENT FACTORS OF THE RIGHT-HAND SIDES	39
Сорокин С.Б. МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В ЗАДАЧЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОТОКА ТЕПЛА НА НЕДОСТУПНОЙ ГРАНИЦЕ	40
Strijhak S.V. SOLUTIONS OF FORWARD AND INVERSE PROBLEMS FOR INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLUID USING A PHYSICS-INFORMED NEURAL NETWORK	41
П. С. Сурнин , М. А. Шишленин ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИММУННОГО ОТВЕТА НА ВИЧ-ИНФЕКЦИЮ	42
Темирбеков Н.М., Азбергенова А.Б. АЛГОРИТМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА НА ОСНОВЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ АССОЦИАЦИИ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ	43
Trusov N.V. MATHEMATICAL MODELING OF THE CONSUMER LOAN MARKET IN RUSSIA UNDER SANCTIONS	44
Васева И.А., Медведев С.Б., Федорук М.П. ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД ТЕПЛИЦЕВА ВНУТРЕННЕГО ОКАЙМЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГЕЛЬФАНДА-ЛКВИТАНА-МАРЧЕНКО	45

Васильев В.И., Кардашевский А.М. ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ АНАЛОГОВ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ	46
Аксёнов В.В., Васюков А.В., Беклемышева К.А., Петров И.Б. ОБРАТНАЯ КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛА ТОНКОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ ПО ДАННЫМ ВИБРАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ	47
Воскобойников Ю.Е. УСТОЙЧИВОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ СМЕШАННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ В ЗАДАЧАХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ	48
Воскобойников Ю.Е., Солодуша С.В. ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОМ ВХОДНОМ СИГНАЛЕ	49
Ягола А.Г. ПРИКЛАДНЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ	50
Звонарева Т.А., Криворотько О.И. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОБ ИСТОЧНИКЕ ДЛЯ ДИФФУЗИОННЫХ МОДЕЛЕЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ОПИСАНИИ СОЦИАЛЬНЫХ И ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	51

О ЛОКАЛИЗАЦИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ГРАНИЦ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

Агеев А.Л., Антонова Т.В.

ИММ УрО РАН им.Н.Н.Красовского, Екатеринбург
ageev@imm.uran.ru, tvantonova@imm.uran.ru

Задача локализации линий разрыва по зашумленным данным возникает при обработке изображений, когда границы объектов на изображении являются линиями, на которых функция f двух переменных (изображение) терпит разрыв первого рода (линии разрыва); вне линий разрыва функция гладкая. При этом границы некоторых естественных объектов на изображении часто не могут быть описаны гладкими линиями. Для локализации (определения положения) таких границ нужно вводить классы линий, включающие фракталы, и обосновывать работоспособность алгоритмов аппроксимации линий разрыва на этих классах.

Рассматривается случай, когда вместо точной функции f известна информация о функции $f^\delta : \|f^\delta - f\|_{L_2} \leq \delta$, $L_2 := L_2(\mathbb{R}^2)$; уровень возмущения δ считается известным. Для равномерной сетки с шагом τ предполагается, что в каждом узле известны средние значения функции f^δ на квадрате со стороной τ . Легко видеть, что линии разрыва функции f^δ могут не аппроксимировать линии разрыва точной функции f . В этой ситуации задача аппроксимации линий разрыва является некорректно поставленной и алгоритмы, используемые для ее решения, должны быть регуляризирующими.

По видимому, впервые теоретическое исследование (оценки точности) работы методов локализации линий было выполнено в [1], а фрактальных линий в [2]. Однако построенный в последней работе пример фрактальной линии имел очень маленькую фрактальную размерность, что свидетельствует о достаточно жестких условиях на линии разрыва, гарантирующих работоспособность метода. Замена условия гладкости на условие липшицевости ослабляет требования на линии разрыва, гарантирующие работоспособность методов. Построено специальное параметрическое семейство фракталов и изучены его свойства. Найдена фрактальная линия из этого семейства, которая удовлетворяет новым условиям и при этом имеет фрактальную размерность существенно большую, по сравнению с линией из работы [2]. В дальнейшем предполагается конструирование новых методов усреднения, приспособленных для локализации негладких линий разрыва.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев А.Л., Антонова Т.В. К вопросу о глобальной локализации линий разрыва функции двух переменных // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН, 2018, Т. 24, N 2, стр. 12–23.
2. Агеев А.Л., Антонова Т.В. О локализации негладких линий разрыва функции двух переменных // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН, 2019, Т. 25, N 3, стр. 9–23.

НЕРАЗРУШАЮЩЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ ПОКРЫТИЙ ZnO МЕТОДОМ ИНДЕНТИРОВАНИЯ

Айзикович С.М., Николаев А.Л., Садырин Е.В., Кренев Л.И.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону
saizikovich@gmail.com

Проблема исследования свойств неоднородных материалов привлекает внимание многих исследователей своей актуальностью и сложностью, как математически, так и экспериментально. В настоящее время наноиндентометры являются высокоточными приборами, позволяющими проводить неразрушающих испытаний тонких неоднородных покрытий. Но интерпретация результатов таких испытаний все еще находится в стадии разработки. Авторы предлагают метод определения механических характеристик покрытий по результатам наноиндентирования. Для анализа упругих свойств тонкого покрытия необходимо определить зависимость величины жесткости основания от размера области контакта. Для математического описания процесса индентирования предложена эффективная математическая модель, основанная на решении контактной задачи теории упругости о вдавливании индентора в упругое полупространство с покрытием. Предполагается, что в поверхность упругого полупространства, состоящего из неоднородного по глубине слоя (покрытие) конечной толщины и однородного полупространства (подложка), вдавливается недеформируемый конический индентор.

В качестве модельных образцов для теоретико-экспериментального исследования были выбраны покрытия ZnO на Si (001) подложках, полученные с использованием импульсного лазерного напыления. Точное определение механических свойств антибактериальных покрытий ZnO играет важную роль в проектировании имплантатов, ведь именно они контактируют с живыми тканями. Это помогает минимизировать травмирование тканей, и, как следствие, улучшить остеоинтеграцию. Измерение толщины покрытия производилось на сканирующем электронном микроскопе (СЭМ) Zeiss Crossbeam 340 с помощью детектора Эверхарта-Торнли. С использованием рентгеновской энергодисперсионной спектроскопии на СЭМ было проведено исследование элементного состава покрытий.

Для оценки механических свойств покрытий и подложки была проведена серия экспериментов по наноиндентированию на установке Nanotest 600 Platform 3. Проведено сопоставление теоретических кривых изменения модуля Юнга системы покрытие-подложка и результатов наноиндентирования. Можно отметить хорошее совпадение результатов в области малого разброса экспериментальных данных. Из результатов наноиндентирования определено значение модуля Юнга (250 ГПа) двух покрытий ZnO (430 нм и 650 нм), полученных методом импульсного лазерного напыления на подложках Si (001).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (номер проекта 22-19-00732). Экспериментальные работы проведены в РЦКП НОЦ «Материалы» ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРОБЛЕМ ДИЗАЙНА УСТРОЙСТВ НЕВИДИМОСТИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ

Алексеев Г.В.

*Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
alekseev@iam.dvo.ru*

Разработана математическая технология решения задач дизайна устройств невидимости, экранирования и других специальных устройств, служащих для управления физическими полями, для стационарных моделей тепломассопереноса и электромагнетизма. Указанная технология состоит из следующих этапов: 1. Задачи дизайна устройств маскировки, экранирования, как и других специальных функциональных устройств, формулируются как обратные задачи для рассматриваемой модели. 2. Указанные обратные задачи с помощью оптимизационного метода сводятся к исследованию обратных экстремальных задач путем выбора соответствующего функционала качества и управлений. Исследуются свойства оптимальных решений. 3. Разрабатывается и реализуется численный алгоритм решения экстремальных задач, основанный на использовании одного из методов глобальной минимизации. Подчеркнем, что разработанная технология включает в себя как теоретический анализ обратных экстремальных задач, возникающих при применении оптимизационного метода, так и непосредственное их численное решение с помощью одного из методов глобальной минимизации. В качестве указанного метода используется метод роя частиц.

Разработанная технология была применена для решения обратных задач для трехмерных моделей магнитостатики и электростатики, возникающих при разработке технологий дизайна устройств маскировки материальных тел. Предполагается, что проектируемые маскировочные устройства состоят из конечного числа концентрических сферических слоев, заполненных однородными изотропными или анизотропными средами. С помощью оптимизационного метода указанные обратные задачи сводятся к конечномерным экстремальным задачам, в которых роль управлений играют магнитные или диэлектрические проницаемости отдельных слоев, составляющих проектируемое устройство. Устанавливаются важные свойства оптимальных решений, одним из которых является свойство рэлейности. Показывается на основе проведенных вычислительных экспериментов, что маскировочные устройства, спроектированные с помощью разработанной технологии, обладают простотой технической реализацией и наивысшей эффективностью в рассматриваемом классе устройств. Более детально об указанной технологии см. в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Г.В., Левин В.А., Терешко Д.А. Анализ и оптимизация в задачах дизайна устройств невидимости материальных тел. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2021. 328с.

ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ УСЛОВНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Аниконов Д.С.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Новосибирск), Россия

anik@math.nsc.ru

Здесь условными алгоритмами будем называть конструктивные способы решения задач, содержащих ограничения на неизвестные данные. Очевидным недостатком таких методов является отсутствие возможности проверки обоснованности применения алгоритма. Как результат, нельзя быть уверенным в правильности полученного ответа. Выделим из множества таких алгоритмов, те применения которых может дать правильный ответ или не дать никакого ответа. Иначе говоря, исключается случай ложного вывода. Поэтому можно рекомендовать подобные алгоритмы к практическому использованию. Ниже будут приведены типичные примеры таких ситуаций, в которых указано главное достоинство условных методов - возможность использование довольно слабых ограничений и, следовательно, широкая практическая значимость результата. Можно привести много примеров вышеуказанных условных алгоритмов, но здесь будут упомянуты только два из них, касающиеся решения некоторых задач интегральной геометрии. В обоих примерах рассматривается обобщенное преобразование Радона в двумерном и трехмерном евклидовом пространстве, когда кусочно-непрерывная подынтегральная функция зависит не только от пространственных переменных но и от некоторых параметров. К известным данным, т.е. к интегралам применяется специфический интегро-дифференциальный оператор и в результате получается довольно громоздкое выражение. Из анализа этого выражения при условии неравенства нулю некоторого множителя, можно указать на искомую поверхность разрыва подынтегральной функции. Здесь условность состоит в том, что упомянутый множитель зависит от неизвестных функций и поэтому заранее неясно можно ли рассчитывать на определенный ответ. Если же вдруг окажется что множитель равен нулю (что на практике мало вероятно), то никакого ответа не будет. Таким образом, в результате применения этого метода ложный вывод исключается.

**SOLVING INVERSE PROBLEMS FOR NONLINEAR EQUATIONS
OF THE REACTION-DIFFUSION-ADVECTION TYPE WITH DATA
ON THE POSITION OF A REACTION FRONT**

Argun R.L., Gorbachev A.V., Levashova N.T. Lukyanenko D.V., Shishlenin M.A.

Moscow State University, Moscow

argun.rl14@physics.msu.ru

Problems for nonlinear singularly perturbed reaction-diffusion-advection equations arise in gas dynamics, combustion theory, chemical kinetics, biophysics, medicine, ecology, finance and other fields of science. A specific feature of problems of this type is the presence of processes of different scales. Therefore, the mathematical models of these problems are described by nonlinear parabolic equations with a small parameter at the highest derivative. In this regard, solutions to these problems may contain narrow moving fronts that divide the space into two parts: the disturbed part, through which the front has already passed, and the undisturbed part. The front is a region in which the function describing some characteristic of the medium (temperature, density, etc.) changes quite sharply from the values of the function describing one state of the medium (for example, undisturbed) to the value of the function describing another state. If there is a small parameter with the highest derivative, the width of such a front will be rather small in relation to the size of the entire region. As a consequence, the reaction front can be sometimes distinguished experimentally. Some applied problems for equations of this type require solving inverse problems for recovering some coefficient in the equation. To formulate the inverse problem, additional information is required, which is usually measured in an experiment. Often, in the formulation of inverse problems for partial differential equations, additional information about the solution on a part of the boundary of the domain is used. However, one of the possible statements of inverse problems for equations of the type under consideration is a statement with additional information about the dynamics of the reaction front motion (see, for example, [1, 2, 3, 4, 5]). Additional data of this type are in demand in practice, since they are most easily to observe in an experiments (the front is an easily distinguishable contrast structure).

The simplest formulation of an inverse problem of this type relates to the case of recovering a function of an argument from experimental observations of a function of the same argument. For example, in [2], an approach was considered to restore the function of a temporary variable argument from the observation data of the function also of the variable argument in time. More complex formulations are formulations in which it is required to restore the function of one argument (for example, spatial) from the observation data of the function of another argument (for example, temporal) [1, 3, 4]. This class of inverse problems is considered recently – the recovering of the function of the argument of a spatial variable (that determines the properties of the medium) from the data of observations of the function of the argument of the time variable (that determined by the dynamics of the reaction front). To effectively solve such inverse problems the methods of asymptotic analysis can be used (sometimes!).

In such cases, it is possible to reduce the original inverse problem for a nonlinear singularly perturbed partial differential equation to a much simpler problem with respect to the coefficient to be restored. The resulting simplified problem is called as a reduced statement (formulation) of the inverse problem. However, the reduced formulations of such inverse problems may have special features. It was shown that the reduced formulations can contain 1) algebraic equations for an unknown coefficient (see, for example, [2], 2) differential equations for an unknown coefficient (see, for example, [4]), 3) integral equations for an unknown coefficient [1].

Often the methods of asymptotic analysis are inapplicable for solving inverse problems of this type (see, for example, [3]). In this case the methods based on minimizing the target functional by the gradient method are used to solve the inverse problem under consideration. Thus, the features of numerical reconstruction of some coefficients in solving the coefficient inverse problem for a nonlinear singularly perturbed equation of the reaction-diffusion-advection type will be discussed.

The work has been supported by the Foundation for the Advancement of Theoretical Physics and Mathematics "BASIS".

REFERENCES

1. *Lukyanenko D.V., Borzunov A.A., Shishlenin M.A.* Solving coefficient inverse problems for nonlinear singularly perturbed equations of the reaction-diffusion-advection type with data on the position of a reaction front // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2021, V. 99, N. 105824.
2. *Lukyanenko D.V., Shishlenin M.A., Volkov V.T.* Asymptotic analysis of solving an inverse boundary value problem for a nonlinear singularly perturbed time-periodic reaction-diffusion-advection equation // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2019, V. 27, N. 5, P. 745 - 758.
3. *Lukyanenko D.V., Yeleskina T.V., Prigorniy I.V., Isaev T.F., Borzunov A.A., Shishlenin M.A.* Inverse problem of recovering the initial condition for a nonlinear equation of the reaction-diffusion-advection type by data given on the position of a reaction front with a time delay // Mathematics, 2021, V. 9, N. 4, P. 342.
4. *Levashova N.T., Gorbachev A.V., Argun R.L., Lukyanenko D.V.* The problem of the non-uniqueness of the solution to the inverse problem of recovering the symmetric states of a bistable medium with data on the position of an autowave front // Symmetry, 2021, Novosibirsk, 2021, V. 13, N. 5, P. 680.
5. *Argun R.L., Gorbachev A.V., Levashova N.T., Lukyanenko D.V.* Inverse problem for an equation of the reaction-diffusion-advection type with data on the position of a reaction front: features of the solution in the case of a nonlinear integral equation in a reduced statement // Mathematics, 2021, V. 9, N. 18, P. 2342.

DETERMINISTIC LIMIT OF MARKOV MEAN FIELD GAMES

Averboukh Yu.V.

Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Yekaterinburg
ayv@imm.uran.ru

We will consider the limit of the values of the Markov mean field games where the state space is a countable set $\mathcal{S}$, the dynamics of each player is given by a continuous time Markov chain with a Kolmogorov matrix

$$Q(t, \mu(t), u(t)) = (Q_{x,y}(t, \mu(t), u(t)))_{x,y \in \mathcal{S}}$$

while the payoff functional is equal to

$$\mathbb{E} \left[g(X(T), \mu(T)) + \int_0^T h(t, X(t), \mu(t), u(t)) dt \right].$$

Here $X(t)$ and $\mu(t)$ stand for the state of the player and the distribution of all players respectively.

We discuss the deterministic limit of examined Markov mean field games. The dynamics of the limiting deterministic mean field game is

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(t, x(t), m(t), u(t)),$$

where $x(t) \in \mathbb{R}^d$ and $m(t)$ are a state of a player and distribution of all players in the limiting game respectively. The payoff of each agent is given by

$$g(x(T), m(T)) + \int_0^T h(t, x(t), m(t), u(t)) dt.$$

The main result of the talk is a sufficient condition on a sequence of the Markov mean field games that guarantees the convergence (up to subsequence) of the solutions of the Markov mean field games to a solution of the limiting deterministic mean field game. Notice that whether the solution of the deterministic game is unique this result gives an approximation of the solution of the deterministic mean field game by solutions of boundary value problems for ODEs those provide solutions of the Markov mean field games.

**ОЦЕНКА УСЛОВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ
КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОГО АНАЛОГА ЗАДАЧИ
ИНТЕГРАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Баканов Г.Б., Мелдебекова С.К.

*Международный казахско-турецкий университет имени Х.А.Ясави,
Туркестан, Казахстан
galitdin.bakanov@ayu.edu.kz, saule.meldebekova@ayu.edu.kz*

Рассматривается задача определения функции через интеграл функции вдоль семейства кривых с известной весовой функцией. При достаточно общих предположениях о семействе кривых и весовой функции задача сводится к обратной задаче для дифференциального уравнения [1]. В связи отсутствием теоремы существования решения в работе используется понятие условной корректности задачи, а именно, предполагается, что решение конечно-разностной задачи существует [2]. Полученные результаты основаны на приведении рассматриваемой задачи к граничной задаче для эквивалентного ей дифференциального уравнения в частных производных второго порядка смешанного типа. Информация о решении поставленной конечно-разностной задачи задается как на границе Γ , так и в некоторой ее - окрестности, что связано с наличием определенного рода особенностей [3],[4]. Полученная оценка устойчивости конечно-разностной задачи для уравнения смешанного типа используется для обоснования сходимости методов численного решения задач томографии, дефектоскопии и имеет большое практическое значение при решении многомерных обратных задач акустики и сейсмологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мухометов Р.Г.* О задаче интегральной геометрии. // Математические проблемы геофизики. 1975, Т.6., Новосибирск, с. 212-252.
2. *Lavrent'ev M., Romanov V., Shishatskii S.* Ill-posed problems of mathematical physics and analysis. // American Mathematical Society, Providence, R.I., 1986, p 290.
3. *Кабанихин С.И., Баканов Г.Б.* Об устойчивости конечно-разностного аналога двумерной задачи интегральной геометрии. // Докл. АН СССР. 1987. Т. 292. - 1., с. 25-29.
4. *Kabanikhin S., Bakanov G.* On the stability estimation of finite-difference and differential-difference analogues of a two-dimensional integral geometry problem. // Computerized Tomography. Proc. of the 4th Intern. symposium. Utrecht: VSP, 1995, p 395.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ РЕГИОНОВ МИРА ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ.

Безгачев М.В.^{1,2,*}

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск

² Институт вычислительной математики и математической геофизики СО
РАН, Новосибирск

* *m.bezgachev@g.nsu.ru*

Глобальная мировая статистика уровня экономической активности и численности населения показывает, что страны с высокими темпами роста населения, такие, как страны центральной Африки, имеют низкий уровень жизни и слабую экономику, тогда как в странах с более низким темпом роста населения, например, США, Канада, Япония и др., наблюдается более высокий уровень жизни населения [1]. Для анализа данного явления и построения прогнозов в работе формулируется математическая модель, которая основана на неоклассической модели экономического роста Роберта Солоу [2] и математической модели роста населения Пьера-Франсуа Ферхульста [3].

В работе рассмотрены различные модернизации исследуемой модели и соответствующие результаты численных расчетов.

Задача определения коэффициентов системы уравнений, которые описывают диффузию капитала и населения, сводится к задаче минимизации целевого функционала, минимум которого определяется с помощью методов глобальной оптимизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. World migration report 2020. Geneva, Switzerland: International Organization for Migration, 2019.
2. Solow R. M. A contribution to the theory of economic growth. The Quarterly Journal of Economics, 1956.
3. Verhulst P. F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. correspondance mathématique et physique publiée par a. Quetelet, 1838.

О РЕКОНСТРУКЦИИ ДВУМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СПЛОШНЫХ И ПЕРФОРИРОВАННЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТИНАХ

Богачев И.В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

bogachev89@yandex.ru

Решение обратных задач (ОЗ) определения предварительных напряжений (ПН) в телах и конструкциях является важной практической задачей. Наличие ПН характерно для объектов, изготовленных из новых материалов, в том числе, функционально-градиентных, и, зачастую, является следствием особенностей технологических процессов их производства. Наличие ПН может оказывать существенное воздействие на динамические, эксплуатационные и прочностные характеристики объектов, в связи с этим важна диагностика их уровня и характера распределения. В работе рассмотрены новые ОЗ идентификации двумерного распределения ПН в сплошных и имеющих отверстия или включения неоднородных предварительно напряженных пластинах. Для идентификации используется неразрушающий акустический подход, в рамках которого исследуется динамический отклик на свободных гранях пластин в результате приложения нескольких наборов зондирующих нагрузок на нескольких частотах. Для моделирования ПН использовались решения вспомогательных задач о статическом нагружении пластин некоторой начальной нагрузкой. Исследовались защемленные с одной стороны прямоугольные пластины, как сплошные, так и имеющие отверстие или жесткую вставку. Расчет функций смещения пластин производился на основе построенной с использованием слабых постановок задач конечно-элементной (КЭ) схемы, реализованной в пакете FreeFem++. Для решения сформулированных нелинейных ОЗ был разработан итерационный подход, на каждой итерации которого определялись поправки к искомым функциям из построенного операторного уравнения специального вида. Решение этого уравнения производилось с помощью проекционной методики, в рамках которой поправки представлялись в виде разложений по заданным системам функций, что позволило свести задачу к исследованию плохообусловленных СЛАУ относительно наборов коэффициентов разложений на основе метода Тихонова. Для рассмотренных пластин в рамках предложенного подхода были проведены наборы вычислительных экспериментов по решению ОЗ об идентификации двумерных полей ПН, возникших в результате неизвестного начального воздействия.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 18-71-10045, <https://rscf.ru/project/18-71-10045/>, в Южном федеральном университете.

THE CAUCHY PROBLEM FOR 3D POISSON EQUATION USING FINITE DIFFERENCE METHOD

Chandragiri S.

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk
srilathasami66@gmail.com

In this paper, the Finite difference method (FDM) is proposed to solve the ill-posed Cauchy problem for the three dimensional Poisson's equation with the data given on a part of the boundary (continuation problem) with Dirichlet and Neumann boundary conditions in a cube. Numerical analysis of partial differential equations is necessary to understand in order to model these complex problems. The idea of Finite difference method is to discretize the PDE by replacing the partial derivatives with their approximations, that is finite differences [2]. Poisson's equation can be approximated with a finite difference approximation. This approximation will be used to establish a system of linear algebraic equations that gives solutions at the internal points of the domain.

A computer program was developed to solve this system by utilising the Matlab software and using the inputs such as boundary conditions and a non-homogenous source function. In order to get the approximations closer to the actual solution, the program was checked with an increasing number of subintervals. The effectiveness of this method is tested for some Poisson's equation with known analytical solutions and the derived numerical results show that the method produces accurate results. In the real-world systems, the numerical methods can be used to provide precise results.

The work has been supported by Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS in Akademgorodok, Novosibirsk, Russia under contract no: 10-3/439.

REFERENCES

1. *Kabanikhin S.I.* Definitions and examples of inverse and ill-posed problems // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, Vol. 16(4), 2008, P. 317-357.
2. *Nagel J.R.* Numerical solutions to Poisson equations using the Finite difference method // IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 56(4), 2014, P. 209-224.

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ БИОМЕХАНИКИ В ЭНДОПРОТЕЗИРОВАНИИ

Чехонин К.А.

*Хабаровское отделение Института прикладной математики ДВО РАН,
Хабаровский Федеральный исследовательский центр, Хабаровск
lex7861@rambler.ru*

В настоящей работе исследуются задачи технологического процесса эндопротезирования с цементной фиксацией имплантата: инъекция жидкотекучего костного цемента на акриловой основе в костную ткань с последующим отверждением при протезировании. Предложена новая математическая модель реологических свойств костного цемента. Идентификация параметров модели производилась методом наименьших квадратов с включением заданных ограничений. Параметрическое исследование заполнения и отверждения костного цемента производилось с построением функционала Лагранжа и решалась методом смешанных конечных элементов как оптимизационная задача. Получены области значений определяющих параметров задачи приводящих к бездефектным условиям технологии протезирования с цементной фиксацией. При исследовании технологического процесса эндопротезирования с биомеханической фиксацией имплантата, прямая задача формулировалась в виде контактного адгезионного взаимодействия двух тел с трением и эффективными свойствами: ортотропный упругий имплантат и пористая упругая бедренная кость. Процесс остеointеграции костной ткани описывался моделью Ковина. Для исследования влияния формы и структурно-механических свойств имплантата и его поверхности на процесс адаптации костной ткани сформулирована задача топологической оптимизации с известными ограничениями на объем и плотность. В качестве варьируемых параметров принимались геометрические размеры и вид микроструктуры имплантата. Численное решение задач топологической оптимизации производилось многосеточным методом конечных элементов с использованием фильтрации и проекции плотности. Для оптимизированных имплантатов приведены уровни экранизации напряжений в проксимальной области костной ткани при различных нагрузках и ее остеointеграции.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ ПЛОТНОСТИ В УПРУГОМ ЦИЛИНДРЕ

Дударев В.В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
dudarev_vv@mail.ru

Рассмотрена прямая и обратная задача для упругого полого цилиндра, изготовленного из функционально-градиентного материала. Уравнения установившихся продольно-радиальных колебаний и определяющие соотношения сформулированы на основе общей постановки задачи в рамках линейной теории упругости [1]. Переменные свойства описываются параметрами Ламе и плотностью, изменяющимися по радиальной и продольной координатам. На торцах цилиндра реализованы граничные условия, соответствующие скользящим заделкам. На внешней боковой поверхности действует нагрузка, вызывающая колебания. Решение прямой задачи получено с помощью метода конечных элементов, реализованном в пакете FlexPDE. Отмечены основные возможности этого пакета, которые используются для исследования прямой задачи. В качестве конкретных законов изменения свойств рассмотрены функции, описанные в статье [2]. На основе численных экспериментов проведен анализ влияния переменных свойств на значения компонент поля смещения и значения первой собственной частоты.

Сформулирована новая коэффициентная обратная задача об определении закона изменения плотности по данным о поле смещения, измеренном в конечном наборе точек при фиксированной частоте. Ее решение строится на основе дифференциального уравнения колебаний для радиальной компоненты поля смещения. Для повышения точности вычисления первых и вторых производных от табличных функций двух переменных предложен подход, в рамках которого используется алгоритм локально взвешенной регрессии и сплайн-аппроксимации третьей степени. Для моделирования входной информации использовались результаты расчетов, полученных с помощью метода конечных элементов. Представлены примеры результатов вычислительных экспериментов по реконструкции различных видов законов, описывающих изменение плотности материала по радиальной и продольной координатам. Отмечены важные аспекты по реализации предложенного подхода на практике. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 18-71-10045, <https://rscf.ru/project/18-71-10045/>, в Южном федеральном университете.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vatulyan A.O., Dudarev V.V. Mnukhin R.M.* Identification of characteristics of a functionally graded isotropic cylinder // International Journal of Mechanics and Materials in Design. 2021. V. 17. P. 321–332.
2. *Asgari M., Akhlaghi M.* Natural frequency analysis of 2D-FGM thick hollow cylinder based on three-dimensional elasticity equations // European Journal of Mechanics - A/Solids. 2011. V. 30, N 2. P. 72-81.

Об одной линейной обратной задаче для трёхмерного уравнения смешанного типа второго рода второго порядка с полунелокальными краевыми условиями в неограниченном параллелепипеде

Джамалов С.З.

Институт математики АНРУз, Ташкент, Узбекистан;

siroj63@mail.ru

В области

$$G = (0, 1) \times (0, T) \times \mathbb{R} = \\ = Q \times \mathbb{R} = \{(x, t, z); x \in (0, 1), 0 < t < T < +\infty, z \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty)\},$$

рассмотрим трехмерное уравнение смешанного типа второго рода:

$$Lu = k(t)u_{tt} - \Delta u + a(x, t)u_t + c(x, t)u = \psi(x, t, z), \quad (1)$$

где $k(0) \leq 0 \leq k(T)$, $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$ - оператор Лапласа, здесь $\psi(x, t, z) = g(x, t, z) + h(x, t) \cdot f(x, t, z)$, $g(x, t, z)$ и $f(x, t, z)$ -заданные функции, а функция $h(x, t)$ подлежит определению.

Уравнение (1) относится к уравнениям смешанного типа второго рода, так как на знак функции $k(t)$ по переменной t внутри области Q не налагается никаких ограничений [1]. Пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в области Q .

Линейная обратная задача. Найти функции $(u(x, t, z), h(x, t))$ удовлетворяющие уравнению (1) в области G , такие что, функция $u(x, t, z)$ удовлетворяет следующим полунелокальным краевым условиям

$$\gamma u|_{t=0} = u|_{t=T}, \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad (3)$$

где γ — некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Далее будем считать, что $u(x, t, z)$ и $u_z(x, t, z) \rightarrow 0$ при $|z| \rightarrow \infty$, $u(x, t, z)$ абсолютно интегрируема по z на R при любом (x, t) в $\overline{Q}$, и с дополнительному условию

$$u(x, t, \ell_0) = \varphi_0(x, t), \ell_0 \in R \quad (4)$$

и с функций $h(x, t)$ принадлежит классу

$$U = \{(u, h) | u \in W_2^{2,3}(G); h \in W_2^2(Q)\}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Врагов В.Н.* Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики.// Новосибирск: НГУ, 1983.

УСТОЙЧИВОЕ РЕШЕНИЕ ДВОЙСТВЕННОЙ ПАРЫ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Ерохин В.И.

Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского, Санкт-Петербург
vka@mil.ru

Рассмотрим двойственную пару задач линейного программирования (ЛП)

$$\begin{aligned} L : Ax = b, x \geq 0, c^\top x &\rightarrow \max, \\ L^* : u^\top A \geq c^\top, u^\top b &\rightarrow \min, \end{aligned}$$

где матрица $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, векторы $b \in \mathbb{R}^m$, $c \in \mathbb{R}^n$ обладают интервальной неопределенностью, обусловленной погрешностями различной природы и формализованной в виде неравенств $\underline{A} \leq A \leq \bar{A}$, $\underline{b} \leq b \leq \bar{b}$, $\underline{c} \leq c \leq \bar{c}$, выполненных поэлементно.

В силу влияния погрешностей задачи L, L^* могут быть неустойчивыми и даже несобственными.

Предположим, что существуют гипотетические *точные* разрешимые задачи ЛП L_0 и L_0^* с *нормальными* решениями $\hat{x}_0, \hat{u}_0$, множеством Z_0 всех решений, неизвестными *точными* матрицей A_0 , векторами b_0, c_0 , такими, что $\underline{A} \leq A_0 \leq \bar{A}$, $\underline{b} \leq b_0 \leq \bar{b}$, $\underline{c} \leq c_0 \leq \bar{c}$. Тогда, опираясь на классическую теорию двойственности, теорию систем интервальных неравенств и подход к решению неустойчивых задач, являющийся поэлементной интервальной модификацией *обобщенного метода невязки* (развитый в работах А.А. Ватолина, В.А. Морозова, Г.М. Агаяна, Ф.П. Васильева и А.Ю. Иваницкого) удастся показать, что справедливы следующие утверждения:

1. Объединенное множество $Z(\underline{A}, \bar{A}, \underline{b}, \bar{b}, \underline{c}, \bar{c})$ решений всех задач L, L^* , коэффициенты которых сопоставимы по точности (в смысле попадания в интервальные ограничения) с коэффициентами задач L_0, L_0^* , описывается системой ограничений вида

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{A} \\ -\bar{A} \end{bmatrix} x \leq \begin{bmatrix} \bar{b} \\ -\underline{b} \end{bmatrix}, x \geq 0, \begin{bmatrix} u_+^\top & u_-^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A} \\ -\bar{A} \end{bmatrix} \geq \underline{c}^\top, \\ u_+, u_- \geq 0, \underline{c}^\top x = u_+^\top \underline{b} - u_-^\top \bar{b}, u = u_+ - u_-. \end{aligned} \quad (1)$$

2. Нормальные решения $\hat{x}, \hat{u}$ системы (1) являются устойчивыми приближениями к $\hat{x}_0, \hat{u}_0$.
3. Если множество Z ограничено для всех $\underline{A}, \bar{A}, \underline{b}, \bar{b}, \underline{c}, \bar{c}$, таких что $\bar{A} - \underline{A} \leq \alpha$, $\bar{b} - \underline{b} \leq \beta$, $\bar{c} - \underline{c} \leq \gamma$, где $\alpha, \beta, \gamma > 0$ – некоторые константы, то *любое* решение $\hat{x}, \hat{u}$ системы (1) является устойчивым приближением к некоторому решению $\{x, u\} \in Z_0$.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПО РАДИОЛОКАЦИОННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ НА МАЛЫХ ИНТЕРВАЛАХ ВРЕМЕНИ

Ерохин В.И., Кадочников А.П., Сотников С.В.

*Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского, Санкт-Петербург
vka@mil.ru*

Рассмотрена задача нахождения (в реальном масштабе времени) кеплеровых элементов орбиты космического объекта по наблюдаемой одной или несколькими радиолокационными станциями траектории космического объекта на малом (по сравнению с периодом обращения) интервале времени. Указанная задача является некорректной, в силу чего небольшие погрешности исходных данных (наблюдаемых координат) приводят к значительным изменениям оценок кеплеровых элементов орбиты. Кроме того, в силу определенных технических причин, наблюдаемые координаты могут содержать грубые ошибки (выбросы).

Предложены новые алгоритмы, основанные на нелинейном методе наименьших квадратов и методах бинарной классификации нормальных и аномальных измерений, позволяющие получать устойчивые решения задачи оценивания кеплеровых элементов орбиты по возмущенным радиолокационным измерениям одной или нескольких радиолокационных станций.

Приведено описание алгоритма, его теоретическое обоснование, представлены иллюстративные численные примеры.

APPROXIMATION OF NOT A FUNCTION BUT ITS EQUATION GIVES A LINEAR INVERSE PROBLEM INSTEAD OF NONLINEAR ONE

Frumin L.L.

Institute of automation and electrometry SB RAS, Novosibirsk

lfrumin@yandex.ru

A generalization of the linear least squares method to a wide class of parametric nonlinear inverse problems [1] is presented. The idea of the proposed approach to parameter estimation is based on the fact that for many functions there always exists an equation (and not a single equation) that this function satisfies. If the equation is linear in the parameters of this function, estimates of the parameters can be found by minimizing the sum of squares of the finite difference residuals or some other approximation of this equation, the residual being the difference between the fitted value and the experimentally measured value of . As a result, we can apply the linear least squares method to a non-linear parametric problem. The approach is based on the consideration of operator equations, the solution of which is the chosen function of parameters. The generalization is based on two mandatory conditions: the operator equations are linear in the estimated parameters and the operators have discrete approximations. Not requiring the use of iterations, this approach is well suited for hardware implementation, as well as for constructing a first approximation for the nonlinear least squares method. Examples of numerical simulation of inverse problems, including problems of estimating the parameters of some higher transcendental functions, are given.

The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of Russia, project AAAA-A21-121012190005-2.

REFERENCES

1. *Frumin L.L.* Linear least squares method in nonlinear parametric inverse problems. *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, 28(2):307-312, 2020.

ONE INTERPRETATION OF 3D MESH

Glasko Y.V.

Research Computing Center Lomonosov Moscow State University, Moscow
glaskoyv@mail.ru

In the work we consider several systems of expanding cubes. The system of two 3D cubes; the system of three 3D cubes [4], the system of four 3D cubes [5]. Correspondingly, we have 1 nested cube, 2 nested cubes, 3 nested cubes. By method of induction we obtain the formulas for system of M expanding cubes. Correspondingly, we have M-1 nested cubes.

Consider 3D cubic mesh. We interpret the mesh as system of M expanding mesh cubes: $V_{M-1}^h \subset \dots \subset V_1^h \subset V^h$. The step of the mesh $h=1/(N-1)$. The edge of the boundary mesh cube V^h has $N=2M$ mesh nodes. By method of induction we obtain the formulas for faces of M expanding mesh cubes $\Gamma^h, \Gamma_1^h, \dots, \Gamma_{M-1}^h$.

REFERENCES

1. *Lavrent'ev M.M., Starostenko V.I., Filatov V.G. and others.* Primenenie regularizatsii v gravimagnitorazvedke pri poiskah mestorogdenii uglevodorodov (Application regularization for gravity and magnetic prospection in the search for hydrocarbon deposits). Moscow: MGRI, 2010.
2. *Samarskii A.A.* Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem (Introduction to theory of difference schemes). Moscow: Nauka, 1974.
3. *Yagola A.G., Dorofeev K.Yu.* Sourcewise representation and a posteriori error estimates for ill-posed problems // Ramm A.G., Shivakumar P.N., Strauss A.V. (eds.) Fields Institute Communications: Operator Theory and Its Applications. 2000, Providence, RI: Amer. Math. Soc. **25**, 543–550.
4. *Glasko Yu.V.* The Inverse Problem of Interpretation of Gravitational and Magnetic Anomalies of Hydrocarbon Deposits // Journal of Applied and Industrial Mathematics - 2020. - Vol. 14. - N 1. - P. 46-55.
5. *Glasko Y.V.* Diffuzionnii process s razlichimi istochnikami (Diffusion process for various sources) // International conference "Marchuk Scientific Readings 2022", 2022, Novosibirsk, P. 103.

**ОБ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ
ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СО МНОГИМИ
ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ**

Камынин В.Л.

*Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва
vltkaynin2008@yandex.ru*

Изучаются обратные задачи в цилиндре $Q \equiv [0, T] \times \Omega$ ($\Omega \subset \mathbb{R}^n$ - ограниченная область) для вырождающегося параболического уравнения

$$u_t - a(t, x)\Delta u + (\vec{b}(t, x), u_x) + c(t, x)u + \gamma(t)u = p(t)g(t, x) + r(t, x) \quad (1)$$

при дополнительном условии интегрального наблюдения

$$\int_{\Omega} u(t, x)\omega(x) dx = \varphi(t), \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

Уравнение (1) предполагается вырождающимся:

$$0 \leq a(t, x) \leq a_1, \quad 1/a(t, x) \in L_q(Q), q > 1. \quad (3)$$

Неизвестными в уравнении (1) являются либо функция $p(t)$, либо функция $\gamma(t)$. Эти неизвестные функции ищутся в классах либо $L_2(0, T)$, либо $L_{\infty}(0, T)$.

Установлены достаточные условия, при которых рассматриваемые обратные задачи однозначно разрешимы. Даны оценки решения в соответствующих нормах в виде неравенств с явно выписанными константами, что важно для приложений.

Ранее близкая обратная задача при условии типа (3), но с другим, нежели (2), дополнительным условием была рассмотрена в [1].

Работа проводилась при частичной поддержке Программы Приоритет-2030 НИЯУ МИФИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Камынин В.Л. Обратная задача восстановления функции источника в многомерном неравномерно параболическом уравнении // Математические заметки. 2020. Т. 112, выпуск 3. С. 398–411.

RESTORATION OF SATELLITE IMAGES CORRUPTED BY STRIPE INTERFERENCE

Turebekov R.Z., Sultanov M.A., Kazantsev I.G.

Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan, RK; Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, Novosibirsk, RF
rauan.turebekov@ayu.edu.kz, murat.sultanov@ayu.edu.kz, kig@oio.sccc.ru

Image enhancement approaches fall into two broad categories: spatial domain processing methods (spatial methods) and transform domain processing methods (Fourier transform, or frequency methods, Laplace, Radon and other transforms). The term spatial domain refers to the image plane as such, and this category includes approaches based on direct manipulation of image pixels. Methods of processing in the frequency domain are based on the modification of the signal generated by applying the Fourier transform to the image [1].

Intermittent noise is usually caused by electrical or electromechanical interference during satellite image acquisition (the so-called "drift of dark currents") [2]. In this case the image is usually heavily distorted by spatial sinusoidal noise of various frequencies. Such noise can be significantly reduced by frequency filtering in the region of the Fourier transform. The main idea is that in the Fourier spectrum, periodic noise looks like a concentrated spike energy at the position corresponding to the frequencies of the periodic interference. An approach comes down to using a selective filter (notch, bandpass and narrowband), capable of isolating noise.

In this work we consider an alternative approach due to well-known mathematical relation of the Fourier and Radon transforms, and pay basic attention to the Radon transform, its singular value decomposition (SVD) into sums of ridge functions and its application to removal of strip interference. The Radon transform maps an image into a one-dimensional integral projection, which makes it possible to calculate the convolution and correlation of two images, linear and nonlinear filtering, compression and encoding of information in devices designed to process one-dimensional signals. The motivation of using the Radon transform is an observation that a sequence of strips is a ridge function. We need to extract a single ridge function (or few neighbors of it) from the distorted image. Compared to the frequency approach, projections of Radon space still retain their connection with spatial geometry.

We illustrate the results of extrating the strip interference in a real- world satellite images of remote sensing.

The work has been supported in the Framework of the State Assignment for the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (project no. 0251-2021-0003) and by the Ministry of Science of the Republic Kazakhstan (project no. AP 05133873).

REFERENCES

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital image processing, Pearson, New York, 2018.
2. Song Q. et al. Remote sensing images stripe noise removal by double sparse regulation and region separation // Remote Sensing, 2018, V. 10, No 7, 998.

DETECTION OF DEFECTS IN WELDED PIPES USING MACHINE VISION METHODS AND RIDGE FUNCTIONS

Yemelyanova M.G., Baklanova O.E., Kazantsev I.G.

*D. Serikbayev East Kazakhstan technical university, Ust-Kamenogorsk, RK; Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, Novosibirsk, RF
mariya_yemelyanova@mail.ru, oebaklanova@mail.ru, kig@oii.sccc.ru*

Let $D \subset \mathbb{R}^2$ be a set. A ridge function [1], [2] on D is a function of the form $\varphi(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x})$, where $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in D$, $\mathbf{a} = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{\mathbf{0}\}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \sum_{j=1}^2 a_j x_j$, and φ is a real-valued function defined on $\Delta(\mathbf{a}) = \{\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} : \mathbf{x} \in D\}$. These functions arise in some problems of tomography [3]. In this work, we use ridge functions and their orientation as features to describe the anisotropy of welded joints of pipes in digital images. These features are included in a model of a defect-free weld. Defects in the welded joints are areas of local random violation of the regularity and anisotropy of pipes.

In this study, the images of pipe sections with a welded joint obtained from a static camera, are analyzed based on the method of integral Radon projections and ridge functions. As a model of a defect-free welded joint, a function of two variables that has homogeneity or the anisotropic in the horizontal direction is used. Such functions are known as ridge functions. We obtained a criterion for the presence of welding defects in the image based on the comparison of the image and its reconstruction by the Radon integral projection. Images of various defects in welded joints were used for computational experiments. These studies have shown that the method of integral projections can be used to identify the specific type of defects of welded joints.

The proposed approach can be a possible solution for automatic visual quality control systems of welded joints to solve the problem of detection and recognition of defects in welded joints in the images [4],[5].

REFERENCES

1. *Konyagin S.V., Kuleshov A.A., Maiorov V.E.* Some Problems in the Theory of Ridge Functions // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, 2018, V. 301, P. 144–169.
2. *Ismailov V. E.* Ridge Functions and Applications in Neural Networks // Mathematical Surveys and Monographs, 2021, V. 263.
3. *Kazantsev I.G.* Tomographic reconstruction from arbitrary projections using ridge functions // Inverse Problems, 1998, V. 14, No. 3, P. 635–645.
4. *Sun J., Li C., Wu X.J., Palade V., Fang W.* An effective method of weld defect detection and classification based on machine vision // IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, V. 15, P. 6322–6333.
5. *Sassi P., Tripicchio P., Avizzano C. A.* A smart monitoring system for automatic welding defect detection // IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, V. 6, No. 12, P. 9641–9650.

ОБРАТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧЕ ВЫБОРА НАЧАЛЬНОГО СОСТАВА РЕАГИРУЮЩИХ ВЕЩЕСТВ

Хамисов О.В., Шаманский В.А., Козлова М.А.

Институт систем энергетики им.Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск
khamisov@isem.irk.ru

Прямая задача определения равновесного состояния реагирующих веществ в газовой среде при постоянном давлении имеет следующий вид [1]

$$f(T, x) \rightarrow \min_x, Ax = b, \quad (1)$$

где f — некоторая термодинамическая функция, минимум которой характеризует искомое равновесное состояние (например, функция Гиббса), $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор количеств молей реагирующих веществ, $A — m \times n$ — матрица содержания элементов в веществах, b — вектор количеств молей элементов, T — температура.

Известно [1], что задача (1) есть задача выпуклого программирования, имеющая при заданных параметрах A, b и T единственное решение x^{eq} . Вектор b определяется начальным составом x^0 , $b = Ax^0$.

Заданы индексные множества $J_N \subset \{1, 2, \dots, n\}$ — номера вредных веществ и $J_P \subset \{1, 2, \dots, n\}$ — номера полезных веществ. Суммарный вред определяется величиной $\sum_{j \in J_N} \alpha_j x_j^{eq}$, суммарная польза — величиной $\sum_{j \in J_P} \beta_j x_j^{eq}$. Здесь α_j и β_j — оценочные весовые характеристики вредности и полезности компонентов реакционной среды.

Начальный состав можно выбирать из некоторого множества X^0 , заданы максимально возможный суммарный показатель выхода вредных веществ ν и минимально возможный показатель выхода полезных веществ η . Температура T должна находиться в пределах $\underline{T} \leq T \leq \bar{T}$, определяемых технологическими условиями проведения процесса. Решаемая обратная задача состоит в следующем. Требуется найти такой начальный состав $\hat{x}^0 \in X^0$ и такой температурный режим $\hat{T} \in [\underline{T}, \bar{T}]$, что соответствующее решение $\hat{x}^{eq}$ задачи (1) при $b = A\hat{x}^0$ и $T = \hat{T}$ удовлетворяет неравенствам

$$\sum_{j \in J_N} \alpha_j \hat{x}_j^{eq} \leq \nu, \sum_{j \in J_P} \beta_j \hat{x}_j^{eq} \geq \eta. \quad (2)$$

Для решения поставленной задачи используется методология нелинейных опорных функций [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каганович Б.М., Кейко А.В., Шаманский В.А., Ширкалин И.А., Зароднюк М.С. Технология термодинамического моделирования. Редукция моделей движения к моделям покоя. — Новосибирск: Наука, 2010. — 236 с.
2. Хамисов О.В. Невыпуклая оптимизация с нелинейными опорными функциями // Труды ИММ УрО РАН, т.12, №2, 2013, с. 295–306

ТИПОЛОГИЯ СУБЪЕКТОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОМУ ПОЛОЖЕНИЮ

Хрущев С.Е.¹, Исмайлова Ю.Н.², Глинский В.В.³

¹*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*

^{2,3}*Сибирский институт управления — филиал РАНХиГС, Новосибирск*

¹*hrushew@rambler.ru*, ²*ismaiylova@gmail.com*, ³*ss444@ngs.ru*

С использованием информационных ресурсов Федеральной службы государственной статистики, отражающих ряд социально-экономических характеристик российского общества, исследованы неоднородные выборки (по ряду статистических совокупностей), взятые из конечных смесей вероятностных распределений; при этом число смешивающихся распределений (компонент), а также соответствующие им веса и параметры могли быть неизвестными. Содержательно задача разделения (декомпозиции) смесей может быть сведена к определению неизвестных характеристик смешивающихся компонент, а также их весов.

Осуществлена декомпозиция смесей вероятностных распределений на совокупности субъектов Российской Федерации по трем взаимосвязанным статистическим показателям — уровню безработицы, уровню бедности и уровню насилия, которые можно рассматривать в качестве измерителей достижения целей устойчивого развития для территориального образования и (одновременно) индикаторов социально-экономического "здоровья" территории. Проведены типологии регионов по перечисленным показателям. Выполнено перекрестное сопоставление результатов полученных типологических группировок, позволившее (в том числе) определить субъекты Российской Федерации, в которых прослеживаются как позитивные, так и негативные тенденции в контексте рассматриваемых показателей.

АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ АНАЛИЗА ГЛИКЕМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Кладов Д.Е., Бериков В.Б., Климонтов В.В.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

*Научно-исследовательский институт клинической и экспериментальной
лимфологии – филиал ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр
Институт цитологии и генетики Сибирского отделения Российской академии
наук», г. Новосибирск, Россия*

*ФГБУН институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения
Российской академии наук
danil_kladov@mail.ru*

В данной работе рассматривается задача кластеризации временных рядов с помощью алгоритма иерархического кластерного анализа, а также задача проверки статистической значимости полученной кластерной структуры. Для определения статистической достоверности проверяется основная гипотеза о том, что в данных нет кластерной структуры. Проверка осуществляется с помощью метода Монте-Карло, который основан на многократной кластеризации искусственно сгенерированной выборки из заданного распределения, вычислении индекса качества кластерной структуры и сравнении с индексом качества кластеризации на реальных данных. Кластеризация принималась достоверной для данного числа выделенных кластеров, если значение индекса на реальной выборке оказывалось больше значения 95%-ного квантиля для искусственных данных.

В качестве выборки реальных данных использован набор данных, состоящий из временных рядов, которые были получены в результате непрерывного мониторинга глюкозы у 385 взрослых пациентов с сахарным диабетом 1 типа. Измерения проводились с интервалом времени 5 минут. Данные предоставлены ИЦиГ СО РАН. Гипогликемическими считались те временные ряды, в которых уровень глюкозы достигал значения < 3.9 ммоль/л хотя бы 15 минут подряд. Для анализа использовались ночные, ранние утренние и дневные промежутки времени: 0.00-5.59, 4.00-7.59 и 8.00-23.59 соответственно. На этих данных предложенная методика показывает достоверную кластеризацию на уровне значимости $p < 0.05$.

По результатам кластеризации в ночные, ранние утренние и дневные промежутки времени получилось 15, 11, 7 кластеров без гипогликемии и 7, 4, 5 кластеров с гипогликемией соответственно. Различия в кластерах касались начального и конечного уровня глюкозы, наличия или отсутствия нисходящего/восходящего тренда. Прослеживалась зависимость между исходным значением глюкозы, быстрой падения и временем возникновения гипогликемии.

Данное исследование поддержано грантом РФФИ (20-15-00057).

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ SEIR-ПОДОБНЫХ ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Кокурин М.М., Гаврилова А.В.

Марийский государственный университет, Йошкар-Ола

kokurin@nextmail.ru, anst-val@yandex.ru

Изучаются несколько SEIR-подобных моделей распространения эпидемии. Рассматриваемые модели учитывают такие факторы, как наличие бессимптомного периода заболевания, нестойкость приобретаемого к инфекции иммунитета, а также проведение массовой вакцинации. Разработан подход к восстановлению неизвестных коэффициентов, входящих в соответствующие системы дифференциальных уравнений, по данным эпидемиологической статистики. В основе предлагаемого подхода лежит представление задачи восстановления коэффициентов в виде нелинейного операторного уравнения и его приближённое решение с помощью итеративно регуляризованных методов типа Гаусса-Ньютона. При этом учитываются различные виды погрешностей в эпидемиологической статистике, в частности, малые случайные погрешности, систематическое занижение статистики из-за ограниченных возможностей здравоохранительной системы, а также временные сдвиги статистических данных относительно реальных значений количества заражённых, выздоровевших и погибших.

Построен комплекс программ в среде Maple, реализующий предлагаемый подход к решению задачи восстановления коэффициентов SEIR-подобных моделей. Комплекс программ позволяет строить прогнозы распространения эпидемии, а также изучать динамику показателей её заразности и опасности, в т.ч. под воздействием принимаемых государствами мер по борьбе с эпидемией. Комплекс программ успешно тестировался на реальных данных по распространению эпидемии COVID-19 в России и ряде зарубежных стран в 2020 — 2022 годах, а также эпидемии лихорадки Эбола в Западной Африке в 2014 — 2015 годах. Результаты численных экспериментов показывают практическую применимость предлагаемого подхода к анализу и прогнозированию распространения эпидемий. Некоторые из этих результатов представлены в [1].

Работа проводилась при поддержке Российского научного фонда (проект 20-11-20085).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kokurin M.M., Kokurin M.Yu., Semenova A.V. Iteratively regularized Gauss-Newton type methods for approximating quasi-solutions of irregular nonlinear operator equations in Hilbert space with an application to COVID-19 epidemic dynamics // Applied Mathematics and Computation. 2022. V. 431. doi: 10.1016/j.amc.2022.127312

УСТОЙЧИВЫЕ ИТЕРАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В СХЕМЕ КВАЗИРЕШЕНИЙ

Кокурин М.Ю.

Марийский государственный университет, Йошкар-Ола
kokurinm@yandex.ru

Рассматривается класс условно-корректных задач, характеризуемый гильбертовой оценкой условной устойчивости на выпуклом компакте в гильбертовом пространстве. Оператор прямой задачи и правая часть уравнения заданы с погрешностями, близость производных точного и возмущенного оператора не предполагается. Исследуются свойства выпуклости и одноэкстремальности функционала невязки метода квазирешений. Для этого функционала устанавливается, что каждая его стационарная точка на множестве условной корректности, не слишком далекая от искомого решения исходной обратной задачи, лежит в малой окрестности решения. Даны оценки диаметра указанной окрестности в терминах погрешностей входных данных. Показано, что эта окрестность является аттрактором итераций метода проекции градиента и получены оценки скорости сходимости итераций к аттрактору. Устанавливается необходимость используемой оценки условной устойчивости для существования итерационных процессов с указанными свойствами [1]. Результаты обобщаются на случай, когда множество априорных решений описывается истокообразным представлением с использованием линейного оператора, связанного с исходной нелинейной задачей. В этом случае требование условной устойчивости удается снять [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 20-11-20085).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kokurin M.Y.* On the global minimization of discretized residual functionals of conditionally well-posed inverse problems // *Journal of Global Optimization*. 2022. V.84. P.149–176.
2. *Kokurin M.Y.* On solution sets of nonlinear equations with nonsmooth operators in Hilbert space and the quasi-solution method // *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2021. V.500. 125126.

**ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА В
АБСТРАКТНОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ
ДРОБНОГО ПОРЯДКА**

Костин А. Б., Пискарев С. И.

НИЯУ МИФИ, Москва; НИВЦ МГУ им. М. В. Ломоносова

abkostin@yandex.ru; piskarev@gmail.com

В банаховом пространстве E рассматривается обратная задача

$$(\mathbf{D}_t^\alpha u)(t) = Au(t) + \mathcal{F}(t)f, \quad t \in (0, T], \quad u(0) = u^0, \quad \ell(u) = u^1, \quad (*)$$

с неизвестной функцией $u(t)$ и неизвестным элементом $f \in E$. Здесь параметр $\alpha \in (0, 1)$ фиксирован, $(\mathbf{D}_t^\alpha u)(t)$ дробная производная Капуто-Джрбашана, элементы $u^0, u^1 \in D(A)$ а оператор-функция $\mathcal{F} \in C^1([0, T]; B(E))$. Оператор перепределения $\ell: C([0, T]; X) \rightarrow X$ рассматривается в одной из следующих форм: $\ell(u) := u(t_1)$, $0 < t_1 \leq T$ либо $\ell(u) := \int_0^T u(t)\nu(t) dt$. Относительно линейного замкнутого оператора A предполагается, что он является генератором C_0 -полугруппы, которая компактна при $t > 0$ и позитивна, а её тип $\omega(A) < 0$.

В этих предположениях и некоторых ограничениях на оператор-функцию $\mathcal{F}$ и банахово пространство E , доказана теорема единственности, существования и устойчивости решения обратной задачи (*). Рассмотрены примеры применения полученного результата к линейной обратной задаче об источнике для дробного параболического уравнения в $L_p(\Omega)$ (см. [1]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kostin A. B., Piskarev S. I.* Inverse source problem for the abstract fractional differential equation // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2021. <https://doi.org/10.1515/jiip-2020-0038>.

НОВЫЕ МОДЕЛИ СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ МНОГОАТОМНЫХ МОЛЕКУЛ

Курамшина Г. М.

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,
химический факультет, Москва
kuramshi@phys.chem.msu.ru*

Супрамолекулярная химия — «химия за пределами молекулы» [1], изучающая структуру и функции ассоциаций двух и более химических частиц, удерживаемых вместе межмолекулярными силами». В качестве супрамолекул принято рассматривать олигомерные структуры, которые возникают при межмолекулярной ассоциации нескольких компонентов и имеют четко обозначенную структуру. Супрамолекулы могут быть охарактеризованы пространственным расположением фрагментов (в качестве которых могут выступать отдельные молекулы), то есть иметь определенную конформацию, в которой можно выделить различные типы взаимодействий, характеризующиеся силой и направленностью и зависящие от расстояний и углов. Образование сложных систем может происходить за счет координационных взаимодействий с ионами металлов, межмолекулярных водородных связей, ван-дер-ваальсовых взаимодействий и т.д. При анализе спектральных свойств супрамолекулярных систем, в частности, относящихся к биологическим объектам, необходимо полное знание о геометрической структуре и колебательных спектрах отдельных фрагментов молекулы. В докладе рассматривается подход для определения матриц потенциальной энергии сложных молекулярных образований, основанный на совместном использовании современных квантово-химических методов в сочетании с устойчивыми численными алгоритмами решения обратных задач спектроскопии в рамках теории регуляризации нелинейных некорректных задач [2, 3]. В рамках предложенного приближения возможно использование различных систем обобщенных координат для описания силовых полей сложных молекулярных систем [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лен Ж.-М.* Супрамолекулярная химия. Концепции и перспективы. // Новосибирск: Наука, 1998.-334 с.
2. *Yagola A.G., Kochikov I.V., Kuramshina G.M., Pentin Yu.A.* Inverse Problems of Vibrational Spectroscopy. // Walter de Gruyter GmbH Berlin, Boston, 2014.
3. *Kuramshina G.M., Weinhold F.A., Kochikov I.V., Pentin Yu.A., Yagola A.G.* Joint treatment of ab initio and experimental data in molecular force field calculations with tikhonov's method of regularization. // J. Chem. Phys. -1994, vol. 100, N 2. P. 1414.
4. *Kochikov I., Stepanova A., Kuramshina G.* Scaled in cartesian coordinates ab initio molecular force fields of dna bases: Application to canonical pairs. // Molecules. -2022. vol. 27, N 2. P. 427.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДЕРЖАНИЯ ПЛАЗМЫ В ВИНТОВОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Лазарева Г.Г.

Российский университет дружбы народов, Москва
lazareva-gg@rudn.ru

В докладе представлена математическая модель переноса вещества в спиральном магнитном поле для новой установки Спиральная Магнитная Открытая Ловушка для удержания плазмы (СМОЛА), созданной в ИЯФ им. Г. И. Будкера СО РАН. Винтовая конфигурация стационарного магнитного поля позволяет целенаправленно вращать плазму, двигая ее к центру ловушки. Стационарное уравнение переноса вещества в аксиально-симметричной постановке содержит вторые производные по пространству, в том числе смешанные. Переменные коэффициенты имеют сложный вид, содержат экспериментально полученные зависимости. Полученное с помощью численного моделирования распределение концентрации вещества имеет качественное соответствие с данными натурных экспериментов. Созданная модель позволяет получать зависимости интегральных характеристик вещества от глубины гофрировки магнитного поля, диффузии и потенциала плазмы. Для определения доли ионов, пролетевших через пробку, вернувшихся назад и попавших на боковую стенку разрабатывается 3-Д модель для средней скорости ионов. Задается распределение влетающих в винтовую пробку ионов по скоростям и координатам, и постоянные электрическое и магнитное поля в пробке. В начальной стадии развития модели кулоновское рассеяние и перезарядка на остаточном газе не учитывается.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (мегагрант соглашение № 075-15-2022-1115).

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОЙ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РЕГРЕССИИ

Линке Ю.Ю.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

linke@math.nsc.ru

В докладе будут рассмотрены две статистические задачи из области нелинейной и непараметрической регрессии, решение которых основано на близких идеях.

В задачах нелинейной регрессии асимптотически оптимальные оценки как правило задаются неявно в виде решений тех или иных уравнений, при этом нередко имеется несколько корней уравнения, определяющего оценку. Последнее обстоятельство порождает так называемую проблему множества корней (multiple root problem), заключающуюся в невозможности выбрать из множества корней уравнения тот, который собственно и приближает параметр. Указанную проблему можно решить с помощью некоторой предварительной состоятельной оценки параметра. Мы расскажем о предлагаемом методе построения явных оценок, которые можно использовать в качестве предварительных. Ранее лишь для ограниченного круга моделей нелинейной регрессии были известны явные оценки и проблема построения предварительных оценок в нелинейной регрессии оставалась открытой.

В классической постановке задачи непараметрической регрессии требуется восстановить (оценить) неизвестную функцию по зашумленным значениям этой функции на некотором наборе ее аргументов (элементах дизайна). Традиционно в этой задаче рассматривается либо неслучайный дизайн с условиями регулярности, либо случайный, состоящий из независимых или слабо зависимых случайных величин. В докладе будут обсуждаться новые классы универсальных оценок ядерного типа, равномерно состоятельных при близких к минимальным и наглядных условиях на точки дизайна. Относительно элементов дизайна предполагается лишь в некотором смысле плотное заполнение области определения регрессионной функции, что по сути является необходимым условием ее восстановления с той или иной точностью.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта РФФИ No. 22-21-00414

ACCOUNTING FOR ROUND-OFF ERRORS WHEN USING GRADIENT MINIMIZATION METHODS

Lukyanenko D.V.

*Department of Mathematics, Faculty of Physics,
Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia
lukyanenko@physics.msu.ru*

When solving applied inverse problems, it often becomes necessary to minimize some target functionals. Iterative methods are usually used for minimization. If the problem is linear, then one of the most common minimization methods employed is the conjugate gradient method. If the number of components in the required element realizing the minimum of the functional is N , then the conjugate gradient method converges to the exact solution of the problem in exactly N iterations. However, this statement is only true on the condition that all calculations are performed accurately and that there are no rounding errors. Nevertheless, when solving real applied problems, rounding errors can greatly affect the resulting approximate solution. Two cases are possible: in the first case, the value of the minimized functional becomes comparable to the background of rounding errors at some iteration, the number of which is less than N . Starting from this iteration, the value of the functional stops decreasing. This means that starting from this iteration, all subsequent calculations will not improve the solution and are meaningless. Therefore, a reasonable question arises — is it possible to track this moment in order to save computing resources? A positive answer to this question is useful, but not critical in solving real applied problems. On the other hand, the second case is essential for practice. In the second case, due to rounding errors in determining the minimization directions and the steps along them, it turns out that after performing N iterations, the value of the minimized functional is still quite large. This means that the found approximate solution can still be refined if the iterative process is continued. It turns out that the continuation of the iterative process will allow us to find a better approximation for the true solution. We emphasize that here, in contrast to the first case, the classical criterion for stopping the iterative process (by a fixed number of iterations equal to N) gives a bad result. As a result, there was a need to develop a method for automatically determining the number of iterations, in which the value of the minimized functional becomes comparable to the background of rounding errors [1]. Therefore, taking into account rounding errors when choosing a criterion to stop the iterative process is a relevant issue and in demand in practice.

REFERENCES

1. *Lukyanenko D., Shinkarev V., Yagola A.* Accounting for round-off errors when using gradient minimization methods // Algorithms, 2022, V. 15, no. 9, P. 324.

Исследование краевых артефактов на изображениях опухолевых поражений при решении обратной некорректной задачи реконструкции изображений в ядерной медицине

Нестерова А.В., Денисова Н.В.

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича
СО РАН, Новосибирск
a.nesterova@g.nsu.ru*

Цель. При обследовании пациентов методом однофотонной эмиссионной компьютерной томографии оценивается распределение радиофармацевтического препарата (РФП) в биологических тканях. Нерешенной проблемой остается точная количественная оценка накопления РФП в опухолевых очагах. Такая оценка важна для мониторинга эффективности назначенной терапии. Целью данной работы является исследование краевых артефактов, возникающих на клинических изображениях опухолевых поражений, которые приводят к ошибкам в оценке накопления РФП.

Метод. Для решения поставленной задачи используется метод имитационного компьютерного моделирования. В качестве объекта исследования использовался математический фантом, имитирующий равномерное фоновое распределение РФП с выделенной областью поражения, представляющей собой ступенчатую функцию. Был смоделирован процесс генерирования и регистрации сырых пуассоновских данных, приближенных к клиническим. Решение обратной задачи реконструкции изображений с пуассоновскими данными выполнено на основе статистического метода Expectation Maximization с использованием итерационного стандартного алгоритма OSEM (Ordered Subset Expectation Maximization). Для улучшения количественной оценки в алгоритм реконструкции введен учет функции рассеяния точки (ФРТ) за счет неидеальности коллиматора. Ожидалось, что это позволит улучшить количественные оценки опухолевых очагов на реконструированных изображениях.

Результаты. На реконструированных изображениях, полученных с учетом ФРТ, появились краевые артефакты, которые представлялись в виде резкого роста интенсивности накопления РФП в опухолях малого размера и в виде осциллирующей интенсивности накопления РФП на краях в опухолях большого размера. В численных экспериментах были получены краевые артефакты, аналогичные тем, которые наблюдались в клинических исследованиях. В ядерной медицине клинические испытания сильно ограничены из-за лучевой нагрузки. Метод компьютерного моделирования позволил выполнить большое количество численных имитационных экспериментов по исследованию поведения количественной оценки накопления РФП в опухолевых поражениях разного размера в зависимости от параметров алгоритма реконструкции.

Выводы. Для получения достоверной оценки накопления РФП в опухоли, необходимо развить статистический критерий оптимального останова итерационного процесса, ориентированный на область выделенного интереса – опухоль.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАМИЛЬТониАНА В МОДЕЛИ ИГРЫ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Неверов А.В.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
a.neverov@g.nsu.ru

Рассматривается задача восстановления гамильтониана в модели игры среднего поля (ИСП) по заданному распределению плотности вероятности большого числа однородных игроков в дифференциальной игре за некоторый промежуток времени. Описание динамики распределения игроков с учетом стратегии оптимального управления сводится к решению системы двух уравнений в частных производных, причем одно из которых (Колмогорова-Фоккера-Планка) решается в прямом времени, а второе (Гамильтона-Якоби-Беллмана) – в обратном. В предположении выпуклости функции стоимости управления необходимо определить коэффициенты заданной функции стоимости, которая характеризуется гамильтонианом.

Разработан численный алгоритм решения прямой задачи игры среднего поля на основе метода коллокаций, позволяющего решать получаемую систему уравнений во всей расчетной области одновременно в прямом и обратном времени. Решение обратной задачи сведено к решению задачи минимизации целевого функционала, выражающего разницу между измерениями заданной и моделируемой плотностью распределения игроков при полученных приближениях параметров гамильтониана. Разработан алгоритм минимизации целевого функционала, основанный на применении метода градиентного спуска, в котором получено выражение градиента, связанное с решением сопряженной задачи к модели ИСП. Приведены результаты численных расчетов для простейшей SIR модели, описывающей распространение инфекционного заболевания в популяции [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 18-71-10044-П).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Achdou Y., Camilli F., Capuzzo-Dolcetta I. Mean field games: numerical methods for the planning problem // SIAM J. Control Optim., № 50(1): p.77-109, 2012.
2. McGillivray P., Oldenburg D. Methods for calculating Frechet derivatives and sensitivities for non-linear inverse problem: comparative study // Geophysical Prospecting. № 38: p. 499-524, 1990.

PROPERTIES OF THE NORMAL RADON TRANSFORM ACTING ON 3D SYMMETRIC m -TENSOR FIELDS

Polyakova A.P. and Svetov I.E.

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk

apolyakova@math.nsc.ru, svetovie@math.nsc.ru

The longitudinal ray transform is a classical integral geometry operator acting on vector and symmetric m -tensor fields [1]. In $\mathbb{R}^3$, only the solenoidal part of a vector or symmetric m -tensor field ($m \geq 2$) can be reconstructed from the longitudinal ray transform. To restore the potential part, we must have other data. One of operators that makes it possible to reconstruct the potential part of a tensor field is the normal Radon transform. In [2] the problem of inverting the Radon transform of a symmetric 2-tensor field and, in particular, the normal Radon transform was investigated. We note the papers in which the singular value decompositions of the Radon transform [3] and the normal Radon transforms [4, 5, 6] were obtained.

Let $B = \{x : |x| < 1\}$ denote an open unit ball in $\mathbb{R}^3$ and $Z = \{(s, \xi) : s \in (-1, 1), \xi \in \mathbb{R}^3, |\xi| = 1\}$ be a cylinder. The plane $P_{\xi, s}$ in $\mathbb{R}^3$ can be given by the normal equation $\langle \xi, x \rangle - s = 0$ for $x, \xi \in \mathbb{R}^3, |\xi| = 1$.

The normal Radon transform $\mathcal{R}_m^\perp : L_2(S^m(B)) \rightarrow L_2(Z, \rho)$ of a symmetric m -tensor field $\mathbf{u}(x)$ is defined by the formula

$$[\mathcal{R}_m^\perp \mathbf{u}](s, \xi) = \int_{P_{\xi, s}} \sum_{i_1, \dots, i_m=1}^3 \xi_{i_1} \dots \xi_{i_m} u_{i_1 \dots i_m}(x) dx.$$

In the report, we consider the integral geometry problem of finding a potential part of 3D symmetric m -tensor field provided that the normal Radon transform is known. Properties of the normal Radon transform acting on 3D tensor fields are investigated.

REFERENCES

1. *Sharafutdinov V.A.* Integral Geometry of Tensor Fields // Utrecht: VSP (1994).
2. *Defrise M., Gullberg G.T.* 3D reconstruction of tensors and vectors // Technical Report No LBNL-54936, Berkeley (2005).
3. *Louis A.K.* Orthogonal function series expansions and the null space of the Radon transform // SIAM J. Math. Anal., Vol. 15, No. 3 (1984), p. 621–633.
4. *Polyakova A.P.* Reconstruction of a vector field in a ball from its normal Radon transform // J. Math. Sci. (N.Y.), Vol. 205, No. 3 (2015), p. 418–439.
5. *Polyakova A.P.* Singular value decomposition of a normal Radon transform operator acting on 3D symmetric 2-tensor fields // Siberian Electronic Mathematical Reports, Vol. 18, No. 2 (2021), p. 1572–1595.
6. *Polyakova A.P., Svetov I.E.* Singular value decomposition of the normal Radon transform of 3D tensor fields // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications, Vol. 10, No. 4 (2022), p. 107–124.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ЖЕВРЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Попов С.В.

*Академия наук Республики Саха (Якутия), Якутск
Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск
gusporov@mail.ru*

Задачи об определении точечных источников по точечным данным переопределения прежде всего характеризуются тем, что в правой части уравнения стоят распределения и возникают при определении источников атмосферного или водного загрязнения. Здесь требуется по данным замеров найти число источников их местоположение и интенсивность. Задачи являются некорректными в обычном смысле и теоретических результатов им посвященных мало.

В работе рассматриваются обратные задачи нахождения вместе с решением внешних источников воздействия по временной переменной для уравнения нечетного порядка при задании точечных условий переопределения, в частности, случаи восстановления плотностей нескольких источников. Обратные задачи для таких уравнений сводятся к нелокальным по времени «нагруженным» уравнениям в искомом банаховом пространстве, затем исследование разрешимости новых прямых краевых задач проводится с использованием предложенного инструментария. Достаточно хорошо изучены обратные задачи для уравнений параболического и гиперболического типов, в исследования разрешимости таких задач существенный вклад внесли М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, С.И. Кабанихин, К.Е. Аниконов, Ю.Я. Белов, А.М. Денисов, М.И. Иванцов и другие.

Рассматриваются также задачи Жевре для уравнения нечетного порядка с весовыми условиями сопряжения (склеивания). В случае непрерывных условий сопряжения разрешимость задачи Жевре следует из корректности интегральных уравнений с ядром, однородным степени -1 , а в случае весовых условий сопряжения разрешимость приведена к теории сингулярных интегральных уравнений с особым ядром. Найдены условия фредгольмовости полученных общих интегральных уравнений в весовых пространствах Гёльдера и Лебега.

Краевые задачи для таких вырождающихся уравнений рассматривались в работах Кожанова А.И. (2015, 2018), для общих операторно-дифференциальных уравнений такого вида — в работах Пяткова С.Г., Антипина В.И. (2013, 2014).

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ПО ОТЫСКАНИЮ ИХ ПРАВОЙ ЧАСТИ

Сабитов К.Б.

*Институт математики и вычислительный центр УФИЦ РАН, Уфа,
Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологии,
Стерлитамак
sabitov_fmfm@mail.ru*

Целью данного доклада является постановка обратных задач для дифференциальных уравнений различных типов по определению их правых частей в прямоугольной области и доказательство теорем единственности решений этих задач в классе классических решений независимо от метода их построения. В известных монографиях и других статьях единственность решения обратных задач устанавливается исходя из построения явного решения прямой задачи в дальнейшем применением метода последовательных приближений или с применением теории прямых и обратных спектральных задач, или переходя к прямой задаче для более сложного дифференциального уравнения с нагруженными слагаемыми.

В докладе, следуя работе [1], где впервые для эволюционных уравнений установлены теоремы единственности и устойчивости решений обратных задач определения правой части по финальному наблюдению, методом интегральных тождеств будут установлены теоремы единственности решения обратных задач для четырех классов дифференциальных уравнений по определению их правой части.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Romanov V., Hasanov A.* Uniqueness and stability analysis of final data inverse source problems for evolution equations. // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2022. Vol. 30. №3. P. 425 – 446.

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДОЛГОЛЕТНИХ НАБЛЮДЕНИЙ ПЛАНКТОННОГО СООБЩЕСТВА

Шапаренко В.С.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

shaparenko.vladislav@mail.ru

Актуальными сегодня являются проблемы глобального потепления, уменьшения концентрации кислорода в атмосфере и роста концентрации CO₂. В связи с этим становится важным поиск и изучение факторов, влияющих на качество воздуха и рост температуры на планете. Установлено, что планктонное сообщество вырабатывает до 50% всего кислорода, находящегося в атмосфере Земли. При этом незначительные изменения в окружающей среде могут влиять на скорость производства кислорода, круговорот вещества и энергии, осуществляющийся водной экосистемой. Кроме того, планктон служит индикатором чистоты водоемов, а зоопланктон составляет кормовую базу рыб, а следовательно, влияет и на нерп, и на околоводных птиц.

Целью работы является прогнозирование объема планктонного сообщества в будущем с помощью обработки данных временных рядов.

В работе проделаны исследования с двумя типами моделей: экспоненциальное сглаживание и модель ARMA (и ее более продвинутые версии, ARIMA, SARIMA и SARIMAX).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Forecasting: Principles and Practice (3rd ed) Rob J Hyndman and George Athanasopoulos Monash University, Australia
2. <https://habr.com/ru/company/ods/blog/327242/>
3. <https://www.dmitrymakarov.ru/intro/time-series-20/2-analiz-vremennykh-ryadov>
4. Szulejko J.E., Kumar P., et al, Global warming projections to 2100 using simple CO₂ greenhouse gas modeling and comments on CO₂ climate sensitivity factor. Atmospheric Pollution Research, 8(1), 2017. pp.136-140.
5. Weiss R. F., Carmack E. C. C., Koropalov V. M. Deep-water renewal and biological production in Lake Baikal //Nature. — 1991. — Т. 349. — №. 6311. — С. 665-669.
6. Sarker, et al, "Rising temperature and marine plankton community dynamics: Is warming bad?". Ecological Complexity 43, 100857, 2020.
7. Деревенская О.Ю., Методы оценки качества вод по гидробиологическим показателям: учебно-методическая разработка по курсу «Гидробиология», Казань, 2015.
8. Беркин Н.С. Алексей Александрович Макаров, Ольга Тимофеевна Рунек. "Байкаловедение." (2009).

КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ НЕЙРОСЕТЕВОМ РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГЕОФИЗИКИ

Шимелевич М.И.¹, Оборнев Е.А.¹, Оборнев И.Е.^{1,2}, Родионов Е.А.¹

¹ *Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго
Орджоникидзе, Москва*

² *НИИ ядерной физики имени Д. В. Скобелевича МГУ имени М. В.
Ломоносова, Москва
shimelevichmi@mgri.ru*

В работе рассматриваются вопросы применения аппроксимационного нейросетевого (АНС) метода для решения обратных задач геофизики в классе кусочно-постоянных решений, которые сводятся к нелинейному операторному уравнению I рода на компактном множестве. АНС метод заключается в построении приближенного обратного оператора задачи (так называемого аппроксиматора) с помощью многослойных нейросетевых аппроксимационных конструкций на основе заранее построенного множества опорных решений (банка решений) прямых и обратных задач. [?]

Приводятся результаты авторов по решению АНС методом обратной двухкритериальной 2D и 3D задачи гравиметрии в комплексе с магнитометрией. Работа выполнена с использованием вычислительных ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН) и с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-11-00333, <https://rscf.ru/project/19-11-00333/>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е., Родионов Е.А. Алгоритм решения обратной задачи геоэлектрики на основе нейросетевой аппроксимации // Сибирский журнал вычислительной математики. 2018. Т. 21. № 4. С. 437–452.

**INVERSE PROBLEMS FOR A THREE-DIMENSIONAL EQUATION
OF PARABOLIC-HYPERBOLIC TYPE IN FINDING
TIME-DEPENDENT FACTORS OF THE RIGHT-HAND SIDES**

Sidorov S.N.

Ufa State Oil Technical University, Ufa

stsid@mail.ru

Consider an equation of mixed parabolic-hyperbolic type $Lu = F(x, y, t)$, here

$$Lu = \begin{cases} u_t - u_{xx} - u_{yy} + bu, & t > 0, \\ u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} + bu, & t < 0, \end{cases} \quad F(x, y, t) = \begin{cases} f_1(x, y)g_1(t), & t > 0, \\ f_2(x, y)g_2(t), & t < 0, \end{cases}$$

in the domain of $Q = \{(x, y, t) | (x, y) \in D, t \in (-\alpha, \beta)\}$, $D = \{(x, y) | 0 < x < p, 0 < y < q\}$, α, β, p, q are given positive real numbers, b is any given real number, and we set the following problems.

Problem 1. Find functions $u(x, y, t)$ and $g_1(t)$ satisfying the conditions

$$u(x, y, t) \in C(\overline{Q}) \cap C_t^1(Q) \cap C_{x,y}^1(\overline{Q}) \cap C_{x,y}^2(Q_+) \cap C^2(Q_-); \quad (1)$$

$$Lu(x, y, t) \equiv F(x, y, t), \quad (x, y, t) \in Q_+ \cup Q_-; \quad (2)$$

$$u(x, y, t)|_{x=0} = u(x, y, t)|_{x=p} = u(x, y, t)|_{y=0} = u(x, y, t)|_{y=q} = 0, \quad -\alpha \leq t \leq \beta; \quad (3)$$

$$u(x, y, t)|_{t=-\alpha} = \psi(x, y), \quad (x, y) \in \overline{D}, \quad (4)$$

$$g_1(t) \in C[0, \beta]; \quad u(x_0, y_0, t) = h_1(t), \quad (x_0, y_0) \in D, \quad 0 \leq t \leq \beta, \quad (5)$$

where $f_i(x, y)$, $i = 1, 2$, $\psi(x, y)$, $g_2(t)$ and $h_1(t)$ are given functions, $Q_- = Q \cap \{t < 0\}$, $Q_+ = Q \cap \{t > 0\}$.

Problem 2. Find functions $u(x, y, t)$ and $g_2(t)$ satisfying the conditions (1) – (4) and

$$g_2(t) \in C[-\alpha, 0]; \quad u(x_0, y_0, t) = h_2(t), \quad (x_0, y_0) \in D, \quad -\alpha \leq t \leq 0, \quad (6)$$

where $f_i(x, y)$, $i = 1, 2$, $\psi(x, y)$, $g_1(t)$ and $h_2(t)$ are given functions.

Problem 3. Find functions $u(x, y, t)$, $g_1(t)$ and $g_2(t)$ satisfying the conditions (1) – (6).

The report will present uniqueness and existence theorems for solutions to Problems 1 – 3, while the solutions are constructed explicitly. These results are presented in [1], which has been accepted for publication.

REFERENCES

1. Sidorov S.N. Inverse problems for a three-dimensional equation of parabolic-hyperbolic type in finding time-dependent factors of the right-hand sides // Lobachevskii Journal of Mathematics (accepted for publication).

МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В ЗАДАЧЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОТОКА ТЕПЛА НА НЕДОСТУПНОЙ ГРАНИЦЕ

Сорокин С.Б.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО
РАН,
Новосибирский государственный университет
sorokin@sscc.ru*

В докладе для решения задачи Коши для эллиптических уравнений с переменными коэффициентами (тела, составленные из частей с различными физическими характеристиками) в стандартных расчетных областях (прямоугольник, круг, кольцо) предложен быстрый численный алгоритм, основанный на методе разделения переменных. Предлагаемый подход использует конечно разностную аппроксимацию и позволяет чрезвычайно дешево получить искомое решение.

Новизна состоит в том, что представленный алгоритм может быть применен для эллиптического оператора с переменными коэффициентами (специального вида). Принципиально, что в этом случае нельзя получать аналитические решения как прямой, так и обратной задач.

Предложенный алгоритм существенно расширяет круг решаемых задач и может применяться при создании приборов способных в реальном масштабе времени определять поток тепла на недоступных для измерения частях неоднородных конструкций. Например, для определения потока тепла на недоступном внутреннем радиусе трубы выполненной из различных материалов.

Работа поддержана государственным заданием Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук № 0251-2021-0001

SOLUTIONS OF FORWARD AND INVERSE PROBLEMS FOR INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLUID USING A PHYSICS-INFORMED NEURAL NETWORK

Strijhak S.V.
ISP RAS, Moscow
s.strijhak@ispras.ru

It is known that laminar and turbulent flows can be studied by solving the Navier-Stokes equations. Such currents include currents in the ocean, the movement of fluid in pipes and blood through vessels, the flow of air around the wing of the aircraft. Various computational methods and algorithms are used to simulate such phenomena, and modeling processes on modern servers and computing clusters takes considerable time. Recently, the direction associated with the development of the architecture of physically-informed neural networks (PINN) has been actively developing, which significantly reduces the estimated computer time. At the same time, the neural network is designed using basic physical laws and available observational data. In [1], the authors introduced for the first time the concept of PINN for solving forward and inverse problems involving consideration of various types equations (ODE, PDE). In this paper, we consider the issue of constructing the architecture of a physics-informed neural network for modeling the direct problem of 2D incompressible stationary Kovasznay flow at $Re=40,100$ and for solving the inverse problem of 2D laminar fluid flow around a cylinder at $Re=100$. Such PINN consists of three main blocks. A mesh-free Lagrangian method is used for such PINN, which includes setting the required number of calculation points in the study area, for initial and boundary conditions, as well as a procedure for calculating derivatives using the autodifferentiation procedure, which is available in TensorFlow, PyTorch. To solve such problem, we must first set the size of numerical domain and the time range. The problem is defined for dimensionless quantities. A neural network with 4 hidden layers and 50 neurons per layer (4×50) and $7 \times 50, 10 \times 100$ was used to solve the Kovasznay flow problem, for which there is an exact analytical solution. The relative errors in the L2 norm could reach the order of 10^{-5} . For the inverse problem with cylinder flow at $Re=100$, the numerical data from Nektar spectral-element code were used and two unknown parameters λ_1, λ_2 were determined. These parameters were present in the initial equations of motion for the two velocity components for convective and diffusion terms. The training time ranged from 30 minutes to 4 hours, depending on the choice of hyperparameters. The value of MSE was chosen as a metric for evaluating the prediction results.

REFERENCES

1. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // Journal of Computational Physics, 2019, Volume 378, pp. 686-707.

Определение параметров математической модели иммунного ответа на ВИЧ-инфекцию

П. С. Сурнин^{1a}, М. А. Шишленин^{2b}

¹*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия*

²*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия*
^ap.surnin@g.nsu.ru, ^bmshishlenin@ngs.ru

Вирус иммунодефицита человека (ВИЧ) остается одной из основных проблем глобального общественного здравоохранения. ВИЧ поражает иммунную систему и ослабляет защиту от многих инфекций и некоторых типов рака, с которыми может справиться иммунитет здорового человека. Не существует метода, позволяющего вылечить ВИЧ-инфекцию. Однако благодаря расширению доступа к эффективным средствам профилактики, диагностики и лечения ВИЧ и оппортунистических инфекций, а также ухода за пациентами, ВИЧ-инфекция перешла в категорию поддающихся терапии хронических заболеваний [1]. Для предупреждения наихудшего сценария прогрессирования инфекции применяется математическое моделирование [2].

Для описания патогенеза ВИЧ-инфекции сформулирована система обыкновенных дифференциальных уравнений [3]. Модель состоит из восьми уравнений, описывающих четыре состояния CD4+ Т-клеток и два вида CD8+ Т-клеток, которые относятся к клеточному иммунитету человека. Особенность данной модели в том, что CD4+ клетки служат основным резервуаром латентно инфицированных клеток. Вирусная нагрузка на организм человека суммируется из воздействия инфекционного и неинфекционного свободного вируса.

Для описанной математической модели приведено решение задачи Коши вычислительными методами, а также проведен анализ идентифицируемости и анализ чувствительности от входных данных для параметров. Поставлена и решена обратная задача оптимизационными методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Всемирная организация здравоохранения. URL: <https://www.who.int/ru/news-room/fact-sheets/detail/hiv-aids> (дата обращения: 08.02.2022).
2. Ю. М. Нечепуренко, М. Ю. Христиненко, Д. С. Гребенников, Г. А. Бочаров, “Анализ бистабильности моделей вирусных инфекций с запаздывающим аргументом”, Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2019, 017, 26 с.
3. H.T. Banks, M. Davidian, Shuhua Hu, Grace M. Kepler and E.S. Rosenberg. Modelling HIV immune response and validation with clinical data. Journal of Biological Dynamics Vol. 2, No. 4, October 2008, 357–385

АЛГОРИТМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА НА ОСНОВЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ АССОЦИАЦИИ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Темирбеков Н.М.¹, Азбергенова А.Б.²

¹Национальная инженерная академия Республики Казахстан,

²Восточно-Казахстанский технический университет им.Серикбаева
temirbekov@rambler.ru

Геофизические и геохимические методы основанные на методах искусственного интеллекта и компьютерных технологиях в настоящее время широко используются в практике поисково-оценочных и геолого-разведочных работ. Они оказывают очень существенную помощь для выявления новых рудных проявлений. На практике поисковых геохимических работ запатентовано множество различных методов, направленных на повышение эффективности поиска скрытых рудных объектов. В основном они ориентированы на повышение контрастности аномалий и надежности в интерпретации геохимических параметров. В то же время учет геохимической зональности при оценке геохимических аномалий может существенно повысить надежность геохимических методов. Очень важную роль при этом играют компьютерные технологии, позволяющие быстро обрабатывать довольно объемную геохимическую информацию и представлять ее в визуализированном виде.

По методу естественных ассоциаций геохимических аномалий Института минералогии и геохимии редких элементов (ИМГРЭ) открыто несколько месторождений, залежей и новых участков оруденения в Восточно-Казахстанской области [1, 2]. В основе данной методики лежит расчет ряда геохимических параметров, базирующихся на методе естественных ассоциаций и позволяющих оценивать особенности геохимической зональности. Методика позволяет определить средние содержания химических элементов, коэффициенты минерализации, аномальности, интенсивности, зональности, региональные коэффициенты зональности, коэффициенты масштабности, ряды зональности по условной продуктивности, ряды ассоциаций, прогнозные ресурсы.

Эффективной компьютерной реализацией этой методики является метод машинного обучения так как имеются только экспертные оценки. Обучаемая система, в частности искусственная нейронная сеть, способна выявить скрытую закономерность, которую сложно или невозможно формализовать [3]. Результаты опробования и лабораторные данные по распространению химических элементов существенно перемешаны в пространстве и соответственно не могут быть разделены простыми линейными способами. Циклический процесс разработанного метода машинного обучения позволяет собрать данные, предобработать их, выбрать алгоритмы или методы, обучить или настроить методы, оценить результаты. На основании экспертных оценок критериев выделенных аномалий определяются степень их перспективности [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олейникова Г.А., Панова Е.Г. Геоинформационный ресурс анализа нанодракций горных пород. // Литосфера, 2011, №1, с.83-93.
2. Махонина С.А., Олейник Ю.Ф., Гавриленко О.Д. Геохимическое картирование при поисках и разведке рудных месторождений в Лениногорском рудном районе.// Современные информационные технологии в геологоразведочной и горнодобывающей областях. Междунар. Науч. Конф., г. Усть-Каменогорск, 2006.-С.53-55.
3. Мухамедиев Р.И., Амиргалиев Е.Н. Введение в машинное обучение: Учебник. – Алматы, 2022.-288 с. –ISBN 978-601-08-1177-5.
4. Мухамедиев Р.И. Методы машинного обучения в задачах геофизических исследований.- Рига, 2016.- 200 с. – ISBN 978-9934-14-876-7.

MATHEMATICAL MODELING OF THE CONSUMER LOAN MARKET IN RUSSIA UNDER SANCTIONS

Trusov N.V.

*Federal Research Center "Informatics and Management" of the Russian Academy of
Sciences, Moscow, Russia*

Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia

M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics, Moscow, Russia
trunick.10.96@gmail.com

The consumer credit is an important element of economic relations in Russia. It is a mechanism for social adaptation of the population to the risks of income instability. The consumer credit is a highly profitable asset for commercial banks. A big amount of borrowers in Russia have low real incomes and their demand for consumer credit is not elastic with the interest rate. This distinguishes the domestic consumer credit market from classical market models. The current situation may turn into a financial pyramid, and borrowers in the mid-term will not be able to pay off the taken consumer loans. This will give a rise to a crisis in the banking system. Nowadays, the problem of growing debt on consumer loans has sharply aggravated. The sanctions aim to exacerbate social tension, reduce the effectiveness of government at the federal level and cause the disintegration of the power. The question arises: how will the consumer loan market change under the current circumstances and will it be able to perform the function of social adaptation in combination with direct transfers from the budget?

The modeling of the households' economic behavior is based on the Ramsey-type model [1]-[4]. The model is identified according to Russian statistics. A specialized software has been developed with the help of which the data of household surveys collected by the Federal State Statistics Service have been studied. The model is used to analyze the problem of maintaining consumer credit under the current conditions as a mechanism for social adaptation of the households.

The work has been supported by RFBR, project no. 20-07-00285.

REFERENCES

1. A. Shanenin, M. Tarasenko, N. Trusov Consumer loan demand modeling of households in Russia // Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2021, 61(6), P.1030-51.
2. A.A. Shanenin, M.V. Tarasenko, N.V. Trusov Consumer Loan Demand Modeling // Mathematical Optimization Theory and Operations Research: Recent Trends. CCIS, 2021, 1476, P.417-28.
3. A.A. Shanenin, N.V. Trusov The household behaviour modelling based on Mean Field Games approach // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, 42(7), P.1738-52.
4. A.A. Shanenin, N.V. Trusov Mathematical modeling of the consumer loan market in Russia under sanctions // Doklady Mathematics, 2022, 507(6), P.71-80.

**ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД ТЁПЛИЦЕВА ВНУТРЕННЕГО
ОКАЙМЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ
ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА-МАРЧЕНКО**

Васева И.А., Медведев С.Б., Федорук М.П.

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных
технологий, Новосибирск*

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

vaseva.irina@gmail.com

Предложен новый численный метод решения обратной задачи Захарова-Шабата, которая является составной частью метода обратной задачи рассеяния для решения нелинейного уравнения Шрёдингера. Обратная задача состоит в восстановлении сигнала по заданным спектральным данным и может быть описана при помощи системы уравнений Гельфанда-Левитана-Марченко (ГЛМ) [1]. Разработанный численный метод является обобщением метода Тёплицева внутреннего окаймления. Он позволяет восстанавливать сигнал, стартуя с произвольной точки и решая левые или правые уравнения ГЛМ, и не требует в стартовой точке малых значений спектральных данных. Метод работает для сигналов, содержащих непрерывный и дискретный спектр. Для дискретного спектра предложена процедура отрезания экспоненциально растущих матричных элементов, позволяющая избежать численной неустойчивости и проводить расчеты для солитонных решений, разнесенных во временной области.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ № 22-11-00287.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лэм Дж.Л. Введение в теорию солитонов. М.: Мир, 1983. - 294 с.

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ АНАЛОГОВ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Васильев В.И., Кардашевский А.М.
Северо-Восточный федеральный университет, Якутск
vasvasil@mail.ru, kardam@gmail.com

В докладе приводится краткий обзор эффективных численных методов решения некоторых обратных задач математической физики, основанных на численной реализации их дискретных аналогов в виде замкнутых систем алгебраических уравнений. В работе [1] предложен метод численного решения ретроспективной обратной задачи теплопроводности, заключающийся в итерационном методе решения ее конечно-разностного аналога. Отметим, что на каждой итерации решается прямая задача теплопроводности с последующим уточнением начального условия.

Метод также хорошо работает при идентификации начального условия для обратной начально-краевой задачи для уравнения субдиффузии. Данный подход хорошо работает и для определения плотности стационарного источника в уравнении теплопроводности и субдиффузии. В этих задачах также сначала строится дискретный аналог рассматриваемой обратной задачи, потом для численной реализации полученной системы линейных алгебраических уравнений строится итерационный метод сопряженных градиентов.

Ретроспективная обратная задача теплопроводности с нестационарными неоднородными граничными условиями согласованными с начальным условием аппроксимируется разностной схемой Кранка–Николсон. Для определения решения полученной системы линейных алгебраических уравнений предлагается использовать итерационный метод сопряженных градиентов.

В работе [2] предложено численное решение задачи с неизвестным коэффициентом низшего порядка, зависящего от времени, с помощью декомпозиции решения, при которой переход на новый временной слой осуществляется путем решения двух стандартных сеточных эллиптических задач.

Похожие идеи численной реализации дискретных аналогов обратных задач использованы при: численном решении граничной обратной задачи теплопроводности и субдиффузии, идентификации постоянных коэффициентов этих уравнений, решении примера Адамара и интеграла Пуассона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.А.Самарский, П.Н.Вабищевич, В.И.Васильев. Итерационное решение ретроспективной обратной задачи теплопроводности // Матем. моделирование, 9(5), 1997, с. 119–127.
2. П.Н.Вабищевич, В.И.Васильев. Вычислительная идентификация младшего коэффициента параболического уравнения // Доклады академии наук, 2014, том 455, No 3, с. 258–260.

ОБРАТНАЯ КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛА ТОНКОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ ПО ДАННЫМ ВИБРАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ

Аксёнов В.В., Васюков А.В., Беклемышева К.А., Петров И.Б.

Московский физико-технический институт, Долгопрудный

a.vasyukov@phystech.edu

В работе рассматривается численное решение обратной задачи получения упругих параметров изотропных и анизотропных пластин по данным вибрационных испытаний. Прямая задача формулируется как серия краевых задач для уравнения в частных производных. В расчётах рассматривается переменная частота вынуждающих колебаний при фиксированных вязкоупругих параметрах материала и геометрии образца. Общая постановка прямой задачи близка к рассмотренной в [1].

Обратная задача получения параметров материала по данным испытаний формулируется как задача минимизации функционала среднеквадратичной ошибки между измеренной и полученной численно амплитудно-частотной характеристикой. Простая структура прямой задачи позволяет применять метод автоматического дифференцирования для эффективного вычисления производных данного функционала по параметрам [2]. При малом числе параметров и наличии хорошего начального приближения предлагается использовать метод доверительной области (trust-region method) [3]. Начальное приближение, в свою очередь, может быть найдено с помощью эвристического метода дифференциальной эволюции [4]. Применимость данного подхода демонстрируется в серии численных экспериментов для изотропной стальной пластины и ортотропной пластины из углепластика. Для обоих видов материалов в численных экспериментах получено хорошее качество определения реологических параметров, в том числе при наличии шума во входных данных.

Работа поддержана грантом РФФИ 22-11-00142.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tuan P.H., Wen C.P., Chiang P.Y. et al. Exploring the resonant vibration of thin plates: reconstruction of Chladni patterns and determination of resonant wave numbers. // The Journal of the Acoustical Society of America. 2015. Vol. 137, No. 4, pp. 2113–2123.
2. Evtushenko Y. Computation of exact gradients in distributed dynamic systems. // Optimization Methods and Software. 1998. Vol. 9, No. 1-3, pp. 45–75.
3. Gonglin Y., Shide M., Zengxin W. A trust-region-based BFGS method with line search technique for symmetric nonlinear equations. // Advances in Operations Research. 2009. Vol. 2009, Article ID 909753.
4. Rainer S., Kenneth P. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. // Journal of global optimization. 1997. Vol. 11, No. 4, pp. 341–359.

УСТОЙЧИВОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ СМЕШАННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ В ЗАДАЧАХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Воскобойников Ю.Е.

НГАСУ (Сибстрин), НГТУ, Новосибирск,

ИСЭМ СО РАН, Иркутск

voscob@mail.ru

Некоторые алгоритмы непараметрической идентификации нелинейных динамических систем требуют вычисления смешанных производных от выходного сигнала системы. Например, в [1] для идентификации квадратичного ядра $K_2(s_1, s_2)$ необходимо вычислить смешанную и частную производные $f''_{t\nu}(t, \nu)$, $f''_{\nu^2}(t, \nu)$, где $f(t, \nu)$ — выходной сигнал идентифицируемой системы, зарегистрированный со случайными погрешностями (шумами) измерений.

Для устойчивого вычисления этих производных предлагается использовать сглаживающий бикубический (двумерный) сплайн (СБС). Вводится в рассмотрение два типа параметров сглаживания, от которых зависят ошибки сглаживания и дифференцирования: скалярный и векторный. Скалярный параметр одинаков для всего семейства сплайнов при дифференцировании по выбранной переменной. Проекции векторного параметра определяют свой «индивидуальный» параметр сглаживания для каждого сплайна из семейства сплайнов. Так как числовые характеристики шума измерения на практике неизвестны, то для оценивания оптимальных значений параметров сглаживания предлагается алгоритм, построенный на основе проведенной модификации метода L-кривой, широко используемого в зарубежных публикациях для выбора параметра регуляризации при решении линейных некорректных задач (например, [2]).

Работа выполнена в Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН (ИСЭМ СО РАН) за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-21-00409), <https://rscf.ru/project/22-21-00409/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Voskoboinikov Yu., Solodusha S., Markova E., Antipina E., Boeva V. Identification of Quadratic Volterra Polynomials in the «Input-Output» Models of Nonlinear Systems // Mathematics. 2022. Vol. 10. P. 1836. doi: 10.3390/math10111836.
2. Rezghi M., Hosseini S.M. A new variant of L-curve for Tikhonov regularization // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2009. Vol. 231. P. 914–924. doi: 10.1016/j.cam.2009.05.016.

**ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ИДЕНТИФИКАЦИИ
НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ
КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОМ ВХОДНОМ СИГНАЛЕ**

Воскобойников Ю.Е.^{1,2}, Солодуша С.В.²

¹*НГАСУ (Сибстрин), НГТУ, Новосибирск,*

²*ИСЭМ СО РАН, Иркутск*

voscob@mail.ru, solodusha@isem.irk.ru

В работе предлагается подход к построению интегральной модели нестационарной динамической системы, основанный на использовании тестовых сигналов кусочно-линейного вида [1]. Выделено специальное одномерное линейное уравнение Вольтерра I рода с двумя переменными пределами интегрирования, возникающее в задаче идентификации нестационарных ядер Вольтерра $K(t, \nu)$, $0 \leq \nu \leq t \leq T$. Доказана теорема существования и единственности решения соответствующих уравнений в классе несимметричных непрерывных функций.

Для выполнения условий, обеспечивающих разрешимость уравнений в требуемом классе функций, и устойчивого вычисления производных, входящих в построенную формулу обращения, используется аппарат сглаживающих кубических сплайнов с выбором параметра сглаживания на основе метода L -кривой [2]. Использование кубических сплайнов дефекта единица позволило построить эффективный численный алгоритм идентификации с низкой методической ошибкой и хорошей устойчивостью к шумам измерения.

Работа выполнена в Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН (ИСЭМ СО РАН) за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-21-00409), <https://rscf.ru/project/22-21-00409/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Solodusha S. New Classes of Volterra Integral Equations of the First Kind Related to the Modeling of the Wind Turbine Dynamics // 15th Intern. Conf. Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference). 2020. doi: 10.1109/STAB49150.2020.9140662.
2. Voskoboinikov Yu., Solodusha S., Markova E., Antipina E., Boeva V. Identification of Quadratic Volterra Polynomials in the «Input-Output» Models of Nonlinear Systems // Mathematics. 2022. Vol. 10. P. 1836. doi: 10.3390/math10111836.

ПРИКЛАДНЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

Ягола А.Г.

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,
физический факультет, Москва
yagola@phys.msu.ru*

В докладе будут рассмотрены две обратные задачи: задача восстановления магнитного поля по экспериментальным данным с приложениями в геофизике и для построения магнитных изображений планет Марса и Меркурия по результатам спутниковых измерений, а также обратная задача электронной микроскопии восстановления формы поверхности методом обратно рассеянных электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wang Y., Lukyanenko D., Yagola A. Magnetic parameters inversion method with full tensor gradient data // *Inverse Problems and Imaging*. 2019. V. 13, N. 4, P. 745-754.
2. Wang Y., Kolotov I.I., Lukyanenko D.V., Yagola A.G. Reconstruction of magnetic susceptibility using full magnetic gradient data // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2020. V. 60, N. 6, P. 1000-1007.
3. Kolotov I., Lukyanenko D., Stepanova I., Wang Y., Yagola A. Recovering the magnetic image of Mars from satellite observations // *Journal of Imaging*. 2021. V. 7, N. 11, P. 234
4. Borzunov A.A., Karaulov V.Y., Koshev N.A., Lukyanenko D.V., Rau E.I., Yagola A.G., Zaitsev S.V. 3D surface topography imaging in SEM with improved backscattered electron detector: arrangement and reconstruction algorithm // *Ultramicroscopy*, 2019, v. 207, published online, pp. 1-9, <https://doi.org/10.1016/j.ultramic.2019.112830>
5. Borzunov A.A., Lukyanenko D. V., Rau E.I., Yagola A. G. Reconstruction algorithm of 3D surface in scanning electron microscopy with backscattered electron detector // *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, 2021, Published ahead of print, <https://doi.org/10.1515/jiip-2020-0>

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОБ ИСТОЧНИКЕ ДЛЯ ДИФФУЗИОННЫХ МОДЕЛЕЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ОПИСАНИИ СОЦИАЛЬНЫХ И ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Звонарева Т.А.^{1,2,*}, Криворотько О.И.^{1,2}

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск

² Институт вычислительной математики и математической геофизики СО
РАН, Новосибирск

* *t.zvonareva@g.nsu.ru*

Модели типа «реакции-диффузии» имеют широкое применение в биологии [1], социальных процессах [2], в задачах математической физики, экологии и др. Указанные процессы характеризуются своими коэффициентами в уравнениях и начальными (источник) и граничными условиями [3].

В работе исследуется задача определения источника в моделях типа «реакции-диффузии» по дополнительной информации о процессе в фиксированные моменты времени. Были проанализированы в линейном приближении сингулярные числа оператора обратной задачи и показано, что линейаризованный оператор плохо обусловлен, а значит, задача об источнике является некорректной.

Задача об источнике сведена к задаче минимизации целевого функционала, решение которой получено комбинацией методов роя частиц, градиентными методами [4] и тензорной оптимизацией [5]. Приведены результаты для задач распространения информации в социальных сетях и эпидемии COVID-19.

Работа проводилась при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-71-10044-П) и гранта Президента Российской Федерации (№ МК 4994.2021.1.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Бюл. МГУ. Сер. А. Математика и Механика. 1937. Т. 1. № 6. С. 1–26.
2. Krivorotko O., Zvonareva T., Zyatkov N. Numerical solution of the inverse problem for diffusion-logistic model arising in online social networks // Commun. Comput. Info. Sci. 2021. V. 1476. P. 444–459.
3. Бухгейм А.Л., Клибанов М.В. Единственность в целом одного класса многомерных обратных задач // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 2. С. 269–272.
4. Звонарева Т.А., Криворотько О.И. Сравнительный анализ градиентных методов определения источника диффузионно-логистической модели // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2022. Т. 62, № 4, С. 694–704.
5. Zheltkova V.V., Zheltkov D.A., Grossman Z., Bocharov G.A., Tyrtshnikov E.E. Tensor based approach to the numerical treatment of the parameter estimation problems in mathematical immunology // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2018. V. 26. № 1, P. 51–66.